

CONTROLADOR ROBUSTO MPC-LMI APLICADO AO CONVERSOR *BOOST* COM CÉLULA DE COMUTAÇÃO DE TRÊS ESTADOS

Marcus V. S. Costa¹, Francisco E. U. Reis¹, José C. T. Campos¹, Fabricio G. Nogueira¹ Otacilio M. Almeida^{1,2}

¹Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, Brasil

²Universidade Federal do Piauí, Teresina – PI, Brasil

e-mail: marcus12jc@hotmail.com, evertsonx@gmail.com, teles@ufc.br, otacilio@ufpi.edu.br

Resumo – Este artigo propõe uma estratégia de controle preditivo baseado em modelo aplicado a um conversor *boost* com célula de comutação de três estados que confere mais simplicidade e sistematização nas fases de projeto e análise do controlador, cujo ganho integral ajustável dispensa o reprojetado nas matrizes de ponderação. Para simplificar a análise de estabilidade do controlador, utiliza-se o conceito de elipsoides de estabilidade, um assunto ainda pouco explorado neste contexto. O controle preditivo proposto parte da modelagem da planta no espaço de estados médio linear e variante no tempo, cujas variações paramétricas são tratadas como incertezas politópicas expressas por meio de desigualdades matriciais lineares (LMIs) com relaxações. Aspectos teórico-experimentais são aplicados e analisados em um conversor de 1 kW com incertezas na tensão de entrada e na carga. Além disso, para estabelecer uma base de desempenho, o MPC proposto é comparado com o controlador LQR clássico conhecido na literatura. A estratégia de controle proposta apresenta vantagens considerando as variações do modelo decorrente dos testes de cargas em aplicações de conversores estáticos CC-CC.

Palavras-chave – Conversor *Boost*, Controle Robusto, Modelo *Boost* Linear Variante no Tempo, MPC-LMI Relaxado *Offline*.

ROBUST MPC-LMI CONTROLLER APPLIED TO THREE STATE SWITCHING CELL BOOST CONVERTER

Abstract – This paper proposes a Model Predictive Control (MPC) strategy applied to Three State Switching Cell *boost* converter which leads more simplicity to the design steps and analysis to the controller, whose adjustable integral gain does not need the redesign of weighting matrices. To simplify the controller analysis, the ellipsoid stability concepts are used, a field few explored in this context. The proposed MPC starts from of Linear Time Varying(LTV) state space plant modeling whose parametric variables are modeled as polytopic uncertainties via linear matrix inequalities (LMIs) approach with relaxations. Theoretical and experimental aspects are applied to 1 kW *boost* converter

with voltage input and load uncertainties. Moreover, to lead the performance testing, the proposed MPC is compared with the classical LQR known in the literature. The proposed control strategy presents advantages considering the model variations due to load testing in DC-DC converters applications.

Keywords – Boost Converter, Linear Time Varying Boost Model, *Offline* Relaxed MPC-LMI, Robust Control.

I. INTRODUÇÃO

Na última década, observou-se um número crescente de aplicações de controle digital em estruturas de eletrônica de potência. Este sucesso deve-se, principalmente, ao aprimoramento nas estruturas dos dispositivos eletrônicos e microprocessadores assim como aos recentes avanços da teoria do controle [1], [2].

Entre as áreas de interesse de aplicações de controle na eletrônica de potência está o estudo de conversores DC-DC [2]–[6], com destaque ao conversor *boost*. Este conversor de topologia simples apresenta algumas peculiaridades referentes à sua modelagem tais como os efeitos da fase não mínima e variações de parâmetros como resistência de carga e tensão de entrada conforme a literatura [2], [7], [8]. Tradicionalmente, são utilizadas técnicas indiretas para o controle do conversor, como o controle de tensão e o controle de corrente empregados em cascata [9]. Estas técnicas desacoplam o efeito da fase não mínima via funções de transferência de corrente e de impedância. Outras técnicas menos convencionais são também aplicadas como: controle algébrico não linear [2], controle fuzzy [6], [10], controlador por modos deslizantes [4] e o controlador preditivo [11]–[13].

Os controladores preditivos têm se mostrado atrativos em aplicações com conversores estáticos e em dispositivos de acionamentos elétricos. Proposto inicialmente por [12], o conceito de controle preditivo tem se mostrado aplicável em conversores AC-AC e AC-DC conforme visto em [14]–[17].

Entre outras vantagens, o controle preditivo baseado em modelo (MPC) permite a inclusão de restrições nas variáveis de entrada e saída na sua estrutura, permitindo que o controlador seja mais robusto diante das variações paramétricas do sistema e limitações de operação [1], [18]–[20]. Cada extremo destas variações podem ser politopicamente modeladas usando LMIs (*Linear Matrix Inequalities*) [21], [22], cuja aplicação enfatiza o modelo preditivo de horizonte infinito [23], [24].

Este artigo propõe a aplicação teórica e experimental de um

Artigo submetido em 07/06/2016. Primeira revisão em 22/08/2016. Aceito para publicação em 17/10/2016 por recomendação do Editor Marcelo Cabral Cavalcanti.

controle preditivo baseado em modelo de horizonte infinito (*Infinite Horizon Model Predictive Control - IH-MPC*) *offline* robusto utilizando-se de LMIs com relaxações [24], [25] para tratar as variações paramétricas do modelo e as restrições do sinal de controle conforme as especificações de projeto do conversor [1], [18], [19]. O conversor utilizado neste trabalho consiste de um *boost* com Célula de Comutação de Três Estados (CCTE) [26] de 1 kW controlado através do MSP430G2553 Launchpad da *Texas Instruments*, cuja topologia de diagrama de blocos de controle baseia-se no modelo de [27], [28] de acordo com a Figura 1.

Para obtenção do ganho do controlador MPC-LMI, propõe-se a utilização de elipsoides de estabilidade criados em uma "lookup table" conforme [29]. Escolhida a elipsoide, a lei de controle é implementada digitalmente no microcontrolador usando os princípios do controle por espaços de estados discreto [27], [30]. Além disso, o desempenho da malha do controlador pode ser ajustado usando-se dos graus de liberdade do ganho integral sem a necessidade de reprojeto das matrizes de ponderação, garantindo mais simplicidade em caso de sintonia do controlador. O controlador MPC proposto é comparado ao LQR com ação integral (LQI) clássico visando mostrar o desempenho do controlador proposto diante do modelo conhecido em literatura, considerando as mesmas condições de operação. A divisão deste artigo é dada pelas seguintes partes: a seção II consiste na modelagem matemática do conversor no espaço de estados, bem como as incertezas existentes no processo; a seção III apresenta a estratégia de controle proposta com detalhes; na seção IV, é mostrada a análise dos resultados dos ganhos obtidos via simulação e dos resultados experimentais e a seção V finaliza este estudo com as conclusões e contribuições deste trabalho.

II. CONVERSOR BOOST

A Figura 1 apresenta o conversor DC-DC proposto por [26], [31]. Os conversores CCTE caracterizam-se pelo método de chaveamento otimizado, garantindo maior rendimento percentual na sua operação. O *boost* em estudo converte a faixa de tensão de entrada de 26 – 36 V para 48 V com carga variável de 380 – 1000 W como pode ser visto na Tabela I.

Os detalhes da teoria e do princípio de chaveamento são vistos nos trabalhos de [26], [31]. A Tabela I mostra as especificações e parâmetros de projeto do conversor original.

TABELA I
Parâmetros do Conversor Boost

Parâmetros	Valores
Tensão de Entrada (V_g)	26-36[V]
Tensão de Saída (V_o)	48 [V]
Ciclo de Trabalho (D_{cycle})	0,25 – 0,46
Frequência de chaveamento (f_s)	20,8[kHz]
Período de Amostragem (T_s)	1[ms]
Indutor de Filtro (L)	35[μH]
Capacitor de saída (C_o)	4400[μF]
Resistência série intrínseca do Capacitor (R_{co})	26,7[mΩ]
Carga (R_o)	2,3 - 6,2[Ω]
Potência de saída	380-1000[W]
Ganho do sensor de Corrente H_i	0,02
Ganho do sensor de tensão H_v	0,025
Resolução A/D	0-1023(10 bits)
Resolução PWM Digital	0-389

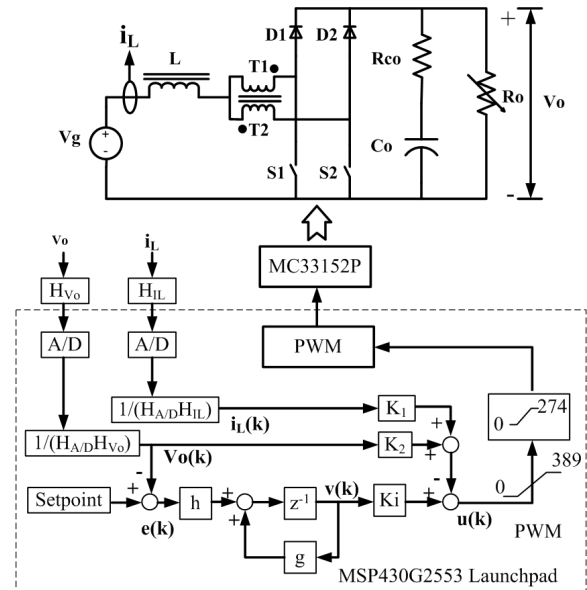


Fig. 1. Modelo proposto.

A. Equacionamento do Modelo

As expressões do *boost* utilizado no Modo de Condução Contínua (MCC) e no espaço de estados médio [32] são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_t x + B_t u \\ y &= C_t x + D_t u \end{aligned} \quad (1)$$

onde

$$A_t = \begin{bmatrix} -\frac{(1-D_{cycle})}{L}(R_{co}||R_o) & -\frac{(1-D_{cycle})R_o}{L(R_{co}+R_o)} \\ \frac{(1-D_{cycle})R_o}{C_o(R_{co}+R_o)} & -\frac{1}{C_o(R_{co}+R_o)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B_t = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_o}{L}\right) \frac{(1-D_{cycle})R_o+R_{co}}{R_o+R_{co}} \\ -\frac{R_o}{R_o+R_{co}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ R' \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$C_t = \begin{bmatrix} (1-D_{cycle})(R_{co}||R_o) & \frac{R_o}{(R_{co}+R_o)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$D_t = -V_g \frac{R_{co}||R_o}{R'} \quad (5)$$

sendo A_t , B_t , C_t e D_t as matrizes no espaço de estados médio variante no tempo e $R' \triangleq (1-D_{cycle})^2 R_o + D_{cycle}(1-D_{cycle})(R_{co}||R_o)$, $x = [i_L V_c]^t$, onde i_L é a corrente no indutor, V_c é a tensão no capacitor, u é o sinal de controle e $y = V_o$, V_o é a tensão de saída no conversor.

B. Análise de Incertezas do Conversor

A partir da Tabela I, o modelo no espaço de estados (2), (3), (4) e (5) são diretamente influenciadas pelas variações os parâmetros da tensão de entrada V_g e da carga R_o . Isto porque a variação da tensão de entrada muda constantemente o ciclo de trabalho em regime permanente do conversor e a variação da carga influencia na resistência de carga, que está presente em todas as matrizes do espaço de estados do conversor.

Situações análogas são vistas em [18], que segue a teoria abordada por [22] e [21]. O controle do conversor deve

garantir a estabilidade e a robustez do sistema. Logo, observa-se que $V_g \in [26, 36]$ V e $Pot \in [380, 1000]$ W podem ser modelados politopicamente [21]. Portanto, V_g e Pot variam de modo que $\dot{x} = A(p)x + B(p)u$ e $y = C(p)x + D(p)u$, sendo $p = f(V_g, Pot)$, que é o conjunto de pontos de operação do conversor conforme visto na Tabela I.

Sendo $R_o = f(Pot)$ e $D_{cycle} = f(V_g)$, segue que

$$R_o = f(Pot) = \frac{V_o^2}{Pot}, Pot \in [380, 1000] \quad (6)$$

e

$$D_{cycle} = f(V_g) = 1 - \frac{V_g}{V_o}, V_g \in [26, 36] \quad (7)$$

Deste modo, o modelo no espaço de estados aplicado ao *boost* constitui-se de um sistema do tipo linear com parâmetros variáveis. Sendo $n = 2$ parâmetros variantes, $p = 2^n \rightarrow p = 2^2 = 4$ matrizes politópicas do conversor.

III. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Nesta seção são abordados os conceitos sobre o diagrama de blocos proposto, as bases do MPC com otimização LMI relaxado e a aplicação do algoritmo *offline* aplicado ao *Boost* CCTE.

A. Diagrama de Blocos Proposto

Dois estratégias de controle no espaço de estados são utilizadas no controle do *boost* proposto. Visando facilitar a análise, discretiza-se A, B, C e D a partir de (2),(3),(4) e (5). A Figura 2 apresenta o diagrama de blocos proposto neste trabalho para obtenção do ganho de controle do conversor [27], [28].

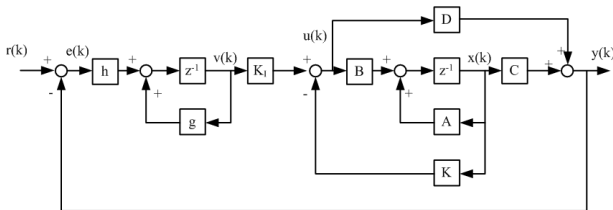


Fig. 2. Diagrama de blocos proposto.

As expressões do modelo são dadas por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (8)$$

$$v(k+1) = gv(k) + he(k) \quad (9)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (10)$$

$$u(k) = -Kx(k) + K_I v(k) \quad (11)$$

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (12)$$

em que g, h são as matrizes que correspondem ao grau de liberdade do diagrama de blocos de ação integral. As expressões do modelo aumentado são dadas por [28]:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -hC & g \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ -hD \end{bmatrix} \quad (13)$$

As expressões de malha fechada são

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BK & BK_I \\ -h(C-DK) & g-hDK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} r(k) \quad (14)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} (C-DK) & DK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

de modo que

$$A_{mf} = \begin{bmatrix} A-BK & BK_I \\ -h(C-DK) & g-hDK_I \end{bmatrix}, B_{mf} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$C_{mf} = \begin{bmatrix} (C-DK) & DK_I \end{bmatrix}, D_{mf} = 0$$

onde A_{mf}, B_{mf}, C_{mf} e D_{mf} são as matrizes de malha fechada.

B. Controle MPC via LMIs com Relaxações Aplicado ao Conversor

Considere um sistema baseado no índice de desempenho quadrático com horizonte de predição infinito de pior caso definido por [23]:

$$\min_{u(k)} \max_{\Omega} J_{\infty}(k)$$

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [\hat{x}(k+i|k)^T Q_1 \hat{x}(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)] \quad (17)$$

sendo $[\hat{A}(k+i) \hat{B}(k+i)] \in \Omega$ o conjunto de matrizes no espaço de estados do conversor, $u(k) = F(k)x(k+i|k)$, $Q_1 \geq 0$ e $R > 0$. O controle preditivo baseado em modelo (*Model Predictive Control*) cujo índice de desempenho é definido em (17), considerando o sistema no espaço de estados Linear Variante no Tempo (*Linear Time Varying-LTV*):

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}(k)x(k) + \hat{B}(k)u(k)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} C(k) & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}(k)} \hat{x}(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} D(k) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{D}(k)} u(k) \quad (18)$$

de modo que

$$[\hat{A}(k) \hat{B}(k)] \in \Omega$$

em que $u(k)$ é o sinal de controle enviado ao PWM do conversor tal que $0 \leq u(k) \leq 1$, $\hat{x}(k)$ é o vetor de estados expandido, tal que $\hat{x} = [i_L \ V_{co} \ v]^T$ e $y(k)$ é a tensão de saída V_o do conversor cujo vetor de estados $x(k)$ segue a definição de malha aberta, todos de dimensão compatível com o modelo da planta proposta. Considera-se $[\hat{A} \ \hat{B}] \in \Omega$ um conjunto politópico convexo, tal que $\Omega \in Co\{[\hat{A}_1 \ \hat{B}_1] \dots [\hat{A}_p \ \hat{B}_p]\}$ o qual o sistema LTV pode ser representado por um conjunto de politopos modelados via LTI. Cada politopo é modelado como um vértice convexo.

A proposta do MPC *offline* com relaxações LMIs baseia na formulação de [24] com o teorema *offline* de [29].

Considerando os pontos de operação do conversor conforme (6) e (7), observa-se que o conversor pode ser modelado obedecendo os politopos de operação.

Baseado nessa teoria, o controlador pode ser projetado obedecendo restrições no ciclo de trabalho e na saída do modelo, de modo que

$$\begin{aligned} |u_r(k+i|k)| &\leq u_{r,\max}, i \geq 0, r = 1, 2, \dots, n_u \\ |y_r(k+i|k)| &\leq y_{r,\max}, i \geq 0, r = 1, 2, \dots, n_y \end{aligned} \quad (19)$$

Portanto, através de (13), (17), (18) e (19), são estabelecidas restrições LMIs expandidas inspirados em [23], [24], [29]. A formulação MPC *offline* por LMIs com relaxações no espaço de estados expandidos são dados por:

$$\min_{\gamma} \quad \gamma \quad (20)$$

$$\left[\begin{array}{cc} \hat{A}(k+i) & \hat{B}(k+i) \end{array} \right]_{\in \Omega, i \geq 0}$$

$$\left[\begin{array}{cc} 1 & x(k|k) \\ x(k|k) & Q_j \end{array} \right] \geq 0, Q_j > 0 \quad (21)$$

$$\left[\begin{array}{cccc} G+G^T-Q_j & * & * & * \\ \hat{A}_j G + \hat{B}_j Y & Q_j & * & * \\ Q_j^{1/2} G & 0 & \gamma I & * \\ R^{1/2} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{array} \right] \geq 0, i = 1, \dots, L \quad (22)$$

$$\left[\begin{array}{cc} X & Y \\ Y^T & G+G^T-Q_j \end{array} \right] \geq 0, X_{rr} \leq u_{r,\max}^2, r = 1, 2, \dots, n_u \quad (23)$$

$$\left[\begin{array}{cc} Z & C(\hat{A}_j G + \hat{B}_j Y) \\ * & G+G^T-Q_j \end{array} \right] \geq 0, Z_{rr} \leq y_{r,\max}^2, r = 1, 2, \dots, n_y \quad (24)$$

onde $\hat{F} = YG^{-1}$ e $J_\infty(k) \leq V(k+i|k) \leq \gamma$.

Teorema 1. [24] Dado um problema de otimização via LMI com as seguintes restrições $\min_{Y,G,Q_j} \gamma$ (21), (22), (23). Se tais LMIs alcançam a solução para todo tempo discreto k , então estas admitem solução para todas as condições futuras mantendo-se as restrições supracitadas.

Portanto, se a lei de controle para horizonte recente no espaço de estados pode ser calculado passo a passo via restrições LMIs do paragrafo anterior, então existe solução \hat{F} que estabiliza (18) para todo tempo discreto k .

Prova. Vide em [24] que apresenta detalhes da demonstração, que segue princípio análogo ao descrito em [23]. ■

Lema 1. Considere uma planta modelada de acordo com (18) e a realimentação de estados dado por $u(k) = YG^{-1}\hat{x}(k)$, em que Y e G são obtidos através do algoritmo do Teorema 1 para um sistema no espaço de estados com condição inicial em \hat{x}_0 . Então, o subsistema $\mathcal{E} = \left\{ \hat{x} \in \mathcal{R}^{n_x} \mid \hat{x}' G^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_j^{-1} \hat{x} \leq 1 \right\}$ no espaço de estados definido em \mathcal{R}^{n_x} , sendo n_x o número de linhas do vetor \hat{x} , é considerado uma elipsoide invariante assintoticamente estável.

Prova. Conforme procedimento análogo à [29], seja G uma matriz semidefinida positiva que permite relaxação conforme proposto por [24]. Se para o procedimento online de [24], existe $\hat{F} = YG^{-1}$ para todo tempo discreto k conforme Teorema 1, logo, dado um conjunto de \hat{x} obtido via resposta impulso malha aberta de (18) com condições iniciais não nulas, existirá para cada tempo k , uma solução tal que $\hat{x}' G^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_j^{-1} \hat{x} \leq 1$ à medida que $\hat{x} \rightarrow 0$.

Com base na definição de elipsoide proposta por [29] e com o Lema 1 o algoritmo do controlador MPC via LMI *offline* segue procedimento análogo ao Teorema 1.

Algoritmo 1 (Restrições MPC robusto via LMIs *offline* [29]). Considere um sistema incerto (18) sujeito as restrições (19). Para um sistema *offline*, dado uma condição inicial de pontos x_2 obtido via resposta impulsiva de malha aberta, gera-se uma sequencia de minimizadores $\gamma_i, Q_{i,j}, G_i, X_i, Y_i$ e $Z_i (i = 1, \dots, N)$. Tome $i := 1$

1. compute os minimizadores $\gamma_i, G_i, Q_{i,j}, X_i, Y_i$ e Z_i , sendo $i \in N$ e $j \in p$, com base no Teorema 1 com as restrições adicionais $G_{i-1} > G_i, G_i > Q_{i,j}$ e armazene G_i^{-1}, F_i, X_i e Y_i em uma look-up table;
2. se $i < N$, escolha o estado $(x_2)_{i+1}$ satisfazendo $\|\hat{x}_{i+1}\|_{G_i^{-1}}^2 \leq \|\hat{x}_{i+1}\|_{Q_{i,j}^{-1}}^2 \leq 1$. Tome $i := i + 1$ e vá para o passo 1.

Para o processo online, dado uma condição inicial $\|\hat{x}(0)\|_{G_1^{-1}}^2 \leq 1$, tome o estado $x(k)$ para o respectivo tempo k . Desenhe a busca envolta de G_i^{-1} na look-up table para encontrar o maior índice i (ou equivalente, a menor elipsoide $\mathcal{E}_i = \left\{ x \in \mathcal{R}^{n_x} \mid \hat{x}' G_i^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_{i,j}^{-1} \hat{x} \leq 1 \right\}$) de modo que $\|\hat{x}(k)\|_{G_1^{-1}}^2 \leq \|\hat{x}(k)\|_{Q_{i,j}^{-1}}^2 \leq 1$.

Aplique a lei de controle $u(k) = F_i \hat{x}(k)$.

Para implementação do Algoritmo 1 no conversor, adota-se x_2 como a resposta impulsiva do conversor *boost* de malha aberta, considerando as expressões (2), (3), (4) e (5), sendo a condição inicial a tensão de referencia V_o da Tabela I e a corrente armazenada no indutor no modo de condução contínua.

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta seção trata da escolha das elipsoides de estabilidade para implementação e análise do controle via simulações e resultados experimentais.

A. Determinação das Elipsoides de Estabilidade

A escolha das elipsoides é feita pela aplicação do Algoritmo 1. Para isto, é estabelecida uma resposta ao impulso com cerca de 20 pontos da saída do modelo [29]. Considera-se o modelo com as condições iniciais no modo de condução contínua para as condições nominais de carga. Portanto $x_0 = [I_L \ V_{co}]^T = [10, 54 \ 48]^T$ para plena carga de 1000 W e $V_g = 36$ V.

Para resposta ao impulso do conversor, obteve-se um conjunto de 20 pontos de tensão, sendo $x_{set} = [x_{1set} \ x_{2set}]^T = [I_L \ V_o]^T$, tal que x_{1set} consiste na corrente no indutor no MCC e pela seguinte sequência de

vetores $x_{2set} = [47,8177; -4,4958; 12,0935; -9,0430; 4,4391; -1,3526; -0,0358; 0,3901; -0,3208; 0,1678; -0,0567; 0,0034; 0,0122; -0,0113; 0,0063; -0,0023; 0,0003; 0,0004]$. Considerando-se a topologia do diagrama de blocos proposto neste trabalho. Observa-se que a matriz G possuirá dimensão 3×3 com base na modelo expandido do modelo no espaço de estados. Portanto a construção gráfica do sistema será um conjunto de elipsoides 3D com base no Algoritmo 1.

A Figura 3 apresenta a construção da elipsoide das matrizes G_i do conversor. O índice i varia de 1 à 20 conforme definido por [29] para os conjuntos de pontos da resposta ao impulso do x_{2set} . A medida que N se aproxima de 20, o tamanho da elipsoide diminui, comprovando a estabilidade de malha fechada em regime permanente. A Figura 4 apresenta a trajetória da resposta impulso do conversor no modo LTV com o controlador MPC-LMI relaxado para $N = 2$ do conjunto de elipsoides, considerando a expressão de malha fechada em (16). Observa-se que a trajetória da resposta é estável e está dentro dos limites de operação impostos pelo processo de otimização, comprovando a imposição dada pelo Teorema 1.

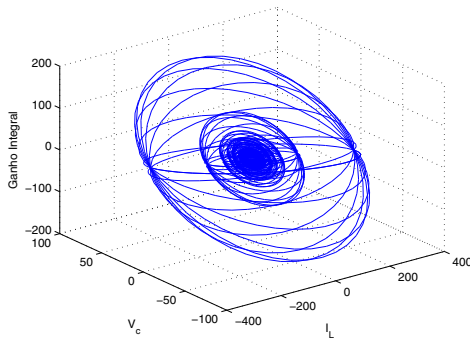


Fig. 3. Elipsoides de estabilidade do conversor.

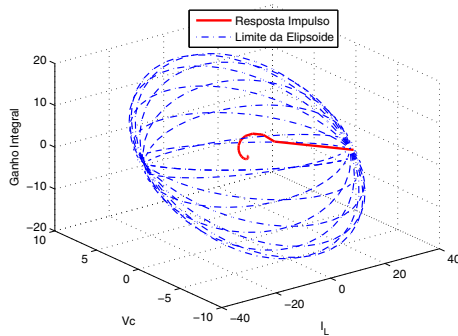


Fig. 4. Trajetória da resposta impulso do conversor submetido à elipsoide de estabilidade.

Cita-se ainda que o controlador é projetado considerando a limitação do sinal de controle em $u_{max} = 1$ para o modelo do conversor *boost* equivalente de acordo com a Tabela I. Portanto, o algoritmo MPC-LMI relaxado fará uso da expressão (23) para limitação do sinal de controle considerando o valor máximo do ciclo de trabalho admitido na teoria.

B. Obtenção dos Ganhos dos Controladores

O conversor *boost* simulado foi implementado em Matlab usando o modelo do espaço de estados a partir das equações (2), (3), (4) e (5). Logo, os pontos de operação do conversor para $T_s = 1$ ms são dados por:

- f(36 V,1000 W)

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,3004 & -7,7425 \\ 0,0616 & -0,1297 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 581,3690 \\ 66,4196 \end{bmatrix}, \\ C_1 = [0,0198 \quad 0,9886], D_1 = -0,7290. \quad (25)$$

- f(26 V,1000 W)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0,0790 & -8,5640 \\ 0,0681 & 0,2526 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 864,1013 \\ 54,7401 \end{bmatrix} \\ C_2 = [0,0143 \quad 0,9886], D_2 = -1,0036. \quad (26)$$

- f(36 V,380 W)

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0,3268 & -7,9563 \\ 0,0633 & -0,1286 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 542,6843 \\ 69,9344 \end{bmatrix} \\ C_3 = [0,0199 \quad 0,9956], D_3 = -0,2797. \quad (27)$$

- f(26 V,1000 W)

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0,0589 & -8,8488 \\ 0,0704 & 0,2733 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 825,3521 \\ 59,8773 \end{bmatrix} \\ C_4 = [0,0144 \quad 0,9956], D_4 = -0,3864. \quad (28)$$

As matrizes de ponderação escolhidas são $Q = I_3$ e $R = 0.1$, $h = 1$ e $g = 1$, de modo que ambos os parâmetros são utilizados para o controle LQR clássico e o controle MPC-LMI para $N = 20$. Os ganhos de realimentação são dados por

$$K_{MPC} = - [F_1 \quad F_2] = [9,8024 \times 10^{-5} \quad -0,0071]; \\ K_{IMPC} = F_3 = 0,0010; \quad (29)$$

e

$$K_{LQI} = [-1,6225 \times 10^{-4} \quad -0,0094]; \\ K_{ILQI} = 0,0013 \quad (30)$$

onde (29) e (30) representam os ganhos dos controladores MPC-LMI e LQI tradicional respectivamente.

C. Resultados de Simulação

A simulação foi executado em Simulink. O passo de simulação do conversor é executado para $T_{step} = 1 \mu s$ e $T_s = 1$ ms. Além disso, a carga varia de 380 W - 1000 W - 380 W conforme Figura 5, onde o estado 0 indica o degrau desligado e 1 indica o degrau acionado em 1 kW.

A Figura 6(a) apresenta a tensão de saída para $V_g = 36$ V. O controlador MPC possui uma resposta ligeiramente melhor que o LQI. Entretanto, na Figura 6(b), o MPC garante uma recuperação mais suave se comparada com resposta oscilatória do LQI.

A Figura 7 apresenta comportamento análogo à resposta da tensão de saída. Existe a transferência de potência para carga. Contudo, o modelo LQI mantém comportamento oscilatório

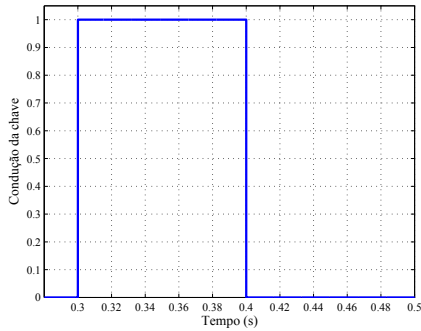
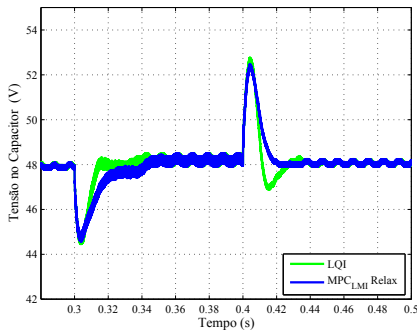
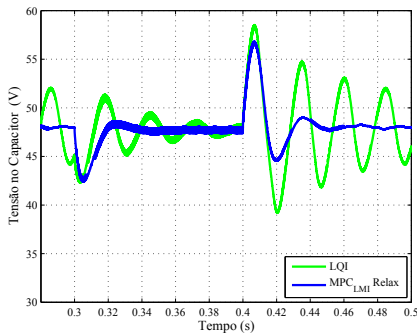


Fig. 5. Degrau de carga aplicado na simulação.



(a)



(b)

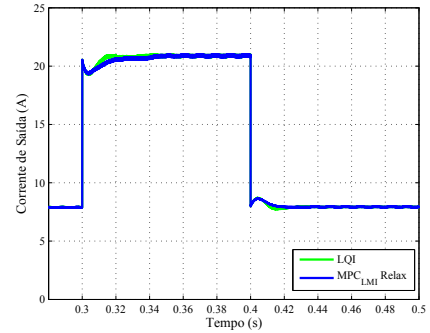
Fig. 6. Tensão de saída para degrau de carga (380 W - 1000 W - 380 W). (a) $V_g = 36$ V. (b) $V_g = 26$ V.

da corrente de saída para $V_g = 26$ V.

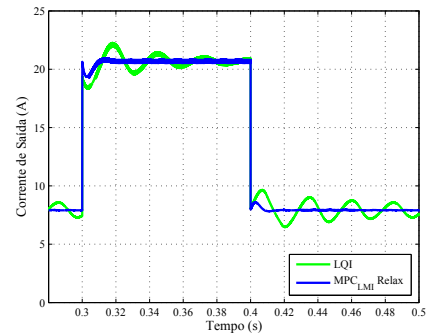
Na Figura 8(a), o controlador MPC apresenta-se ligeiramente mais suave que o LQI. Todavia, a Figura 8(b) mostra que MPC garante a referência mesmo operando em *overlap*. Já o LQI, mantém-se oscilatório para $V_g = 26$ V, que é uma região crítica de operação do conversor.

D. Resultados Experimentais

Os resultados experimentais foram realizados no osciloscópio DPO 3014, a aquisição de dados foram feitas pelo Software TekVisa[®] Open Choice Desktop e a implementação das curvas foram feitas em Matlab. A Figura 9 apresenta a bancada experimental do conversor em que as estratégias de controle são aplicadas. Para implementação experimental foi utilizado duas fontes Magna Power[®] TS 10 kW conectados em paralelo. As cargas foram organizadas na

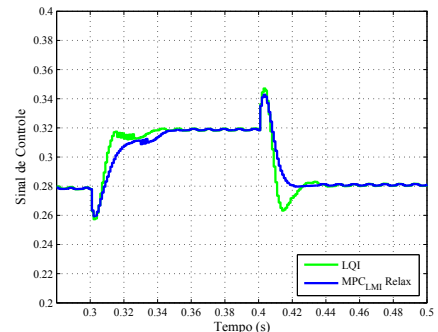


(a)

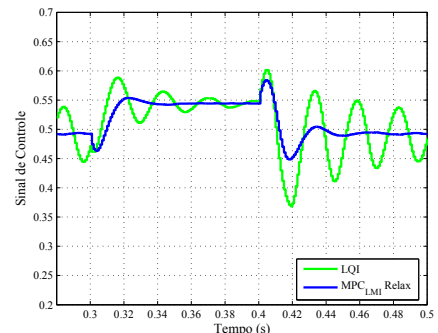


(b)

Fig. 7. Corrente de saída para degrau de carga (380 W - 1000 W - 380 W). (a) $V_g = 36$ V. (b) $V_g = 26$ V.



(a)



(b)

Fig. 8. Sinal de controle para degrau de carga (380 W - 1000 W - 380 W). (a) $V_g = 36$ V. (b) $V_g = 26$ V.

configuração de $6,2 \Omega$ à $2,3 \Omega$ comutadas via disjuntor para execução do degrau de carga. Portanto, a variação do degrau é de $380 \text{ W} - 1000 \text{ W} - 380 \text{ W}$ utilizando as funções *trigger* do osciloscópio e realizando a aquisição dos dados com o software da Tektronix[®]. Os ensaios foram realizados para tensão de $36,6 \text{ V}$ e $26,8 \text{ V}$ de acordo com as formas de onda mostradas no aparelho.

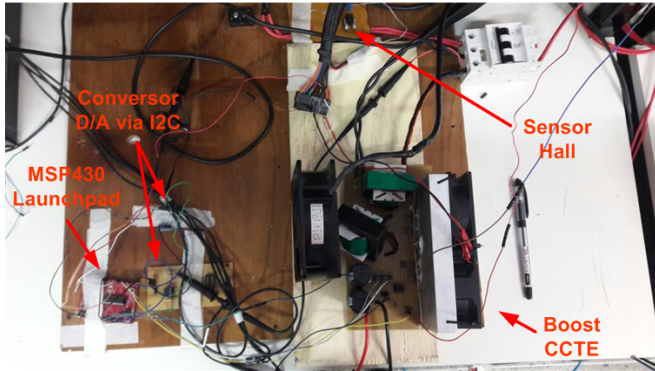
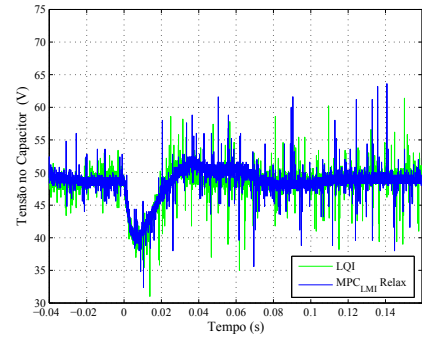


Fig. 9. Bancada experimental.

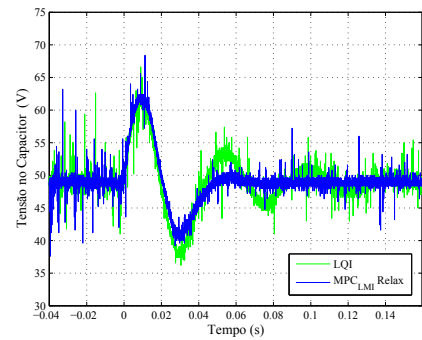
A Figura 10 apresenta as curvas da tensão de saída no capacitor. Observa-se que ambos os controles se estabilizaram na tensão média de $V_o = 48,6 \text{ V}$ com afundamento em 40 V e pico de sobretensão de 62 V aproximadamente. Contudo, o controlador MPC obteve uma recuperação mais rápida e suave que o LQI. Na Figura 11, foi considerada a tensão $V_g = 26,6 \text{ V}$ para o ensaio do controlador MPC e apenas foi possível fazer a condição de análise satisfatória para o LQI em $V_g = 28,8 \text{ V}$, pois para tensão de entrada inferior, o controlador clássico não garantia estabilidade. Portanto, neste ponto de trabalho, o LQI apresenta limitações. Já o MPC para $V_g = 26,6 \text{ V}$ garantiu a estabilização mesmo sob forte oscilação com picos de 63 V no instante do degrau de carga. O LQI para $V_g = 28,8 \text{ V}$ atingiu pico de tensão de aproximadamente 70 V . Portanto, o MPC-LMI relaxado mantém-se mais estável em condições severas de operação conforme projetado.

A Figura 12 apresenta o sinal de controle do PWM convertido pelo D/A. Considera-se que a referência de tensão de controle experimentado via MSP430 foi de 2 V . Convertendo os valores experimentais de tensão para ciclo de trabalho de simulação, o valor de $0,54 \text{ V}$ é equivalente a $0,27$, bem próximo à referência de simulação visto na Figura 8(b). Na Figura 12, o controlador LQI operando para $V_g = 28,8 \text{ V}$ possuía um comportamento mais oscilatório que o MPC operando em $V_g = 26,6 \text{ V}$. O valor de tensão média do controlador MPC varia de 1 V a $1,1 \text{ V}$ e se aproxima ao equivalente de $0,5$ e $0,55$ de ciclo de trabalho conforme Figura 8 da simulação, validando a estabilização dos sinais de controle em condições mais severas de operação.

As repostas referentes a corrente de saída com base nas Figuras 14 e 15 são importantes para validar a variação de carga da análise de simulação da Figura 7. Portanto, os controladores garantem a estabilidade da tensão de saída mesmo submetidos à variação de carga e em tensões de saída nominal e crítica.

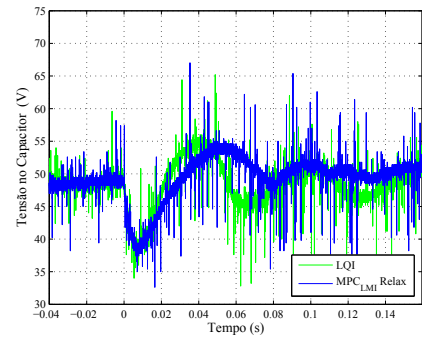


(a)

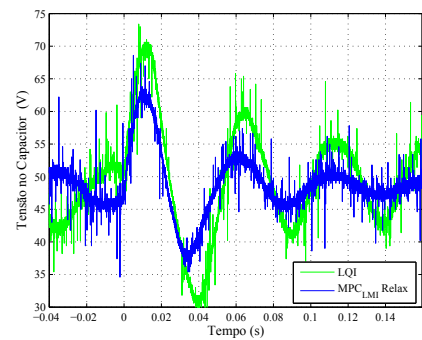


(b)

Fig. 10. Tensão de saída para $V_g = 36 \text{ V}$. (a) Degrâu de meia carga para plena carga. (b) Degrâu de plena carga para meia carga.

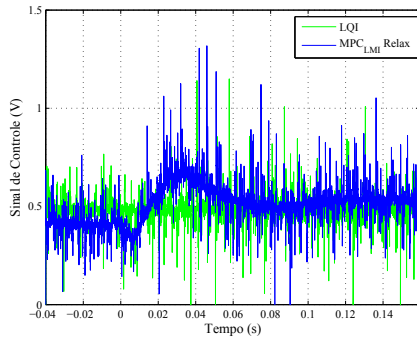


(a)

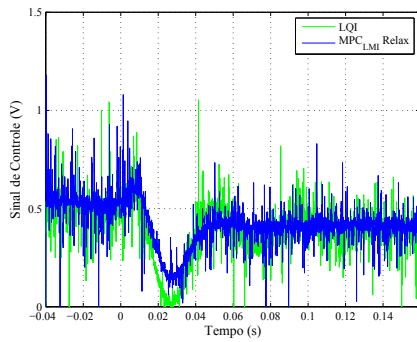


(b)

Fig. 11. Tensão de saída para $V_g = 26 \text{ V}$. (a) Degrâu de meia carga para plena carga. (b) Degrâu de plena carga para meia carga.

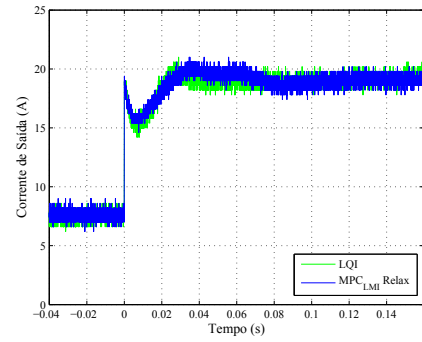


(a)

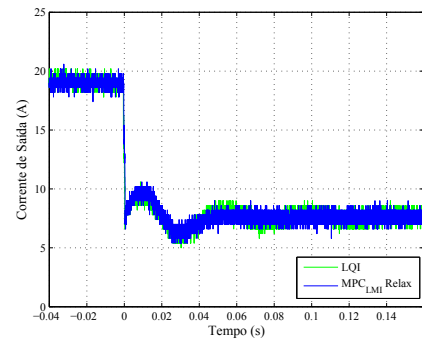


(b)

Fig. 12. Sinal de controle para $V_g = 36$ V. (a) Degrau de meia carga para plena carga. (b) Degrau de plena carga para meia carga.

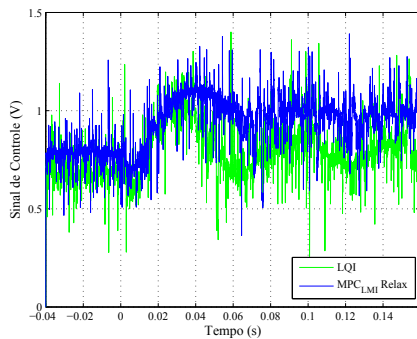


(a)

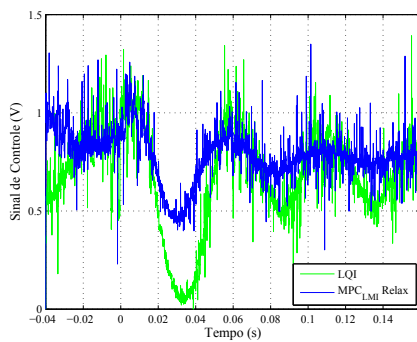


(b)

Fig. 14. Corrente de saída para $V_g = 36$ V. (a) Degrau de meia carga para plena carga. (b) Degrau de plena carga para meia carga.

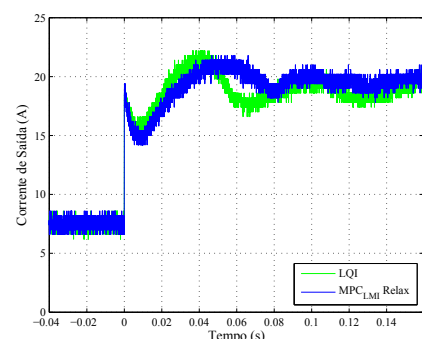


(a)

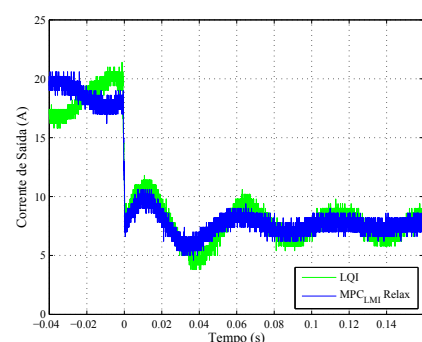


(b)

Fig. 13. Sinal de controle para $V_g = 26$ V. (a) Degrau de meia carga para plena carga. (b) Degrau de plena carga para meia carga.



(a)



(b)

Fig. 15. Corrente de saída para $V_g = 26$ V. (a) Degrau de meia carga para plena carga. (b) Degrau de plena carga para meia carga.

V. CONCLUSÕES

Diante das análises dos resultados de simulação que foram corroborados pelos resultados experimentais. O controlador MPC-LMI relaxado proposto neste trabalho atendeu as especificações de projeto, garantindo o seguimento de referência durante as variações de carga e na tensão nominal de $V_g = 36$ V e na tensão crítica de $V_g = 26$ V. Deste modo, o controlador preditivo com restrições via LMIs constitui-se uma solução viável para implementação digital de baixo custo, pois garante estabilidade nas condições de operação de projeto podendo ser inserido em um microcontrolador comercial e amplo acesso.

Observa-se que o controlador LQI clássico não garante robustez em todos os pontos de operação. A teoria do controle ótimo apresenta limitações quando submetido à variação de parâmetros. O MPC-LMI, no entanto, contorna este problema considerando as variações como incertezas politópicas, garantindo o desempenho do controlador em toda a faixa de operação.

Cita-se ainda o conceito das elipsoides de estabilidade para o projeto do controlador. A análise das elipsoides de estabilidade constituem uma condição de auxílio para que o modelo *offline* possa funcionar de modo similar a um controle MPC-LMI relaxado *online*, considerando horizonte infinito de predição. Portanto, dado o conjunto de elipsoides gerados pelo Algoritmo 1, quanto maior o valor de N , melhor são as condições de estabilização em regime permanente.

O uso do diagrama de blocos permite um ajuste fino na resposta do conversor, podendo suavizar a resposta sem precisar do redimensionamento das matrizes de ponderação. Para este artigo foi utilizada a configuração padrão $g = 1$ e $h = 1$ tanto para o MPC como para o LQI. Logo, esta ferramenta pode ser mais explorada em trabalhos futuros e também ser usada em outras estratégias de controle com topologia similar de diagramas de blocos.

Acrescenta-se ainda que os controles propostos foram aplicados ao conversor *boost* CTE, obtendo a estabilidade na malha direta de tensão sem a necessidade do emprego do controle em cascata, tornando a implementação experimental mais simples e confiável, já que não há o problema da sincronização entre as malhas interna e externa.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, pelo fomento, a PPGEE, a UFC, a UFPI e a UFERSA pelo suporte para elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] C. Olalla, R. Leyva, I. Queinnec, D. Maksimovic, “Robust Gain-Scheduled Control of Switched-Mode DC-DC Converters”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 6, pp. 3006–3019, June 2012.
- [2] J. Linares-Flores, A. H. Mendez, C. Garcia-Rodriguez, H. Sira-Ramírez, “Robust Nonlinear Adaptive Control of a Boost Converter via Algebraic Parameter Identification”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4105–4114, Aug. 2014.
- [3] C. Y. Chan, “Investigation of voltage-mode controller for cascade boost converter”, *IET Power Electronics*, vol. 7, no. 8, pp. 2060–2068, Aug. 2014.
- [4] G. Garcia, L. Martinez-Salamero, A. Marcos-Pastor, A. Cid-Pastor, E. Vidal-Idiarte, “Discrete-time sliding-mode-based digital pulse width modulation control of a boost converter”, *IET Power Electronics*, vol. 8, no. 5, pp. 708–714, May 2015.
- [5] J. Zeng, Z. Zhang, W. Qiao, “An Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Controller for a DC-DC Boost Converter With a Constant Power Load”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 4, pp. 2314–2322, July 2014.
- [6] R. F. Bastos, C. R. Aguiar, A. F. Q. Goncalves, R. Q. Machado, “An Intelligent Control System Used to Improve Energy Production From Alternative Sources With DC/DC Integration”, *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 5, no. 5, pp. 2486–2495, Sept. 2014.
- [7] R. Ortega, *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems mechanical, electrical, and electromechanical applications*, Springer, London, 1998.
- [8] H. Sira-Ramírez, R. Silva-Ortigoza, *Control design techniques in power electronics devices*, Springer, London, 2006.
- [9] R. W. Erickson, D. Maksimovic, *Fundamentals of power electronics*, Kluwer Academic, Norwell, 2001.
- [10] S. El Beid, S. Doubabi, “DSP-Based Implementation of Fuzzy Output Tracking Control for a Boost Converter”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 1, pp. 196–209, Jan. 2014.
- [11] Q. Tong, Q. Zhang, R. Min, X. Zou, Z. Liu, Z. Chen, “Sensorless Predictive Peak Current Control for Boost Converter Using Comprehensive Compensation Strategy”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 2754–2766, June 2014.
- [12] R. Kennel, A. Linder, “Generalized predictive control (GPC)-ready for use in drive applications?”, in *Power Electronics Specialists Conference*, vol. 4, pp. 1839–1844 vol. 4, 2001.
- [13] F. Wang, Z. Chen, P. Stolze, J.-F. Stumper, J. Rodriguez, R. Kennel, “Encoderless Finite-State Predictive Torque Control for Induction Machine With a Compensated MRAS”, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 10, no. 2, pp. 1097–1106, May 2014.
- [14] Z. Zhang, F. Wang, T. Sun, J. Rodriguez, R. Kennel, “FPGA-Based Experimental Investigation of a Quasi-Centralized Model Predictive Control for Back-to-Back Converters”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 1, pp. 662–674, Jan. 2016.
- [15] V. Yaramasu, B. Wu, M. Rivera, M. Narimani, S. Kouro, J. Rodriguez, “Generalised approach for predictive control with common-mode voltage mitigation in multilevel diode-clamped converters”, *IET Power Electronics*, vol. 8, no. 8, pp. 1440–1450, Aug. 2015.

- [16] S. Vazquez, J. I. Leon, L. G. Franquelo, J. Rodriguez, H. A. Young, A. Marquez, P. Zanchetta, "Model Predictive Control: A Review of Its Applications in Power Electronics", *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 8, no. 1, pp. 16–31, Mar. 2014.
- [17] P. Cortes, M. Kazmierkowski, R. Kennel, D. Quevedo, J. Rodriguez, "Predictive Control in Power Electronics and Drives", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 12, pp. 4312–4324, Dec. 2008.
- [18] C. Olalla, R. Leyva, A. E. Aroudi, I. Queinnec, "Robust LQR control for PWM converters: an LMI approach", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 7, pp. 2548–2558, July 2009.
- [19] C. Olalla, I. Queinnec, R. Leyva, A. E. Aroudi, "Robust optimal control of bilinear DC–DC converters", *Control Engineering Practice*, vol. 19, no. 7, pp. 688–699, July 2011.
- [20] L. A. M. Jr, R. L. Valle, A. A. Ferreira, P. G. Barbosa, V. F. Montagner, "A LQR Design With Rejection of Disturbances and Robustness to Load Variations Applied to a Buck Converter", *Eletrônica de Potência*, vol. 21, no. 1, pp. 007–015, Fev. 2016.
- [21] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM, Philadelphia, USA, 1994.
- [22] P. Gahinet, A. J. L. Arkadi Nemirovski, M. Chilali, *LMI control toolbox users guide*, MathWorks Inc, Natick, 1995.
- [23] M. Kothare, V. Balakrishnan, M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities", *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, Nov. 1996.
- [24] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, M. Morari, "An improved approach for constrained robust model predictive control", *Automatica*, vol. 38, no. 7, pp. 1183 – 1189, 2002.
- [25] P. Apkarian, H. D. Tuan, J. Bernussou, "Continuous-time analysis, eigenstructure assignment, and H2 synthesis with enhanced linear matrix inequalities (LMI) characterizations", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 12, pp. 1941–1946, Dec 2001.
- [26] G. Bascopé, I. Barbi, "Generation of a family of non-isolated DC-DC PWM converters using new three-state switching cells", in *Power Electronics Specialists Conference*, vol. 2, pp. 858 –863 vol.2, IEEE, 2000.
- [27] W. Levine, S, *The Control Handbook*, CRC Press, INC, Boca Raton, USA, 1999.
- [28] M. Fadali, *Digital control engineering analysis and design*, Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2009.
- [29] Z. Wan, M. V. Kothare, "An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities", *Automatica*, vol. 39, no. 5, pp. 837 – 846, 2003.
- [30] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, 2nd ed., Prentice Hall, New Jersey, 1986.
- [31] M. V. Costa, J. C. T. Campos, F. E. U. Reis, O. da Mota Almeida, "Analysis And Simulation Of Discrete LQR Control Via LMIs Applied In The Alternative Boost Converter", in *Congresso Brasileiro de Automática*, Sept. 2014.
- [32] R. D. Middlebrook, S. Cuk, "A General Unified Approach to Modeling Switching Converter Power Stage", in *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. pp. 18–34., IEEE, 1976.

DADOS BIOGRÁFICOS

Marcus Vinicius Silvério Costa, nascido em 03/12/1986 em Fortaleza, Ceará, Graduado(2009) e Mestre em Engenharia Elétrica na UFC (2012). Atualmente é doutorando em Engenharia Elétrica na UFC (2016). É professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA. Suas áreas de interesse são: controle robusto aplicado em conversores estáticos, inteligência computacional e automação de sistemas.

Francisco Everton Uchôa Reis, nascido em 23/10/1986 em Fortaleza, Ceará, Graduado (2009) e Mestre em Engenharia Elétrica na UFC (2012). Atualmente é doutorando em Engenharia Elétrica na UFC (2016). É professor do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Piauí-UFPI desde 2012. Suas áreas de interesse são: eletrônica de potência, controle de conversores estáticos e controle digital de processos.

José Carlos Teles Campos, nascido em 09/09/1953 Senador Pompeu, Ceará, Graduado em Engenharia Elétrica na UFC (1979), Mestre (1991) e Doutor em Engenharia Elétrica na USP (2004). Atualmente é professor de pós graduação em engenharia elétrica na Universidade Federal do Ceará-UFC. Suas áreas de interesse são: Controle robusto multivariável, filtragem robusta e controle de sistemas singulares.

Fabricio Gonzalez Nogueira, nascido em 11/01/1984, Belém, Pará. Possui graduação em Engenharia da Computação (2007), mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica (2008 e 2012), ambos pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Atualmente é professor do Departamento de Engenharia Elétrica da UFC - Campus Fortaleza, vice coordenador do programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE/UFC). Atua na área de automação e controle, com experiência do desenvolvimento de projetos de Pesquisa e Desenvolvimento com empresas do setor elétrico brasileiro.

Otacilio da Mota Almeida, nascido em 19/08/1964 em Floriano, Piauí, Graduado em Engenharia Elétrica na UFC (1987), Mestre em Engenharia Elétrica na UNICAMP (1990), Doutor em Engenharia Elétrica na UFSC (2002). Atualmente é professor da UFPI e membro do programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFC e da UFPI. Tem experiência em Automação Eletrônica de Processos Elétricos e Industriais, atuando nos temas: controladores industriais, controladores PID, controle de processos, transformadores de potência e controladores preditivos.