

# CONTROLADOR ROBUSTO *QUASI-DEADBEAT* E RELAXAÇÕES COM APLICAÇÃO EM INVERSORES CONECTADOS À REDE

Caio R. D. Osório, Gustavo G. Koch, Lucas C. Borin, Iury Cleveston, Vinícius F. Montagner  
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, Brasil  
e-mail: caio.osorio@gmail.com

**Resumo** – Este trabalho apresenta o projeto de um controlador robusto de corrente por realimentação de estados baseado em desigualdades matriciais lineares, conduzindo a um conjunto de ganhos fixos capaz de garantir a alocação dos polos de malha fechada em um círculo de raio mínimo, centrado na origem e contido no círculo de raio unitário (controlador robusto *quasi-deadbeat*). Para aplicações em conversores conectados à rede, o procedimento de projeto proposto produz resultados ilustrando que relaxações a partir do controlador robusto *quasi-deadbeat* garantem estabilidade e bom desempenho para uma faixa de incertezas e para variações nos parâmetros da rede e do filtro.

**Palavras-chave** – Controle *Deadbeat*, Controle Ótimo, Controle Robusto, Conversores Conectados à Rede, Desigualdades Matriciais Lineares, *Hardware-in-the-loop*.

## A ROBUST *QUASI-DEADBEAT* CONTROLLER AND RELAXATIONS APPLIED TO GRID-CONNECTED INVERTERS

**Abstract** – This work presents the design of a robust state feedback current controller based on linear matrix inequalities, leading to a set of fixed gains capable of ensuring the assignment of the closed-loop poles in a circle of minimum radius, centered at the origin and included in the unit circle (robust *quasi-deadbeat* controller). For applications to grid-connected converters, the proposed design procedure provides results illustrating that relaxations from a robust *quasi-deadbeat* controller ensure stability and good performance for a set of parametric uncertainties and variations on the grid and filter parameters.

**Keywords** – *Deadbeat* Control, Grid-Connected Converters, *Hardware-in-the-loop*, Linear Matrix Inequalities, Optimal Control, Robust Control.

### I. INTRODUÇÃO

Conversores conectados à rede têm importância fundamental em sistemas de geração de energia elétrica a partir de fontes renováveis [1], [2]. Um problema muito relevante neste contexto é o controle da corrente

injetada na rede pelo conversor, que deve seguir uma referência senoidal, ter rápida recuperação transitória e exibir baixo conteúdo harmônico, tanto em termos de distorção harmônica total como em termos de limites para harmônicas individuais [1], [3]. Para reduzir as harmônicas provenientes da tensão modulada em largura de pulso gerada pelo inversor, filtros passa-baixa são empregados, sendo os filtros L e LCL alternativas muito utilizadas [1], [4].

Dentre as estratégias de controle de corrente mais utilizadas, destacam-se as técnicas lineares do tipo preditivo, proporcional-ressonante, proporcional-integral e por realimentação de estados [1], [5]–[8]. No que diz respeito a técnicas de controle em tempo discreto aplicadas a conversores de potência, merece destaque o controlador *deadbeat*. A ação de controle *deadbeat* é caracterizada por alocar na origem todos os polos do sistema descrito em tempo discreto, em malha fechada, forçando o erro de rastreamento de referência a zero em um número mínimo de amostras, igual à ordem do sistema [9]. Desta maneira, quando os parâmetros da planta são bem conhecidos, o controlador *deadbeat* é capaz de fornecer bom desempenho dinâmico e em regime permanente quando aplicado em inversores e fontes ininterruptas de energia, por exemplo, demonstrando a capacidade de prover um reduzido nível de distorção harmônica [10]–[12]. Todavia, por ser uma técnica fortemente dependente dos parâmetros da planta, variações ou incertezas paramétricas podem levar à degradação do desempenho ou mesmo à instabilidade do sistema.

Visando aumentar a robustez de controladores *deadbeat* frente a incertezas e variações paramétricas, várias alternativas têm sido propostas [13]–[16]. Por exemplo, [13] analisa a estabilidade do controlador *deadbeat* aplicado a conversores fonte de tensão, propondo uma técnica de estimação da tensão de linha capaz de aumentar a robustez do sistema frente a incertezas paramétricas. Em [14], é proposto um controlador *deadbeat* incluindo uma correção preditiva da corrente injetada na rede para aumentar a robustez do sistema. Em [15], considerando um filtro LCL, realiza-se uma redução na ordem do sistema vista pelo controlador *deadbeat*, de modo a mitigar o efeito da ressonância deste filtro. Além disso, um estimador da indutância da rede é utilizado para garantir robustez ao sistema mesmo em situações de rede fraca. Em [16], os autores propõem uma técnica de controle *deadbeat* incluindo a estimação de parâmetros, permitindo adaptação da lei de controle e ajuste da tensão de saída utilizando apenas sensores de tensão.

Um ponto comum dos trabalhos já citados é o fato de não garantirem robustez contra incertezas e variações paramétricas na planta a partir de um controlador com ganhos fixos, que seja independente de estimador de parâmetros

Artigo submetido em 21/12/2017. Primeira revisão em 03/03/2018. Aceito para publicação em 18/04/2018 por recomendação do Editor Marcello Mezaroba.

ou observador de estados. Ganhos fixos de controle que agreguem tais características podem ser projetados por meio de desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs) [17], [18].

Nesta direção, o presente trabalho utiliza condições LMIs da literatura para sistemas variantes no tempo e para alocação robusta de polos [19]–[21] e simulações em tempo real por meio de *hardware-in-the-loop* (HIL). Diferentemente de outros trabalhos similares [7], [8], aqui fornece-se como contribuição um procedimento de projeto que provê, primeiramente, um controlador ótimo que minimiza o raio de alocação dos polos de malha fechada, denominado controlador robusto *quasi-deadbeat*. Se os resultados no HIL para este controlador não forem viáveis, então relaxações baseadas em um compromisso entre resposta transitória e norma dos ganhos são fornecidas para viabilizar a aplicação do controlador. A abordagem proposta é de simples implementação, sem utilizar na ação de controle a realimentação da tensão no ponto de conexão com a rede (do inglês, *Point of Common Coupling* – PCC), o que permite abordar, indistintamente, incertezas ou variações tanto nos parâmetros da rede quanto nos parâmetros do filtro, não necessitando estimadores de tensão e corrente, ou algoritmos de adaptação para conferir robustez ao sistema. Os ganhos de controle são computados *off-line* e validados em um baixo tempo computacional, o que torna o procedimento atrativo para o desenvolvimento de controladores.

## II. MODELAGEM E PARÂMETROS DO SISTEMA

Considere o inversor conectado à rede por meio de um filtro L, conforme a Figura 1. A rede é assumida predominantemente indutiva, sendo que são incluídas resistências no sistema para levar em conta a atenuação usualmente existente na prática no filtro e na rede.

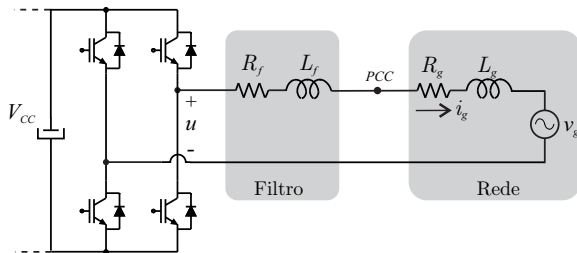


Fig. 1. Inversor monofásico conectado à rede por meio de filtro L.

As indutâncias e as resistências do filtro ( $L_f$  e  $R_f$ ) e da rede ( $L_g$  e  $R_g$ ) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} R &= R_f + R_g \\ L &= L_f + L_g \end{aligned} \quad (1)$$

sendo estes parâmetros considerados incertos e descritos na forma de intervalos reais como

$$\begin{aligned} R &\in [R_{\min}, R_{\max}] \\ L &\in [L_{\min}, L_{\max}]. \end{aligned} \quad (2)$$

No domínio do tempo contínuo, o modelo médio da planta mostrada na Figura 1 é dado por

$$\frac{di_g}{dt} = -\frac{R}{L}i_g + \frac{1}{L}u - \frac{1}{L}v_g \quad (3)$$

sendo  $u$  a entrada de controle,  $v_g$  representando um distúrbio, e  $i_g$  a corrente injetada na rede (saída controlada).

Objetivando a aplicação de um controle digital, pode-se escrever um modelo em tempo discreto, considerando, por exemplo, o método de Euler e um período de discretização,  $T$ , suficientemente pequeno [22]. Para a implementação do controle em um processador digital de sinais considera-se também um atraso na ação de controle, permitindo reescrever (3) como

$$\begin{aligned} i_g(k+1) &= \overbrace{\left(1 - \frac{R}{L}T\right)}^{a_d(R,L)} i_g(k) + \overbrace{\left(\frac{1}{L}T\right)}^{b_{ud}(R,L)} \theta(k) - \overbrace{\left(\frac{1}{L}T\right)}^{b_{gd}(R,L)} v_g(k) \\ \theta(k+1) &= u(k) \end{aligned} \quad (4)$$

em que  $\theta$  é o estado referente ao atraso.

Para garantir rastreamento de referências senoidais de corrente, utilizam-se aqui controladores ressonantes no espaço de estados, dados por (para detalhes, veja, por exemplo, [7])

$$\xi(k+1) = \mathbf{U}\xi(k) + \mathbf{V}e(k) \quad (5)$$

sendo o erro  $e(k)$  dado pela diferença entre a referência  $i_{ref}$  e a variável de saída  $i_g$ , e  $\xi$  contendo dois estados internos para cada controlador ressonante sintonizado em uma dada frequência.

Sistemas afetados por incertezas paramétricas podem ser descritos na forma politópica [17]. Neste sentido, (4) e (5) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} i_g(k+1) &= a(\alpha)i_g(k) + b_u(\alpha)\theta(k) - b_g(\alpha)v_g(k) \\ \theta(k+1) &= u(k) \\ \xi(k+1) &= \mathbf{U}\xi(k) + \mathbf{V}i_{ref}(k) - \mathbf{V}i_g(k) \end{aligned} \quad (6)$$

sendo

$$\begin{aligned} a(\alpha) &= \alpha_1 a_d(R_{\min}, L_{\min}) + \alpha_2 a_d(R_{\max}, L_{\min}) + \\ &\quad \alpha_3 a_d(R_{\min}, L_{\max}) + \alpha_4 a_d(R_{\max}, L_{\max}) \\ b_u(\alpha) &= \alpha_1 b_{ud}(R_{\min}, L_{\min}) + \alpha_2 b_{ud}(R_{\max}, L_{\min}) + \\ &\quad \alpha_3 b_{ud}(R_{\min}, L_{\max}) + \alpha_4 b_{ud}(R_{\max}, L_{\max}) \\ b_g(\alpha) &= \alpha_1 b_{gd}(R_{\min}, L_{\min}) + \alpha_2 b_{gd}(R_{\max}, L_{\min}) + \\ &\quad \alpha_3 b_{gd}(R_{\min}, L_{\max}) + \alpha_4 b_{gd}(R_{\max}, L_{\max}) \end{aligned} \quad (7)$$

com

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (8)$$

O sistema aumentado (6) pode ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} i_g(k+1) \\ \theta(k+1) \\ \xi(k+1) \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(\alpha) & b_u(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{V} & 0 & \mathbf{U} \\ -b_g(\alpha) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_g(k) \\ \theta(k) \\ \xi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} i_{ref}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ u(k) \\ v_g(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

ou, de forma mais compacta, como

$$\rho(k+1) = \mathbf{G}(\alpha)\rho(k) + \mathbf{H}_u u(k) + \mathbf{H}_g(\alpha)v_g(k) + \mathbf{H}_r i_{ref}(k) \quad (10)$$

com

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{G}_i, \quad \mathbf{H}_g(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{H}_{g_i}. \quad (11)$$

A lei de controle por realimentação de estados é dada por

$$u(k) = \mathbf{K}\boldsymbol{\rho}(k) \quad (12)$$

e será diretamente utilizada aqui para prover um controle por alocação de polos que fornece resposta *deadbeat* para o sistema com parâmetros nominais, ou resposta *quasi-deadbeat* para o sistema com parâmetros incertos, apresentados na Tabela I.

**TABELA I**  
**Parâmetros do Sistema**

Indutância $L$ nominal	5 mH
Intervalo de incerteza em $L$ : $[L_{min}, L_{max}]$	[2 mH; 8 mH]
Resistência $R$ nominal	0,1 $\Omega$
Intervalo de incerteza em $R$ : $[R_{min}, R_{max}]$	[0 $\Omega$ ; 0,2 $\Omega$ ]
Período de amostragem $T$	1/10000 s
Frequência de chaveamento $f_s$	10 kHz
Referência de corrente	10 A (pico); 60 Hz
Tensão da rede	180 V (pico); 60 Hz
Ressonante (frequência e fator de amortecimento)	60 Hz; 0,0001

### III. CONTROLE DEADBEAT CONVENCIONAL

O controle *deadbeat* convencional por realimentação de estados consiste em alocar todos os polos de malha fechada na origem do plano complexo [9]. Pode-se efetuar o projeto deste controlador seguindo os passos:

1. Obtenção do modelo (10), considerando uma escolha nominal para  $R$  e  $L$ , levando à representação:

$$\boldsymbol{\rho}(k+1) = \mathbf{G}_{nom}\boldsymbol{\rho}(k) + \mathbf{H}_u u(k) + \mathbf{H}_{g_{nom}} v_g(k) + \mathbf{H}_r i_{ref}(k) \quad (13)$$

2. Verificação da controlabilidade e, caso o sistema seja controlável, cômputo do ganho do controlador *deadbeat* convencional utilizando, por exemplo, a fórmula de Ackermann, representada no *software* MATLAB pelo comando:

$$\mathbf{K} = -\text{acker}(\mathbf{G}_{nom}, \mathbf{H}_u, [0000]) \quad (14)$$

Adotando os valores nominais ( $R = 0,1 \Omega$  e  $L = 5$  mH) apresentados na Tabela I e aplicando o procedimento acima, são obtidos os ganhos:

$$\mathbf{K} = [-299,24 \quad 2,9966 \quad -6377,3 \quad 4790,9]. \quad (15)$$

O sistema em malha fechada, considerando os ganhos em (15) e condições nominais, tem todos os polos na origem (dinâmica *deadbeat* ideal). A Figura 2(a) apresenta a simulação no domínio do tempo, confirmando o bom rastreamento da referência. O desempenho transitório pode ser avaliado a partir da Figura 2(b), na qual, por meio de um gráfico de barras, verifica-se que o erro de rastreamento converge para zero em quatro períodos de amostragem, conforme esperado pela dinâmica *deadbeat*, considerando que o sistema possui quatro estados ( $i_g$ ,  $\theta$  e dois estados referentes ao controle ressonante).

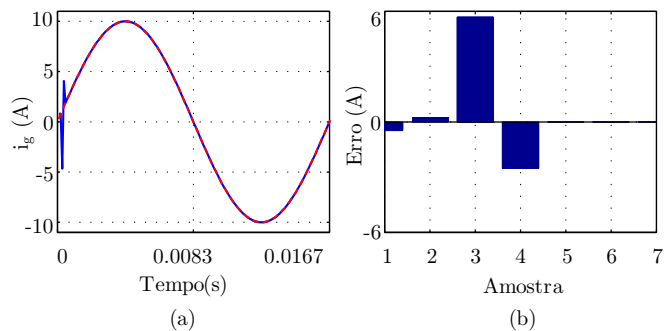


Fig. 2. Controlador *deadbeat* convencional em condições nominais. (a) Resposta no tempo. (b) Desempenho transitório avaliado a partir do erro de rastreamento de corrente.

Considere os ganhos projetados para os valores nominais, em (15), mas suponha agora que os parâmetros  $L$  e  $R$  possam assumir valores nos intervalos de incertezas dados na Tabela I. A Figura 3(a) apresenta os polos em malha fechada para uma discretização exhaustiva dos parâmetros  $L$  e  $R$ , considerando-os de forma independente. É possível observar que alguns destes polos saem do círculo de raio unitário, evidenciando o problema de sensibilidade à incerteza paramétrica do controlador *deadbeat* convencional.

Para exemplificar, assumamos que a planta opere com os valores máximos dos parâmetros dados na Tabela I ( $R = 0,2 \Omega$  e  $L = 8$  mH). Os polos para esta condição são destacados com um asterisco na Figura 3(a), de onde verifica-se que o controlador *deadbeat* convencional aloca um dos polos de malha fechada fora do círculo de raio unitário, tornando o sistema instável neste caso. A Figura 3(b) mostra a resposta no tempo, comprovando a instabilidade. Na próxima seção é dada uma solução para este problema por meio de um controlador robusto.

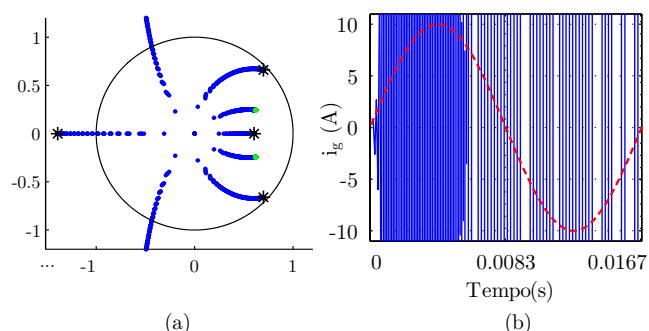


Fig. 3. Controlador *deadbeat* convencional. (a) Polos de malha fechada. (b) Resposta instável para o caso  $R = 0,2 \Omega$  e  $L = 8$  mH e referência senoidal.

### IV. CONTROLE ROBUSTO QUASI-DEADBEAT E RELAXAÇÕES

Visando conferir robustez contra variações paramétricas em  $R$  e  $L$ , pertencentes aos intervalos (2), tem-se a condição de projeto dada no Lema 1.

**Lema 1.** Se existirem matrizes simétricas definidas positivas  $\mathbf{S}_i$ , e matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{J}$ , tais que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{Q}' - \mathbf{S}_i & \star \\ \mathbf{G}_i \mathbf{Q} + \mathbf{H}_u \mathbf{J} & \mathbf{S}_j \end{bmatrix} > 0; \quad i = 1, \dots, 4; \quad j = 1, \dots, 4. \quad (16)$$

tenha solução, então o ganho de realimentação de estados

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}\mathbf{Q}^{-1} \quad (17)$$

garante:

- i) estabilidade poliquadrática para qualquer variação paramétrica para o sistema politópico (10);
- ii) rastreamento de referência senoidal ( $i_{ref}$ ) e rejeição de distúrbio senoidal ( $v_g$ ) em regime permanente.

**Prova.** A prova de i) pode ser obtida a partir da estabilidade poliquadrática de sistemas discretos politópicos variantes no tempo ([19] e Teorema 5 de [21]). A prova de ii) decorre do princípio do modelo interno [23].

Visando otimizar o desempenho, busca-se agora um controlador robusto capaz de alocar os polos de malha fechada o mais próximo possível da origem do plano complexo, definido abaixo como controlador robusto *quasi-deadbeat*.

**Definição 1.** Define-se aqui como controlador robusto *quasi-deadbeat* o ganho fixo  $\mathbf{K}$ , na lei de controle (12), que garante a estabilidade poliquadrática do Lema 1 e que aloca os polos de malha fechada no círculo  $\mathcal{C}$ , na Figura 4, com raio mínimo  $r = r^*$ .

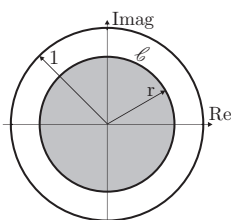


Fig. 4. Região para alocação de polos do controlador robusto *quasi-deadbeat*.

O controlador robusto *quasi-deadbeat* é obtido por meio da solução do Teorema 1.

**Teorema 1.** Assuma que Lema 1 é factível. Então, existe solução  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{S}_i$  para o problema de otimização

$$r^* = \min r \text{ s.a.} \left[ \begin{array}{c} r(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}' - \mathbf{S}_i) \\ \mathbf{G}_i \mathbf{Q} + \mathbf{H}_u \mathbf{J} \end{array} \quad \begin{array}{c} * \\ r \mathbf{S}_j \end{array} \right] > 0, i = 1, \dots, 4; j = i, \dots, 4 \quad (18)$$

sendo o ganho do controlador robusto *quasi-deadbeat* dado por

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{J}\mathbf{Q}^{-1}$$

**Prova.** A factibilidade do Lema 1 garante que (18) tem solução para  $r = 1$ . O bloco  $r\mathbf{S}_j$  em (18) garante que  $r$  não será negativo. Como  $0 < r \leq 1$ , uma simples bissecção neste intervalo conduz ao mínimo de  $r$  (chamado  $r^*$ ) que resolve (18). Substituindo  $\mathbf{J} = \mathbf{K}^*\mathbf{Q}$  em (18) e levando em conta a convexidade [17], tem-se que

$$\max \left| \lambda \left( \frac{\mathbf{G}(\alpha) + \mathbf{H}_u \mathbf{K}^*}{r^*} \right) \right| < 1 \quad (19)$$

assegurando que todos os autovalores de malha fechada (e, portanto, os polos de malha fechada) estão contidos no círculo de raio  $r^*$  centrado na origem.

O controlador ótimo do Teorema 1 pode ser relaxado para um controle subótimo, por meio do Corolário 1.

**Corolário 1.** Assuma que Teorema 1 tenha solução  $r^*$ . Então, existe solução para (18) com  $r^* < r < 1$ , produzindo ganhos de controle (12) que relaxam a alocação dos polos em relação ao controlador robusto *quasi-deadbeat*.

Para ilustrar o uso do Lema 1, Teorema 1 e Corolário 1, são apresentados a seguir alguns estudos numéricos. Aplicando o Lema 1 ao sistema com parâmetros na Tabela I, nota-se que o mesmo é factível. Então, aplicando o Teorema 1 tem-se o mínimo raio obtido de  $r^* = 0,92$  e os ganhos do controlador robusto *quasi-deadbeat* dados por

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} -43,077 & -1,162 & 201,644 & -192,782 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Deve-se observar que este valor de  $r^* = 0,92$ , distante de zero (caso *deadbeat* convencional), é devido à amplitude dos intervalos das incertezas paramétricas. Para ilustrar este fato, a Figura 5 apresenta os valores de  $r^*$  obtidos para os parâmetros da Tabela I, considerando distintas faixas de incerteza em  $L$  e  $R$ . As incertezas foram normalizadas considerando-as em torno dos valores base de  $L = 5$  mH e  $R = 0,4$   $\Omega$ . Por exemplo, uma incerteza de 20% em  $L$  representa o intervalo  $L \in [4$  mH; 6 mH].

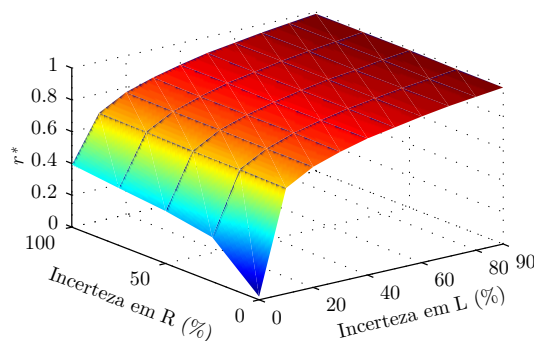


Fig. 5. Superfície que descreve o raio mínimo obtido com base no Teorema 1, para diversos casos de incertezas paramétricas em  $R$  e  $L$ .

Com base na Figura 5, pode-se verificar que a minimização do raio de alocação de polos por meio do Teorema 1 é fortemente influenciada pela incerteza na indutância  $L$ , enquanto incertezas na resistência  $R$  afetam de forma menos significativa o valor de  $r^*$ . Para pequenas porcentagens de incertezas paramétricas, a resposta é muito próxima à resposta *deadbeat* convencional.

Sobre como o raio de alocação de polos influi na acomodação das respostas transitórias, considerando que os modos das respostas transitórias são limitados por  $(r)^k$ , tem-se que estes modos se extinguem, para o critério de 1% de erro, após um tempo de acomodação definido, no pior caso, por:

$$t_{acom} = T \frac{\ln(0,01)}{\ln(r)}. \quad (21)$$

A Figura 6(a) apresenta o tempo de acomodação em função do raio de alocação dos polos. É possível verificar que esse tempo cresce exponencialmente com o raio, variando fortemente a partir do raio 0,98.



Embora o Teorema 1 indique ser teoricamente possível garantir alocação em raio mínimo de 0,92 para o sistema com parâmetros apresentados na Tabela I, o controlador (20) exibe ganhos que podem levar a sinais de controle inviáveis na prática, por saturação ou por sensibilidade maior do sistema em malha fechada a não-linearidades e dinâmicas não modeladas [24]. Neste sentido, pode-se relaxar o desempenho por meio de controladores subótimos, dados pela solução do Corolário 1.

Como uma medida do tamanho dos ganhos, pode-se utilizar a norma euclidiana de  $K$ , dada por

$$\|K\| = \sqrt{\sum_{i=1}^4 k_i^2} \quad (22)$$

sendo  $k_i$  o  $i$ -ésimo elemento deste vetor.

A Figura 6(b) apresenta como a norma dos ganhos, obtidos por meio do Corolário 1, varia em função do raio. A Figura 6(c) apresenta uma análise conjunta das curvas anteriores, normalizadas pelos respectivos valores máximos, para o intervalo  $0,92 \leq r \leq 0,98$ , com  $r_{max}$  escolhido como 0,98 em função dos tempos de acomodação aumentarem significativamente a partir deste ponto.

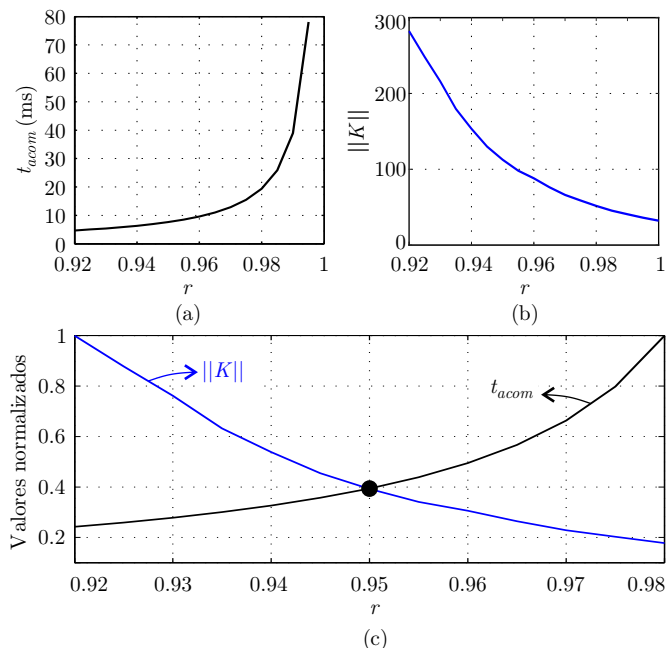


Fig. 6. Análises para os parâmetros da Tabela I: (a) tempo de acomodação do transitório em função do raio dado por (21); (b) ganhos do controlador em função do raio; (c) curvas (a) e (b) normalizadas para análise de *tradeoff*.

A Figura 6(c) permite uma análise de relação de compromisso, mostrando que a intersecção das curvas indica o ponto de melhor compromisso (ponto de melhor *tradeoff*) entre  $\|K\|$  e  $t_{acom}$ . Este ponto é dado por  $r = 0,95$ , permitindo que a norma dos ganhos seja reduzida, sem acréscimo significativo no tempo de acomodação.

Para  $r = 0,95$ , a partir de (21), tem-se que  $t_{acom} \simeq 9$  ms, sendo os ganhos obtidos com o Corolário 1 dados neste caso

por

$$K = \begin{bmatrix} -22,627 & -0,5616 & 79,163 & -76,791 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Para os ganhos (23), a Figura 7 apresenta os polos de malha fechada considerando uma varredura em  $L$  e  $R$  nos intervalos de incertezas paramétricas apresentados na Tabela I. Diferentemente do controlador convencional, avaliado na Figura 3(a), o controlador robusto, avaliado na Figura 7, garante que todos os polos permanecem estáveis e dentro do círculo de raio  $r = 0,95$ , conforme esperado.

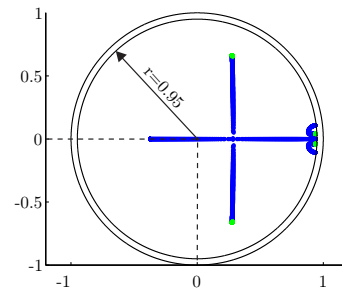


Fig. 7. Polos do sistema em malha fechada com controlador robusto com ganhos em (23), para variação paramétrica considerando os intervalos apresentados na Tabela I.

Uma simulação no tempo é apresentada na Figura 8, permitindo verificar o comportamento transitório da corrente de saída do sistema em malha fechada para quatro vértices denotados por  $v_1$  até  $v_4$  representado, respectivamente, as seguintes situações:  $[L_{min}, R_{min}]$ ,  $[L_{max}, R_{min}]$ ,  $[L_{min}, R_{max}]$  e  $[L_{max}, R_{max}]$ . É possível observar que, nos quatro vértices, o sistema converge para a referência satisfatoriamente e dentro do  $t_{acom}$  previsto (em até 9 ms). Verifica-se também que, nas situações descritas pelos vértices  $v_2$  e  $v_4$ , as respostas convergem ligeiramente mais rápido que para o caso dos vértices  $v_1$  e  $v_3$ . Cabe observar que variações em  $R_{max}$  e  $R_{min}$  causam alterações desprezíveis na dinâmica do sistema, o que é confirmado pela sobreposição das curvas na Figura 8.

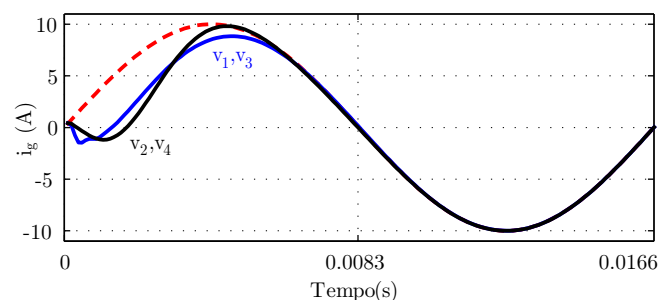


Fig. 8. Respostas do sistema em malha fechada com controlador robusto com ganhos (23).

Para os quatro vértices, a Figura 9(a) apresenta a resposta em frequência da referência  $i_{ref}$  para a saída  $i_g$ . É possível verificar que há ganho 0 dB e fase  $0^\circ$  em 60 Hz para todos os casos, confirmando o rastreamento desejado para a referência senoidal de corrente, nesta frequência, em regime permanente. A Figura 9(b) apresenta a resposta em frequência do distúrbio  $v_g$  para a saída  $i_g$  considerando os quatro vértices.

Verifica-se que há uma atenuação de -160 dB na frequência de 60 Hz, confirmando a boa rejeição ao distúrbio  $v_g$  e,

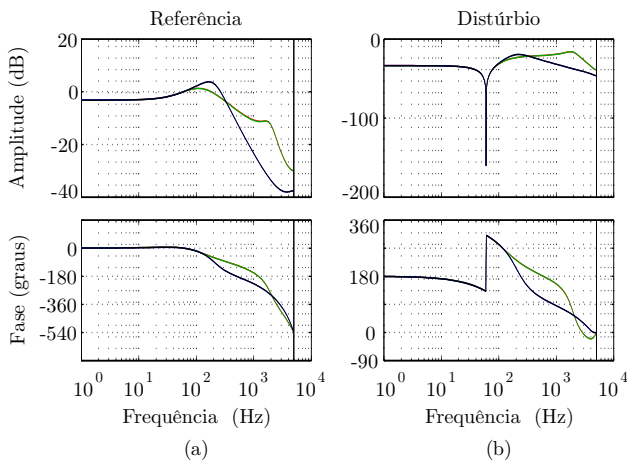


Fig. 9. Diagramas de Bode do sistema em malha fechada com controlador robusto com ganhos (23): (a) da referência para a saída; (b) do distúrbio para a saída.

portanto, que a operação do conversor contra a tensão senoidal da rede nesta frequência não trará prejuízo à resposta em regime permanente, o que será comprovado com os resultados do controle em tempo real, na próxima seção.

## V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO EM TEMPO REAL

A topologia apresentada na Figura 1 foi simulada em tempo real utilizando o sistema HIL modelo 402, da fabricante Typhoon HIL. Por apresentarem resultados muito próximos dos experimentais, plataformas como esta vêm sendo utilizadas para validar o projeto de conversores e controladores em eletrônica de potência, incluindo aplicações em redes inteligentes e *microgrids* [25]–[28].

O controle proposto é implementado utilizando um DSP Texas TMS32F28335. Para capturar os resultados utilizou-se um osciloscópio Tektronix modelo MDO 4054-3, sendo a interface entre DSP, osciloscópio e HIL realizada pela placa *u-grid interface 2.0*, também da fabricante Typhoon HIL. A Figura 10 apresenta a bancada de testes utilizada para obter os resultados mostrados na sequência.

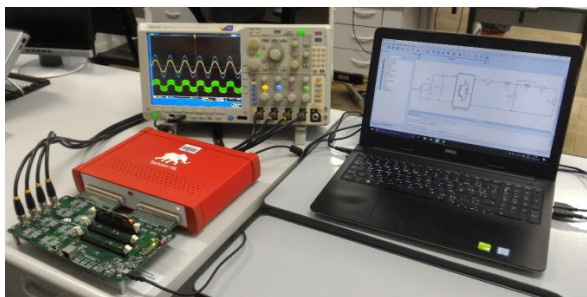


Fig. 10. Bancada de testes para validação do controlador proposto no HIL: DSP, placa de interface, simulador em tempo real e osciloscópio.

Foram realizados os seguintes ensaios para validação dos controladores: transitório de partida para operação com  $L_{min}$  e com  $L_{max}$ ; variação abrupta na indutância  $L$ ; variações no sinal de referência; análise de distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion – THD*) e de compatibilidade harmônica com a norma IEEE 1547 [29]. Cabe mencionar

que o controlador *deadbeat* convencional (15) apresentou resultados instáveis na implementação em HIL devido à saturação do sinal de controle.

Para verificar a viabilidade dos controladores ótimo e subótimo, a Figura 11(a) mostra um ensaio do sistema partindo com ganho (23) (controlador subótimo) comutando para o controlador com ganho (20) (controlador ótimo). Pode-se perceber claramente a viabilidade do controlador subótimo, com o sinal de controle na Figura 11(b), e a inviabilidade do controlador ótimo com a ação de controle saturada, mostrada na Figura 11(c).

Para confirmar a viabilidade do controlador subótimo (23), os demais ensaios mencionados anteriormente foram realizados no HIL. A Figura 12 apresenta a tensão da rede ( $v_g$ ), corrente injetada na rede ( $i_g$ ) e a tensão no ponto de conexão ( $v_{pcc}$ ), em regime permanente, para o sistema em malha fechada com ganhos em (23) no caso em que  $L = 2$  mH e  $R = 0,1$   $\Omega$ . É importante notar a partir desta figura, que o controlador proposto não utiliza a tensão  $v_{pcc}$  para o cômputo da ação de controle, o que é vantajoso do ponto de vista de uma maior simplicidade na implementação, não demandando projeto nem implementação de filtros para uso desta variável no controle.

Para uma melhor visualização dos resultados a seguir, optou-se por apresentar as demais respostas no tempo a partir dos dados em formato *csv* capturados pelo osciloscópio. O comportamento no transitório de partida até a acomodação do sistema e o erro de rastreamento são apresentados em detalhe para  $L_{min} = 2$  mH e  $L_{max} = 8$  mH na Figura 13 e na Figura 14, respectivamente. A referência de corrente segue as especificações apresentadas na Tabela I. A partir destas figuras verifica-se que a resposta transitória do sistema está de acordo com o projeto para ambos os casos, apresentando boa

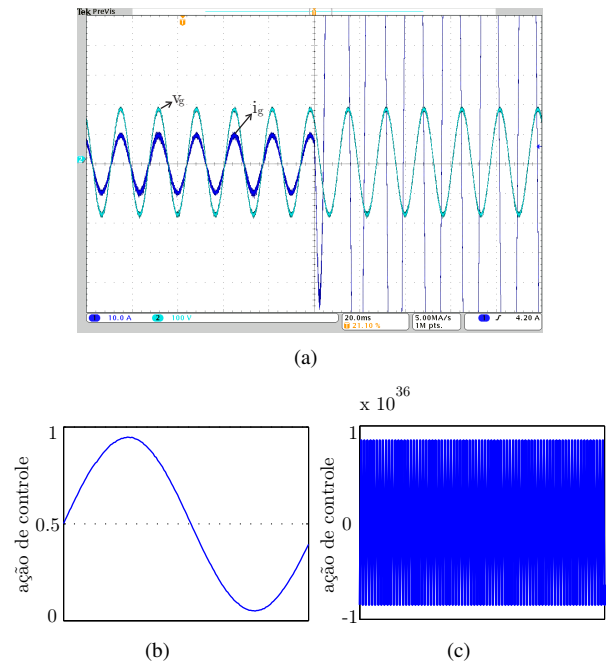


Fig. 11. (a) Tensão da rede  $v_g$  e corrente injetada  $i_g$  na rede para  $L = 2$  mH e  $R = 0,1$   $\Omega$ , para partida com o controlador subótimo e comutação para o controlador ótimo. (b) e (c) sinais de controle para o controlador subótimo e ótimo, respectivamente.

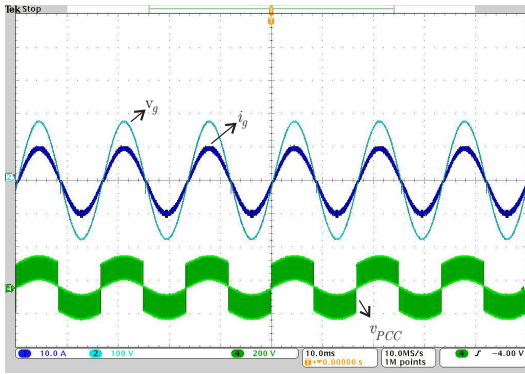
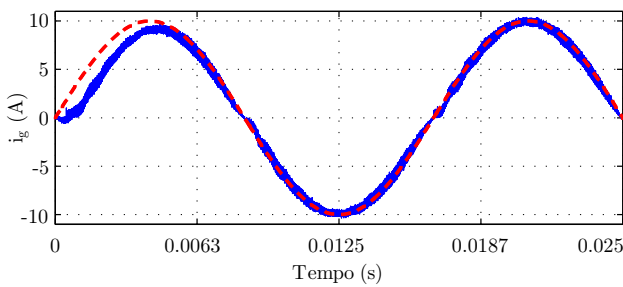
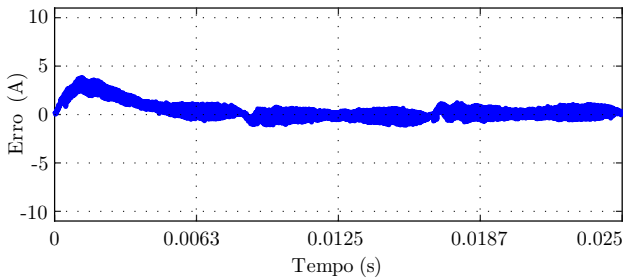


Fig. 12. Resultados do HIL: tensão da rede  $v_g$ , corrente injetada  $i_g$  na rede e tensão no ponto de conexão  $v_{pcc}$  para  $L = 2$  mH e  $R = 0,1 \Omega$ , com o controlador robusto com ganhos em (23).



(a)



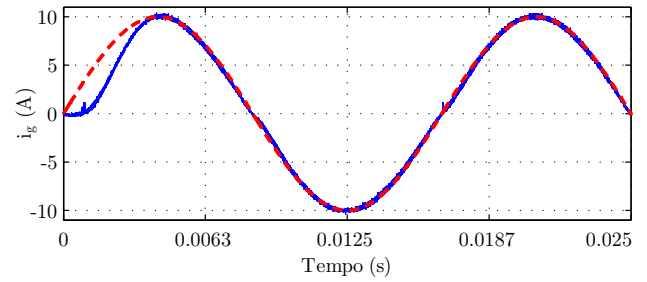
(b)

Fig. 13. Resultados do HIL para o controlador robusto com ganhos em (23). Referência (linha tracejada) e corrente  $i_g$  injetada na rede (linha contínua) para  $L = 2$  mH. (a) Resposta transitória e em regime permanente. (b) Erro de rastreamento.

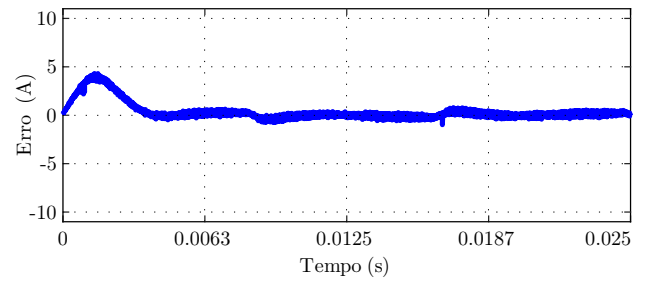
correspondência com os resultados de simulação apresentados na Figura 8. O maior *ripple* nos resultados da Figura 13(b) deve-se ao menor valor da indutância  $L$ , neste caso.

Visando verificar o comportamento do sistema frente a variações paramétricas, na Figura 15(a) tem-se o resultado de um ensaio de comutação do valor da indutância de  $L = 8$  mH para  $L = 2$  mH. Além do natural aumento na oscilação de corrente devido à redução da indutância do filtro, observa-se que o controlador atua adequadamente de modo a rastrear a referência de corrente com um tempo transitório em torno de 3 ms. Na Figura 15(b), tem-se o resultado da comutação da indutância de  $L = 2$  mH para  $L = 8$  mH. Novamente, verifica-se que o controlador é capaz de restabelecer o rastreamento da corrente após aproximadamente 9 ms, mesmo que a corrente injetada na rede tenha sofrido uma perturbação considerável.

A Figura 16 apresenta a resposta frente a variações na referência de corrente, ilustrando que o sistema em malha

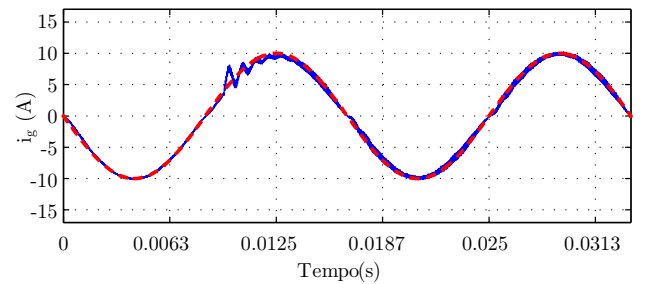


(a)

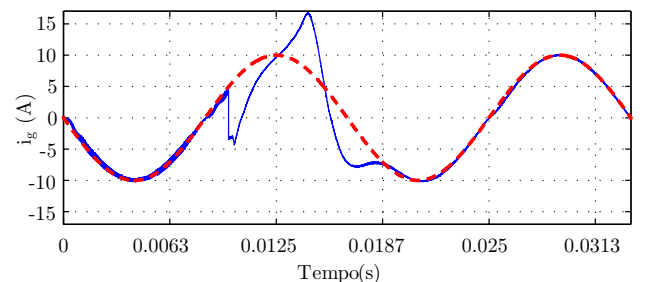


(b)

Fig. 14. Resultados do HIL para o controlador robusto com ganhos em (23). Referência (linha tracejada) e corrente  $i_g$  injetada na rede (linha contínua) para  $L = 8$  mH. (a) Resposta transitória e em regime permanente. (b) Erro de rastreamento.



(a)



(b)

Fig. 15. Resultado do HIL para o controlador robusto com ganhos em (23) frente a comutação de indutância durante a operação. (a) Variação de 8 mH para 2 mH. (b) Variação de 2 mH para 8 mH.

fechada com o controlador robusto também garante bom rastreamento neste ensaio.

Para comprovar a baixa distorção harmônica da corrente injetada na rede obtida com o controlador proposto, a Figura 17 apresenta a análise harmônica para um ciclo em regime permanente das formas de onda de correntes mostradas na Figura 13(a) e Figura 14(a). Uma comparação com os limites da norma IEEE 1547 [29] é realizada, a partir da qual

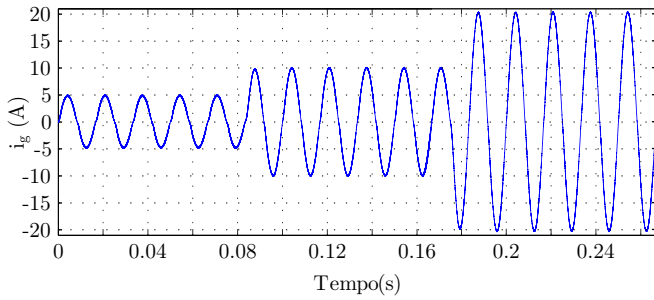


Fig. 16. Resultados do HIL para o controlador robusto com ganhos em (23), para variação da corrente de referência de 5 A para 10 A e, posteriormente, de 10 A para 20 A, com indutância nominal ( $L = 5$  mH).

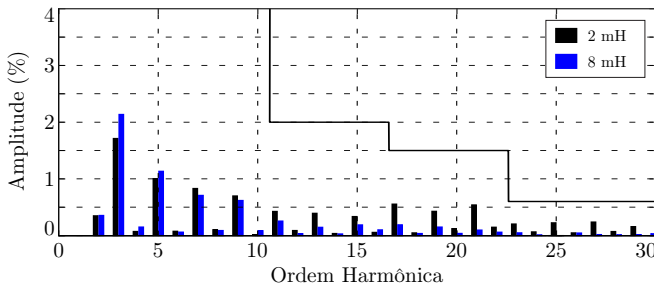


Fig. 17. Análise harmônica da corrente injetada na rede nas Figuras 13(a) e 14(a) e comparação com os limites da norma IEEE 1547. THD = 4,75% para  $L = 2$  mH e THD = 3,05% para  $L = 8$  mH.

verifica-se claramente que as correntes injetadas na rede estão de acordo com os limites da referida norma.

## VI. PROCEDIMENTO DE PROJETO

Para sistematizar os passos para obtenção de ganhos de controle ótimos e subótimos, tem-se o procedimento da Figura 18. Neste procedimento, obtém-se um controlador ótimo a partir do Teorema 1. Este controlador é testado no HIL. Caso o resultado não seja satisfatório, utiliza-se o Corolário 1 para obter o controlador subótimo de melhor *tradeoff*. Se necessário, relaxa-se este controlador aumentando o raio de alocação de polos. Para ilustrar o uso do procedimento proposto, considere um novo estudo de caso. Suponha que o sistema está sujeito agora a incertezas paramétricas percentualmente menores que no exemplo anterior, com valores nominais  $L = 2$  mH e  $R = 0,1 \Omega$ , e incertezas de  $\pm 10\%$  em ambos os parâmetros. Neste caso, o Lema 1 é factível e o Teorema 1 fornece ganhos que não satisfazem a simulação no HIL. Resolvendo o Corolário 1 tem-se as curvas na Figura 19(a). Pode-se observar que o ponto de melhor *tradeoff* é obtido para  $r = 0,83$ , que leva aos ganhos de controle dados por

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -22,014 & -0,850 & 178,399 & -162,663 \end{bmatrix} \quad (24)$$

que produzem resultados viáveis na simulação no HIL.

A Figura 19(b) confirma os polos de malha fechada respeitando o raio de alocação de 0,83, considerando uma varredura em  $L$  e  $R$  para o intervalo de incertezas paramétricas considerado, comprovando a alocação robusta.

A Figura 20(a) apresenta os resultados obtidos com o HIL para o sistema em malha fechada com ganhos em (24). A

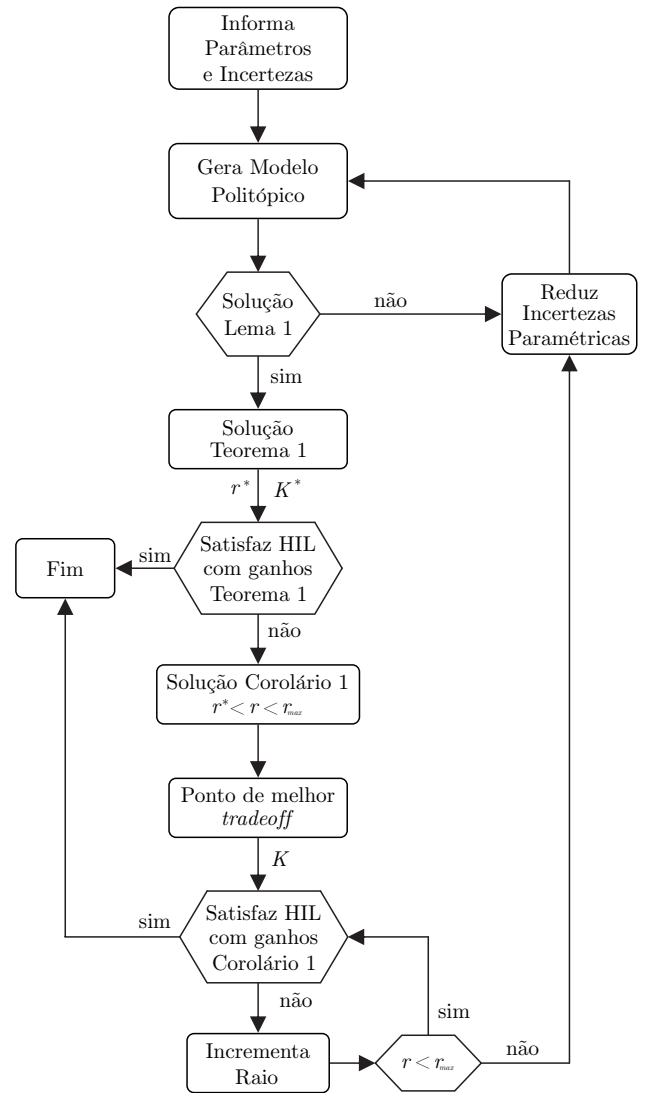


Fig. 18. Procedimento de projeto.

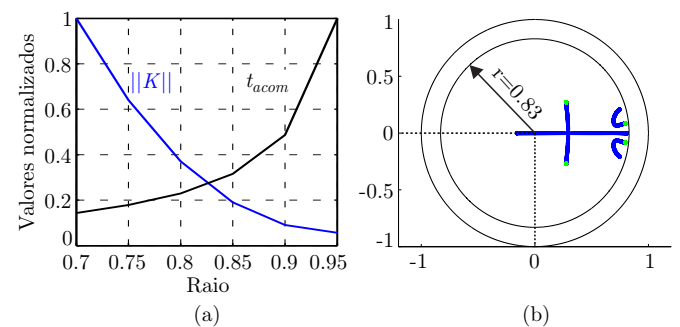


Fig. 19. Análise do sistema em malha fechada com o controlador robusto com ganhos em (24). (a) Relação entre  $\|K\|$  e  $t_{acom}$  em função do raio de alocação de polos. (b) Polos de malha fechada para incerteza de  $\pm 10\%$  em  $L$  e  $R$ .

Figura 20(b) mostra o detalhamento do transitório de partida, em que é possível notar que a redução no raio de alocação leva a uma resposta mais próxima da resposta *deadbeat* ideal, ilustrando o potencial de melhoria de desempenho com a redução das incertezas paramétricas. Os demais testes no HIL apresentados para o exemplo anterior foram repetidos para este caso, confirmando os bons resultados com os ganhos (24).



Finalmente, é importante mencionar que para os estudos de caso mostrados no artigo, o procedimento proposto na Figura 18 conduz a controladores viáveis, (23) e (24), em um tempo computacional<sup>1</sup> na ordem de 1 minuto, incluindo todas as soluções de LMIs no MATLAB e as execuções das simulações em HIL, o que evidencia o grande potencial de desenvolvimento rápido de controladores com o procedimento proposto.

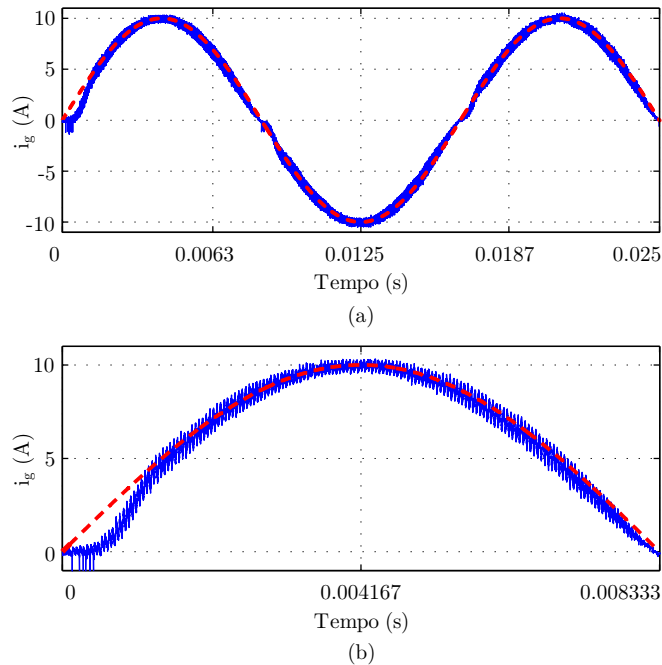


Fig. 20. Resultados do HIL para resposta do sistema em malha fechada com o controlador robusto com ganhos (24). (a) Corrente injetada na rede. (b) Detalhamento do transitório de partida da corrente injetada na rede.

## VII. CONCLUSÕES

Este artigo apresenta como contribuição um procedimento de projeto de controladores robustos a incertezas e variações paramétricas aplicado a conversores conectados à rede, baseado na solução de LMIs e em simulações em HIL. O procedimento fornece ganhos ótimos (controlador robusto *quasi-deadbeat*) e relaxações para controladores subótimos, que garantem uma boa relação de compromisso entre respostas transitórias e norma do ganho de controle. A implementação do controlador resultante é bastante simples, não sendo necessário o uso da tensão no PCC na lei de controle, o que evita o projeto e a implementação de filtros ou estimadores para esta variável. Isto também permite tratar indistintamente incertezas no filtro e na rede. Os ganhos fixos do controlador robusto são calculados *off-line*, sem necessidade de uso de identificadores e de algoritmos de adaptação dos ganhos como em estratégias de controle adaptativo. Extensões do procedimento proposto incluem aplicações com filtro LCL, para o caso trifásico e também sua utilização para outros conversores, indicando o potencial da técnica.

<sup>1</sup>Testes realizados em *notebook* com processador i7 e 8 GB de RAM.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq (Projeto 306197/2015-4), pelo suporte financeiro, e à empresa Typhoon HIL.

## REFERÊNCIAS

- [1] R. Teodorescu, M. Liserre, P. Rodríguez, *Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems*, Wiley - IEEE, John Wiley & Sons, 2011.
- [2] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*, Chapman & Hall, New York, NY, 1997.
- [3] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre, A. Timbus, "Overview of Control and Grid Synchronization for Distributed Power Generation Systems", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 5, pp. 1398–1409, oct. 2006.
- [4] R. Peña-Alzola, M. Liserre, F. Blaabjerg, R. Sebastián, J. Dannehl, F. W. Fuchs, "Analysis of the Passive Damping Losses in LCL-Filter-Based Grid Converters", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 6, pp. 2642–2646, june 2013.
- [5] S. Buso, P. Mattavelli, *Digital Control in Power Electronics*, Morgan & Claypool Publishers, 2006.
- [6] J. Dannehl, F. W. Fuchs, S. Hansen, P. B. Thogersen, "Investigation of Active Damping Approaches for PI-Based Current Control of Grid-Connected Pulse Width Modulation Converters With LCL Filters", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 46, no. 4, pp. 1509–1517, July 2010.
- [7] L. A. Maccari, Jr., J. R. Massing, L. Schuch, C. Rech, H. Pinheiro, R. C. L. F. Oliveira, V. F. Montagner, "LMI-Based Control for Grid-Connected Converters With LCL Filters Under Uncertain Parameters", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 7, pp. 3776–3785, July 2014.
- [8] L. A. Maccari, H. Pinheiro, R. C. Oliveira, e Vinícius F. Montagner, "Robust pole location with experimental validation for three-phase grid-connected converters", *Control Engineering Practice*, vol. 59, pp. 16–26, 2017.
- [9] A. Emami-Naeini, G. Franklin, "Deadbeat control and tracking of discrete-time systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 27, no. 1, pp. 176–181, Feb 1982.
- [10] D. G. Holmes, D. A. Martin, "Implementation of a direct digital predictive current controller for single and three phase voltage source inverters", in *IEEE IAS Annual Meeting*, vol. 2, pp. 906–913, 1996.
- [11] S. Buso, S. Fasolo, P. Mattavelli, "Uninterruptible power supply multiloop control employing digital predictive voltage and current regulators", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 6, pp. 1846–1854, November/December 2001.
- [12] A. Kawamura, R. Chuarayapratip, T. Haneyoshi, "Deadbeat control of PWM inverter with modified pulse patterns for uninterruptible power supply", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 35, no. 2, pp. 295–300, May 1988.

- [13] L. Malesani, P. Matavelli, S. Buso, “Robust dead-beat current control for PWM rectifiers and filters”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 3, pp. 613–620, May/June 1999.
- [14] W. Jiang, W. Ma, J. Wang, L. Wang, Y. Gao, “Deadbeat Control Based on Current Predictive Calibration for Grid-Connected Converter Under Unbalanced Grid Voltage”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 7, pp. 5479–5491, July 2017.
- [15] Y. He, H. S. H. Chung, C. N. M. Ho, W. Wu, “Use of Boundary Control With Second-Order Switching Surface to Reduce the System Order for Deadbeat Controller in Grid-Connected Inverter”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 3, pp. 2638–2653, March 2016.
- [16] A. Kawamura, T. Haneyoshi, R. G. Hoft, “Deadbeat controlled PWM inverter with parameter estimation using only voltage sensor”, in *IEEE Power Electronics Specialist Conference*, pp. 576–583, 1986.
- [17] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.
- [18] M. Chilali, P. Gahinet, P. Apkarian, “Robust pole placement in LMI regions”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 12, pp. 2257–2270, December 1999.
- [19] J. Daafouz, J. Bernussou, “Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parameter uncertainties”, *Systems & Control Letters*, vol. 43, no. 5, pp. 355–359, August 2001.
- [20] V. F. Montagner, V. J. S. Leite, P. L. D. Peres, “Design of a switched control with pole location constraints for a UPS system”, in *Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 1, pp. 441–446, 2004.
- [21] J. Daafouz, J. Bernussou, “Poly-quadratic stability and  $\mathcal{H}_\infty$  performance for discrete systems with time varying uncertainties”, in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, pp. 267–272, 2001.
- [22] K. Aström, B. Wittenmark, *Computer-controlled systems: theory and design*, Prentice Hall, 1997.
- [23] B. A. Francis, W. M. Wonham, “The internal model principle of control theory”, *Automatica*, vol. 12, no. 5, pp. 457–465, September 1976.
- [24] L. H. Keel, S. P. Bhattacharyya, “Robust, fragile, or optimal?”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 8, pp. 1098–1105, August 1997.
- [25] D. Majstorovic, I. Celanovic, N. D. Teslic, N. Celanovic, V. A. Katic, “Ultralow-Latency Hardware-in-the-Loop Platform for Rapid Validation of Power Electronics Designs”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 10, pp. 4708–4716, Oct 2011.
- [26] Z. R. Ivanovic, E. M. Adzic, M. S. Vekic, S. U. Grabic, N. L. Celanovic, V. A. Katic, “HIL Evaluation of Power Flow Control Strategies for Energy Storage Connected to Smart Grid Under Unbalanced Conditions”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 11, pp. 4699–4710, Nov 2012.
- [27] J. Chen, J. Chen, “Stability Analysis and Parameters Optimization of Islanded Microgrid with Both Ideal and Dynamic Constant Power Loads”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 4, pp. 3263–3274, 2018.
- [28] P. Chennamsetty, V. Kanakasabai, R. Naik, “A novel capacitor voltage balancing method in modular multilevel converters”, in *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 2099–2103, 2015.
- [29] *Standard for interconnecting distributed resources with electric power systems*, IEEE Std. 1547, 2011.

#### DADOS BIOGRÁFICOS

**Caio Ruviaro Dantas Osório**, engenheiro eletricitista (2015) e mestre em Engenharia Elétrica (2017) pela Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil, onde atualmente realiza seu doutoramento. Suas áreas de interesse são: controle aplicado à eletrônica de potência e controle robusto.

**Gustavo Guilherme Koch**, engenheiro eletricitista (2013) e mestre em Engenharia Elétrica (2015) pela Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil, onde atualmente realiza seu doutoramento. Suas áreas de interesse são: controle aplicado e controle robusto.

**Lucas Cielo Borin**, graduando em Engenharia de Computação (2017) pela Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil. Suas áreas de interesse são: microeletrônica e controle aplicado.

**Iury Cleveston**, graduando em Engenharia de Computação (2017) pela Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil. Em 2015, passou um período como intercambista na Kettering University, EUA. Suas áreas de interesse são: inteligência artificial e mineração de dados.

**Vinicius Foletto Montagner**, possui graduação (1996) e mestrado (2000) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria, doutorado em Engenharia Elétrica (2005) e pós-doutorado (2006) pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente é Professor da Universidade Federal de Santa Maria. Suas áreas de interesse incluem: estabilidade robusta, controle de sistemas incertos, otimização e controle aplicado.