

MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST COM CÉLULAS A CAPACITOR CHAVEADO POR MEIO DE UM CONVERSOR EQUIVALENTE DE ORDEM REDUZIDA

Gilberto Valentim Silva¹, Roberto Francisco Coelho², Telles Brunelli Lazzarin²

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - IFSC, Florianópolis - SC, Brasil

² Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Instituto de Eletrônica de Potência - INEP, Florianópolis - SC, Brasil

e-mail: valentim@ifsc.edu.br, roberto@inep.ufsc.br, telles@inep.ufsc.br

Resumo – Uma das formas de alcançar elevado ganho estático por meio do conversor *boost* clássico consiste na adição de células a capacitor chaveado a sua estrutura, originando os denominados conversores *boost* híbridos. Devido ao elevado número de elementos armazenadores de energia contidos nestes conversores, as funções de transferência que os representam são de ordem elevada e exigem grande esforço para serem obtidas. Neste artigo propõe-se uma metodologia que permite simplificar conversores *boost* híbridos genéricos (de ordem n) a um conversor dinamicamente equivalente, mas de segunda ordem. São apresentadas as equações que permitem determinar os parâmetros de equivalência, as funções de transferência orientadas ao controle e resultados experimentais, extraídos de um protótipo de 150 W, que validam a equivalência entre as respostas dinâmica do conversor *boost* híbrido e de seu modelo simplificado.

Palavras-Chave – Capacitor Chaveado, Conversor Boost, Conversor Híbrido, Modelagem.

MODELLING OF A SWITCHED CAPACITOR BOOST CONVERTER THROUGH A REDUCED ORDER EQUIVALENT CONVERTER

Abstract – One way to achieve high static gain through a classical boost converter comes from the addition of switched-capacitor cells on its structure to compose the so-called hybrid boost converter. Due to the high number of energy storage elements present in this converter, its transfer functions are of high order and require great effort to be obtained. This paper proposes a methodology to simplify a generic hybrid boost converter (of n order) to a second order dynamically equivalent converter. The paper brings the equations to determine the equivalent parameters, the control oriented transfer functions and experimental results, extracted from a 150 W prototype, which validate the equivalence between the dynamic responses of the hybrid boost and its simplified model.

Keywords – Boost Converter, Hybrid Converter, Modelling, Switched Capacitor.

I. INTRODUÇÃO

A prospecção de conversores CC-CC com ganho elevado vem se tornando cada vez mais frequente frente à necessidade de adaptação de níveis de tensão para alimentação das diversificadas cargas que compõem a matriz energética atual [1].

Apesar de ganhos elevados de tensão poderem ser obtidos por meio da aplicação de técnicas clássicas, como o cascadeamento de conversores [2] ou o uso de acoplamento magnético (transformadores ou indutores acoplados) [3], recentemente grande enfoque vem sendo dado à utilização de células multiplicadoras de tensão baseadas no emprego de indutores e/ou capacitores chaveados [4]-[7].

Além de ganhos elevados, conversores a capacitor chaveado (SC) caracterizam-se por apresentar reduzidos esforços de tensão, alta eficiência e não requerem o emprego de elementos magnéticos. Em contrapartida, sua tensão de saída não pode ser regulada por meio de métodos de controle tradicionais [8]-[11], o que os leva a apresentar problemas de regulação.

Como solução a este problema, conversores a capacitor chaveado podem ser integrados a conversores elevadores clássicos, resultando nos chamados conversores híbridos. Esta nova família de conversores apresenta vantagens como ganho de tensão elevado, alta eficiência e redução de esforços nos semicondutores, além de boa regulação de tensão [12].

Evidentemente, devido ao elevado número de elementos armazenadores de energia introduzidos pela célula a capacitor chaveado, as equações dinâmicas que representam os conversores híbridos [13] são de ordem elevada e exigem grande esforço para serem obtidas, sobretudo quando várias destas células são utilizadas como meio de se obter ganhos elevados [10], [14]. É notório destacar que, assim como o conversor *boost* convencional, o conversor híbrido apresenta limitação de ganho sob elevada razão cíclica [15]. Todavia, esta limitação pode ser compensada pelo ganho adicional provido pela célula multiplicadora.

Neste artigo apresenta-se uma metodologia que, quando aplicada a um conversor *boost* híbrido genérico de ordem n , permite representá-lo por meio de um conversor simplificado de segunda ordem, todavia com resposta dinâmica equivalente. Este conversor simplificado pode ser utilizado em substituição ao original, reduzindo os esforços empregados nas etapas de modelagem e de projeto dos controladores.

Artigo submetido em 08/11/2016. Primeira revisão em 10/02/2017. Aceito para publicação em 11/04/2017 por recomendação do Editor Marcelo Cabral Cavalcanti.

A validação das equações e dos modelos que regem a equivalência dinâmica entre o conversor *boost* híbrido e o conversor simplificado proposto foi realizada tanto por simulação quanto de maneira experimental, em malha aberta e em malha fechada, a partir de um protótipo de 150 W configurável para operar conforme ambas as topologias.

II. CONVERSOR CC-CC BOOST HÍBRIDO

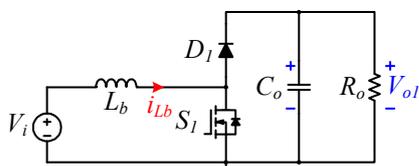
Idealmente, o ganho de tensão do conversor *boost* torna-se infinito assim que a razão cíclica atinge a unidade. Na prática, no entanto, seu ganho é limitado devido às perdas, que se tornam tão mais significativas quanto maior for a razão cíclica de operação [15]. Assim, quando taxas de conversão mais elevadas são requeridas, uma solução tecnicamente viável para elevação do ganho consiste no emprego de células a capacitor chaveado.

Teoricamente, a adição de uma célula multiplicadora ao conversor *boost* clássico, ilustrado na Figura 1, resulta na configuração retratada na Figura 2, cuja tensão de saída passa a ser expressa por:

$$V_{o2} = 2V_{o1} \quad (1)$$

sendo V_{o1} o valor médio da tensão de saída do conversor *boost* convencional.

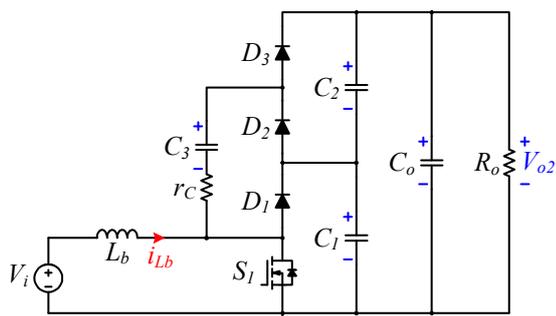
Nota-se que inserção da célula multiplicadora permite duplicar a tensão na saída, mas devido à inserção de três novos capacitores no conversor, a função de transferência (*FT*) que o descreve eleva-se de 2ª para 5ª ordem.



$$V_o = V_{o1}$$

$$FT: 2^{\text{ª}} \text{ ordem}$$

Fig. 1. Conversor *boost* convencional.



$$V_o = V_{o2} = 2V_{o1}$$

$$FT: 5^{\text{ª}} \text{ ordem}$$

Fig. 2. Conversor *boost* com adição de uma célula multiplicadora.

Mantendo-se o mesmo raciocínio, ao inserir-se m células a capacitor chaveado no conversor *boost* convencional, conforme Figura 3, é possível se elevar significativamente o valor médio da tensão de saída, definida por:

$$V_{ok} = kV_{o1}. \quad (2)$$

A variável k representa o ganho da célula multiplicadora e m o número de células a capacitor chaveado, assim $k=m+1$.

Evidentemente, quanto maior o número de células multiplicadoras empregadas, maior será a quantidade de elementos armazenadores de energia presentes no conversor híbrido e, portanto, maior será a ordem das equações que o descreve, literalmente descrita por:

$$n = (2k + 1). \quad (3)$$

Cabe ressaltar que o capacitor C_o de saída, embora redundante e ausente na topologia original proposta [16], quando utilizado, possibilita a equalização das correntes nos capacitores da célula multiplicadora [12] e, por isso, será também considerado nesta análise.

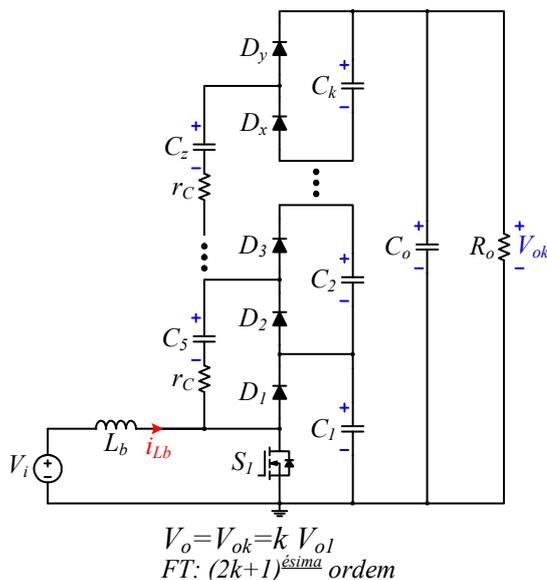


Fig. 3. Conversor *boost* com célula multiplicadora generalizada.

Idealmente a análise do conversor híbrido tornar-se-ia tão mais simplificada quanto menor fosse a quantidade de elementos parasitas considerados. Porém, na análise de circuitos envolvendo capacitores chaveados, a não adição da resistência parasita destes elementos resulta em correntes impulsivas, comprometendo os resultados. Assim, buscando-se a simplificação dos modelos, optou-se por incluir apenas as não idealidades relacionadas à célula multiplicadora (r_c) de forma concentrada no capacitor chaveado, sem que haja perda de generalidade [7], [12].

Conforme destacado em [13], a obtenção dos modelos dinâmicos da família de conversores híbridos pode requerer elevado esforço, sobretudo para $k > 2$, haja vista os modelos dinâmicos assumirem ordem elevada. Sendo assim, inicia-se a busca por um modelo equivalente de segunda ordem, generalizado em função de k , que represente a dinâmica dominante do conversor *boost* híbrido.

III. CONVERSOR EQUIVALENTE

O primeiro passo a ser aplicado para obtenção do modelo simplificado consiste na representação da célula multiplicadora por meio de um transformador hipotético CC, com razão de transformação 1:k [15], [17]. Nesta

representação, ilustrada na Figura 4, a contabilização do efeito das resistências parasitas associadas à célula a capacitor chaveado (SC) é realizada por meio da adição de r_{eq} ao modelo SC, cujo valor será determinado para que as respostas dinâmicas do conversor *boost* híbrido e seu equivalente simplificado sejam igualmente amortecidas [7], [18]. Além disso, a presença da célula multiplicadora aumenta a capacitância total do conversor, sendo tal capacitância (C_{eq}) dada pela soma de C_o (*boost* convencional) com a capacitância média da célula multiplicadora, calculada em um período de comutação, conforme procedimentos apresentados em [6], [7].

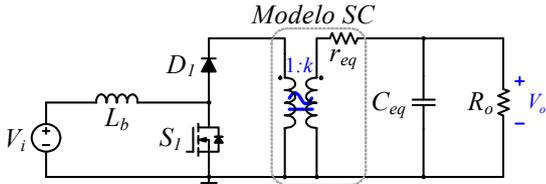


Fig. 4. Modelo simplificado equivalente proposto para representar a dinâmica dominante do conversor *boost* híbrido.

Como segundo passo no processo de simplificação, referenciam-se todos os parâmetros do conversor equivalente ao primário, conforme segue ilustrado na Figura 5, em que:

- R'_o - resistência de carga referida ao primário;
- L_b - indutância *boost*;
- C'_{eq} - capacitância equivalente referida ao primário;
- r'_{eq} - resistência equivalente referida ao primário.

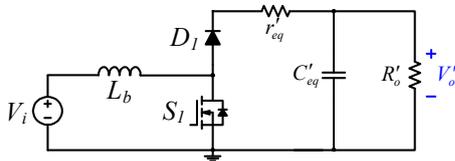


Fig. 5. Modelo equivalente referenciado ao primário.

Visando a simplificação da análise, todos os capacitores da célula multiplicadora serão considerados idênticos e, com capacitância C . As equações literais que definem C'_{eq} e r'_{eq} , em função da razão cíclica D e do ganho k provido pela célula multiplicadora são encontradas a partir da análise do conversor *boost* híbrido [7] e descritas respectivamente por:

$$C'_{eq} = \underbrace{k^2 C_o}_{\text{Boost convencional}} + \frac{2Ck^2 [D(1-D) + 2]}{k [D(1-D) + 2] - 2D(1-D) + 2} \quad (4)$$

Célula multiplicadora

$$r'_{eq} = \underbrace{kr_c (1-D)}_{\text{Célula multiplicadora}} \quad (5)$$

No caso particular, em que o conversor *boost* híbrido opera com razão cíclica de 50%, (4) e (5) podem ser reescritas respectivamente por:

$$C'_{eq} = k^2 C_o + \frac{6k^2 C}{(3k + 2)} \quad (6)$$

$$r'_{eq} = \frac{kr_c}{2} \quad (7)$$

Considerando-se a potência de saída (P_o) constante, a resistência de carga, referida ao lado primário, pode ser expressa por:

$$R'_o = V_o^2 / k^2 P_o \quad (8)$$

Encontrados os parâmetros que descrevem o conversor simplificado, parte-se a sua modelagem, a fim de se obter e validar as funções de transferência orientadas ao controle.

IV. MODELAGEM DO CONVERSOR EQUIVALENTE

A modelagem do conversor simplificado, ilustrado na Figura 5, será realizada adotando-se a notação de espaço de estados [17], [19]-[21], modo de condução contínua (MCC) e modulação *PWM* linear.

O sistema apresentado a seguir descreve o modelo do conversor, em que A , B , C e E representam as matrizes médias calculadas em um período de comutação T_s e x , u , e y as variáveis de estado, entrada e saída, respectivamente:

$$\begin{cases} \mathbf{K} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{E} \mathbf{u} \end{cases} \quad (9)$$

em que:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} L_b & 0 \\ 0 & C'_{eq} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_{L_b} & v_{C'_{eq}} \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

$$\mathbf{u} = V_i \quad (12)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_{L_b} & v_{C'_{eq}} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

Por se tratar de um modelo médio, a obtenção das matrizes A , B , C e E é realizada por meio das equações que regem o comportamento do conversor em cada uma das etapas de operação, cujos circuitos equivalentes são destacados na Figura 6(a) e (b). A partir destes circuitos e do desenvolvimento detalhado apresentado no Apêndice, encontram-se as equações que descrevem o comportamento estático (regime permanente) e dinâmico (regime transitório) do conversor, dadas respectivamente por:

$$\begin{cases} \mathbf{X} = -[\mathbf{A}_1 D + \mathbf{A}_2 (1-D)]^{-1} [\mathbf{B}_1 D + \mathbf{B}_2 (1-D)] \mathbf{U} \\ \mathbf{Y} = [\mathbf{C}_1 D + \mathbf{C}_2 (1-D)] \mathbf{X} + [\mathbf{E}_1 D + \mathbf{E}_2 (1-D)] \mathbf{U} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \{ \mathbf{K} s + [\mathbf{A}_1 D + \mathbf{A}_2 (1-D)] \}^{-1} [(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \mathbf{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \mathbf{U}] \hat{d} \\ \hat{\mathbf{y}} = [\mathbf{C}_1 D + \mathbf{C}_2 (1-D)] \hat{\mathbf{x}} + [(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) \mathbf{X} + (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \mathbf{U}] \hat{d} \end{cases} \quad (15)$$

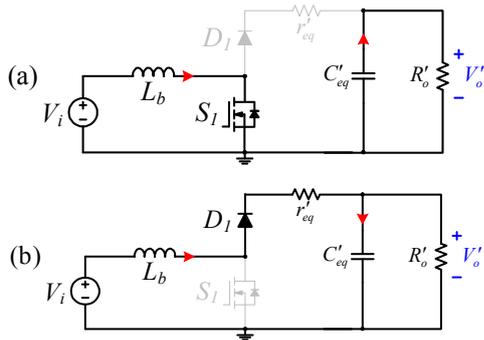


Fig. 6. Etapas de operação do conversor simplificado: (a) primeira etapa de operação; (b) segunda etapa de operação.

Deve-se destacar, conforme apresentado no Apêndice, que \hat{d} , \hat{x} , \hat{u} , e \hat{y} representam perturbações em torno do ponto de operação D, X, U, Y . Substituindo-se as matrizes de estado, destacadas em (10), (11), (12) e (13) em (15), encontram-se as funções de transferência orientadas ao controle da tensão de saída e da corrente de entrada do conversor *boost* híbrido. Ambas as funções de transferência são representadas na seguinte forma padrão:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (16)$$

cujos coeficientes são respectivamente apresentados nas Tabelas I e II.

TABELA I
Coefficientes do Modelo Equivalente Linearizado Referentes à Malha para Controle da Tensão de Saída

Coefficientes da função de transferência $G_{vd}(s) = \hat{v}_{ok} / \hat{d}$	
b_1	$L_b R'_o V_i$
b_0	$-R'_o V_i (D-1)^2$
a_2	$C'_{eq} L_b R'_o (D-1) [r'_{eq} + R'_o (1-D)]$
a_1	$(D-1) [L_b + C'_{eq} R'_o r'_{eq} (1-D)] [r'_{eq} + R'_o (1-D)]$
a_0	$(D-1) [r'_{eq} + R'_o (1-D)] [r'_{eq} (1-D) + R'_o (1-D)^2]$

TABELA II
Coefficientes do Modelo Equivalente Linearizado Referentes à Malha para Controle da Corrente de Entrada

Coefficientes da função de transferência $G_{id}(s) = \hat{i}_{Lb} / \hat{d}$	
b_1	$-V_i C'_{eq} R'_o [R'_o (1-D) + r'_{eq}]$
b_0	$-V_i [2R'_o (1-D) + r'_{eq}]$
a_2	$C'_{eq} L_b R'_o (D-1) [r'_{eq} + R'_o (1-D)]$
a_1	$(D-1) [L_b + C'_{eq} R'_o r'_{eq} (1-D)] [r'_{eq} + R'_o (1-D)]$
a_0	$(D-1) [r'_{eq} + R'_o (1-D)] [r'_{eq} (1-D) + R'_o (1-D)^2]$

V. VALIDAÇÃO DO MODELO EQUIVALENTE

A fim de validar os modelos linearizados ora desenvolvidos, o comportamento dinâmico do conversor equivalente foi verificado por meio de simulação numérica, considerando-se três casos: $k=2$, $k=3$ e $k=5$. As principais especificações adotadas são apresentadas na Tabela III.

TABELA III
Parâmetros Adotados na Validação dos Modelos Linearizados de Pequenos Sinais para $k=2$, $k=3$ e $k=5$

Parâmetro	Conversor híbrido	Conversor equivalente ($k=2$)	Conversor equivalente ($k=3$)	Conversor equivalente ($k=5$)
V_i	50 V	50 V	50 V	50 V
L_b	500 μ H	500 μ H	500 μ H	500 μ H
C	25 μ F	—	—	—
r_c	300 m Ω	—	—	—
C_o	12,5 μ F	—	—	—
D	50%	50%	50%	50%
f_s	100 kHz	100 kHz	100 kHz	100 kHz
C'_{eq}	—	125 μ F	235,2 μ F	533,1 μ F
r'_{eq}	—	300 m Ω	450 m Ω	750 m Ω
R_o	66,7 Ω	266,7 Ω	600 Ω	1666,7 Ω

A. Validação I - Conversor Híbrido com Ganho $k=2$

Neste caso particular, com $k=2$, os parâmetros do conversor simplificado assumem os seguintes valores:

$$C'_{eq} = 5C = 125 \mu\text{F} \quad (17)$$

$$r'_{eq} = r_c = 300 \text{ m}\Omega. \quad (18)$$

Com base nos valores dos parâmetros e a partir das especificações da Tabela III, foram calculados os coeficientes de $G_{vd}(s)$ e $G_{id}(s)$, conforme Tabela IV.

TABELA IV
Coefficientes de $G_{vd}(s) = \hat{v}_{ok} / \hat{d}$ e $G_{id}(s) = \hat{i}_{Lb} / \hat{d}$ com $k=2$

Coefficiente	Modelo de tensão	Modelo de corrente
b_2	—	—
b_1	$-2,4 \times 10^4$	2×10^5
b_0	$7,9 \times 10^8$	$4,8 \times 10^7$
a_2	1	1
a_1	420	420
a_0	4×10^6	4×10^6

A fim de se validar a análise teórica, simulações foram realizadas com os parâmetros apresentados na Tabela III. O software PSIM® foi adotado para tal finalidade. Em todas as simulações o conversor vem operando em regime permanente, quando subitamente a razão cíclica é alterada de 50% para 51%. A Figura 7 ilustra a comparação entre as respostas dinâmicas extraídas das funções de transferência (v_{o2_linear} e i_{Lb2_linear}) e do modelo comutado do conversor

híbrido (v_{o2_comut} e i_{Lb2_comut}), assim como a resposta em frequência referentes a ambos os modelos.

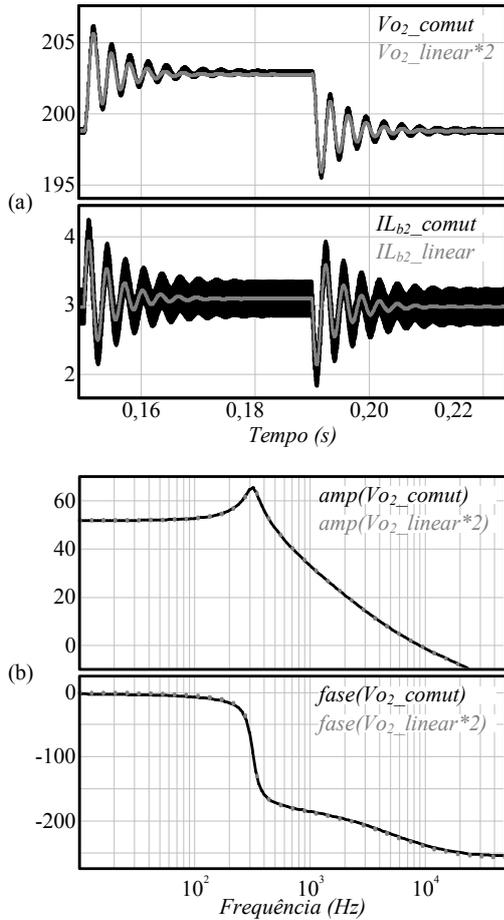


Fig. 7. Validação dos modelos: (a) resposta ao degrau e (b) resposta em frequência obtidas a partir da função de transferência e do modelo comutado do conversor híbrido com $k=2$.

Verifica-se que em ambos os casos (resposta ao degrau e resposta em frequência) há equivalência entre os modelos, fato que valida os procedimentos empregados durante a modelagem. Embora o conversor híbrido apresente, para $k=2$, cinco elementos armazenadores de energia, sua dinâmica dominante é de segunda ordem, daí o fato de um conversor simplificado ser capaz de representá-lo adequadamente sob o ponto de vista dinâmico.

Em termos numéricos, percebe-se que após a aplicação do degrau, em 150 ms, o sistema alcança um novo ponto de operação, sendo a transição caracterizada por uma resposta subamortecida com sobressinal de 1,6% e tempo de acomodação da ordem de 18 ms.

Outro detalhe que poderia levar a uma conclusão equivocada trata-se da ondulação de tensão (*ripple*) presente apenas no modelo comutado. Deve-se enfatizar que no modelo por espaço de estados, calculou-se o valor médio das grandezas em um período de comutação, desta maneira as componentes de tensão e de corrente que ocorrem na frequência de comutação acabam por ser suprimidas do modelo.

B. Validação II - Conversor Híbrido com Ganho $k=3$

Considerando-se um conversor híbrido com $k=3$ e adotando-se as especificações da Tabela III, encontram-se os coeficientes de $G_{vd}(s)$ e de $G_{id}(s)$, apresentados na Tabela V. A Figura 8 ilustra a resposta a um degrau de 2% de razão cíclica e a resposta em frequência para ambos os casos: funções de transferência e modelo comutado do conversor.

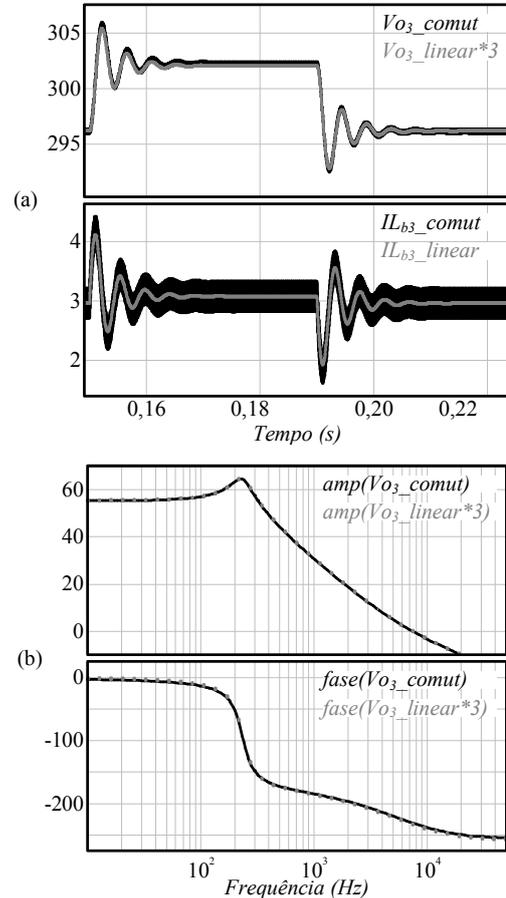


Fig. 8. Validação dos modelos: (a) resposta ao degrau e (b) resposta em frequência obtidas a partir da função de transferência e do modelo comutado do conversor híbrido com $k=3$.

TABELA V

Coeficientes de $G_{vd}(s) = \hat{v}_{ok} / \hat{d}$ e $G_{id}(s) = \hat{i}_{Lb} / \hat{d}$ com $k=3$		
Parâmetro	Modelo de tensão	Modelo de corrente
b_2	—	—
b_1	$-1,3 \times 10^4$	2×10^5
b_0	$4,2 \times 10^8$	$2,5 \times 10^7$
a_2	1	1
a_1	514	514
a_0	$2,2 \times 10^6$	$2,2 \times 10^6$

A equivalência das respostas mostra que as funções de transferência descrevem adequadamente o comportamento dinâmico do conversor também nesta situação. Os modelos apresentam resposta transitória com sobressinal de 1,2% e tempo de acomodação da ordem de 12 ms.

C. Validação III - Conversor Híbrido com Ganho $k=5$

Por fim, considerando-se que o ganho da célula multiplicadora seja $k=5$ e adotando-se as especificações da Tabela III, encontram-se os coeficientes das funções de transferência de tensão e de corrente, conforme Tabela VI.

Novamente, verifica-se que as funções de transferência descrevem adequadamente o comportamento dinâmico do conversor, dada a equivalência entre as respostas ilustradas na Figura 9. Sob tais condições, observa-se sobressinal de 0,4% e tempo de acomodação de cerca de 8 ms.

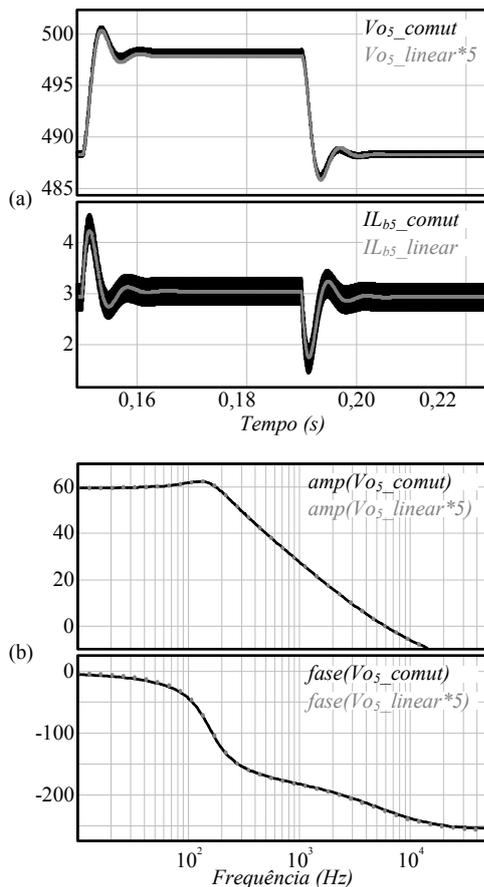


Fig. 9. Validação dos modelos: (a) resposta ao degrau e (b) resposta em frequência obtidas a partir da função de transferência e do modelo comutado do conversor híbrido com $k=5$.

TABELA VI

Parâmetro	Modelo de tensão	Modelo de corrente
b_2	—	—
b_1	$-5,5 \times 10^3$	2×10^5
b_0	$1,8 \times 10^8$	$1,1 \times 10^7$
a_2	1	1
a_1	778	778
a_0	$9,6 \times 10^5$	$9,6 \times 10^5$

VI. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A fim de validar experimentalmente os modelos dinâmicos encontrados, um protótipo de 150 W foi

construído. Esse protótipo, ilustrado na Figura 10, permite ser configurado tanto como o conversor *boost* híbrido ($k=2$) quanto como o conversor simplificado equivalente. Ambas as configurações utilizam o mesmo controlador, projetado a partir da análise do conversor simplificado equivalente. As especificações, bem como os componentes utilizados na construção do protótipo, são apresentadas nas Tabelas III e VII, respectivamente.

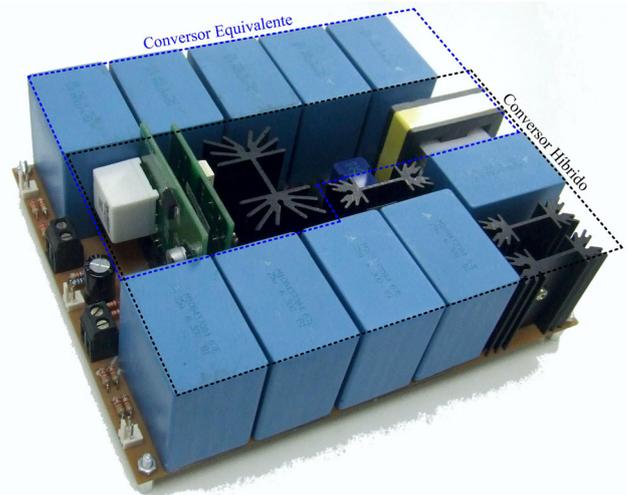


Fig. 10. Imagem do protótipo implementado.

TABELA VII
Componentes Adotados no Protótipo
Equivalente/Híbrido com $k=2$

Componente	Conversor híbrido	Conversor equivalente
S_1	IPW65R080 (650 V / 43 A)	IPW65R080 (650 V / 43 A)
$D_{1,2,3}$	CSD20030 (300V / 10A)	CSD20030 (300 V / 10 A)
L_b	NE4215 (31esp. / 32x32 AWG)	NE4215 (31esp. / 32x32 AWG)
C	B32676E3256K (25 μ F / 300 V)	—
C_o	B32676E3256K (2 x 25 μ F)	—
C'_{eq}	—	B32676E3256K (5 x 25 μ F)
r'_{eq}	—	LVR03R1500 (2 x 150 m Ω)

Torna-se importante destacar que, em trabalho anterior, [13] modelou o conversor *boost* híbrido considerando a inclusão de parâmetros parasitas, não havendo, contudo, validado os resultados encontrados experimentalmente.

No presente artigo, além da modelagem generalizada a partir de um conversor simplificado equivalente, efetua-se a validação experimental dos modelos encontrados, fato que configura uma contribuição ao trabalho previamente apresentado.

A. Equivalência em Malha Aberta

Inicialmente, avaliou-se a resposta dinâmica dos conversores operando em malha aberta mediante perturbação na razão cíclica. A Figura 11 apresenta as formas de onda referentes à corrente de entrada e à tensão de saída do conversor híbrido, enquanto a Figura 12 representa as mesmas formas de onda, porém, referentes ao conversor equivalente.

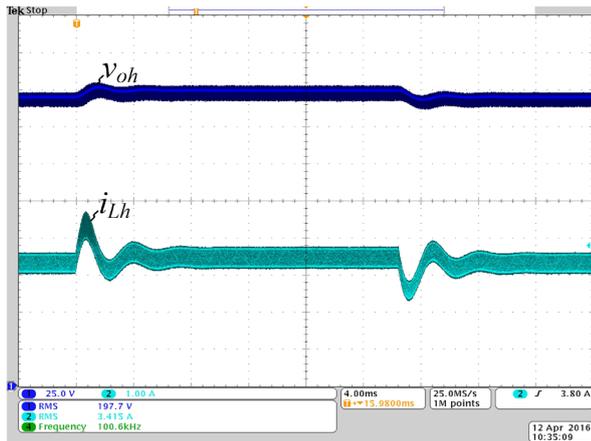


Fig. 11. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oh} (25 V/div), corrente no indutor i_{Lh} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor *boost* híbrido ($k=2$) operando em malha aberta sob perturbação na razão cíclica.

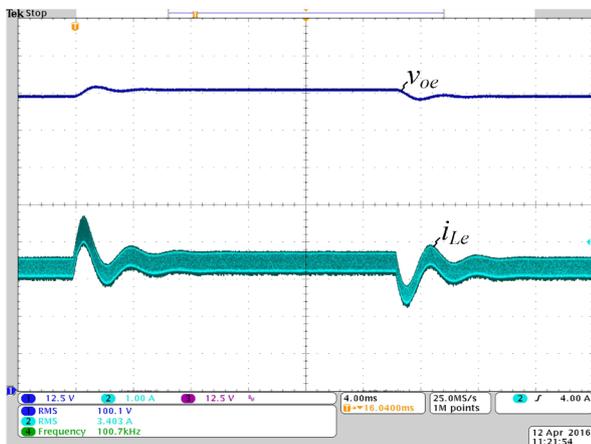


Fig. 12. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oe} (12,5 V/div), corrente no indutor i_{Le} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor equivalente operando em malha aberta sob perturbação na razão cíclica.

Buscando-se uma comparação adequada com a simulação, os ensaios também foram realizados com os conversores operando inicialmente em regime permanente sob razão cíclica de 50% e, posteriormente, submetidos a um degrau de razão cíclica de cerca de 2%, o que os levou a um novo ponto de operação. Em ambos os casos, a transição ocorreu por meio de uma reposta subamortecida, com sobressinal de cerca de 1% e tempo de acomodação de cerca de 9 ms.

Nota-se que as respostas de ambos os conversores ao degrau são similares, fato que valida a metodologia de obtenção do conversor simplificado e caracterizada a equivalência entre as dinâmicas das duas estruturas.

É notório destacar ainda que as divergências existentes entre os resultados experimentais e os de simulação se fazem evidenciadas principalmente sob o ponto de vista de amortecimento: as respostas dinâmicas experimentalmente obtidas são visivelmente mais amortecidas. Obviamente, a explicação para este fato está na não inclusão de parâmetros parasitas no modelo de simulação, haja vista a busca por um modelo simplificado de ordem reduzida. A resistência associada ao indutor, por exemplo, de 300 m Ω , não foi incluída no modelo de simulação.

B. Equivalência em Malha Fechada

A validação da operação dos conversores em malha fechada foi realizada considerando-se o tradicional controle multimalhas representado pelo diagrama de blocos ilustrado na Figura 13.

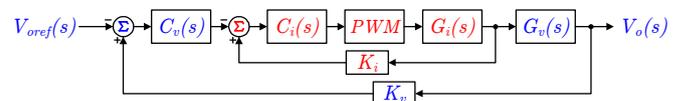


Fig. 13. Diagrama de blocos referente à estratégia empregada para controle de ambos os conversores.

Para a malha interna, rápida, que controla a corrente do indutor, utilizou-se um controlador proporcional-integral (PI) cujos parâmetros foram ajustados para que se obtivesse frequência de cruzamento de 2 kHz e margem de fase de 45°, com $k_i=2,05$. A malha externa de tensão, lenta, por sua vez, foi concebida para também operar com um controlador do tipo PI, projeto para assegurar frequência de cruzamento de 10 Hz e margem de fase de 75°, com $k_v=1$.

Vale destacar que os controladores empregados neste trabalho são mais lentos que aqueles propostos por [13]. Tal fato está relacionado à implementação prática com controladores digitais, que requer maior atenuação das componentes de tensão e corrente provenientes da comutação e que a frequência de cruzamento das malhas de controle esteja alocada dentro da banda passante do filtro de *anti-aliasing*, cuja frequência de corte deve ser inferior à metade da frequência de amostragem.

Inicialmente os testes foram realizados considerando-se apenas a operação da malha de corrente. Nas Figuras 14 e 15 ilustra-se a evolução da corrente no conversor *boost* híbrido e no conversor simplificado equivalente, quando submetidos a um degrau de 20% na referência de corrente.

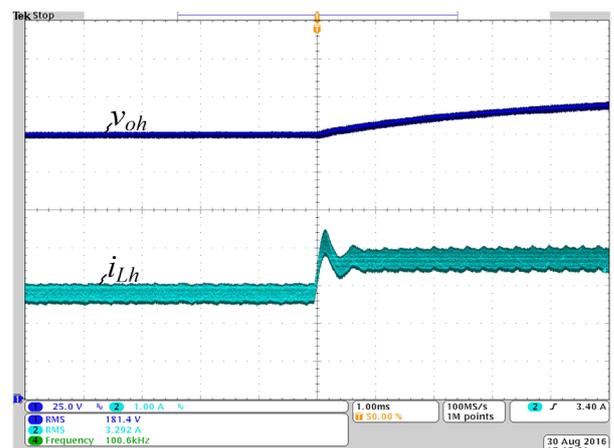


Fig. 14. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oh} (25 V/div), corrente no indutor i_{Lh} (1 A/div) e tempo (1 ms/div), referentes ao conversor *boost* híbrido ($k=2$) operando com malha de corrente sob degrau de referência de 20%.

Verifica-se, mediante as formas de onda apresentadas, que os conversores respondem com comportamentos dinâmicos equivalentes. Durante o período transitório, ambos os conversores apresentam respostas dinâmicas similares, com tempo de acomodação da ordem de 1,1 ms e sobressinal de cerca de 12,3%.

Vale ressaltar que o mesmo controlador de corrente foi empregado em ambos os casos, tendo sido projetado a partir das funções de transferência extraídas do conversor simplificado.

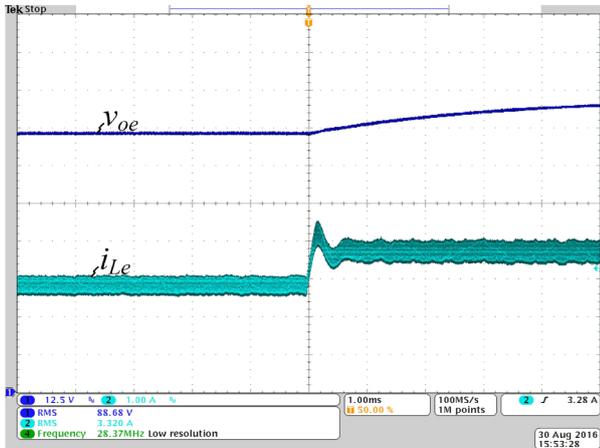


Fig. 15. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oe} (12,5 V/div), corrente no indutor i_{Le} (1 A/div) e tempo (1 ms/div), referentes ao conversor equivalente operando com malha de corrente sob degrau de referência de 20%.

Com o intuito de avaliar a equivalência dos conversores sob a aplicação de degrau de carga, a malha orientada ao controle da tensão de saída foi também ativada. Enquanto a Figura 16 destaca a tensão de saída e a corrente de entrada do conversor *boost* híbrido, a Figura 17 ilustra as mesmas grandezas obtidas a partir do conversor equivalente. Percebe-se que a corrente do conversor *boost* híbrido, estabelecida em 3,21 A antes da aplicação do degrau de carga, passa a 3,74 A. A evolução da resposta transitória estabelece-se com tempo de acomodação da ordem de 17 ms e sobressinal de aproximadamente 7%.

Analogamente, no caso do conversor simplificado, a corrente de entrada, com valor inicial de 3,23 A, eleva-se para 3,77 A após a ocorrência do degrau de carga, com tempo de acomodação da ordem de 15 ms e sobressinal de aproximadamente 4%.

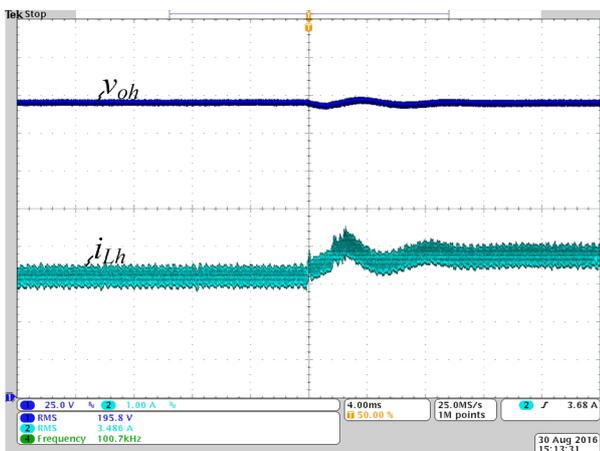


Fig. 16. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oh} (25 V/div), corrente no indutor i_{Lh} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor *boost* híbrido ($k=2$) operando com malhas de tensão e corrente sob degrau de referência de 20%.

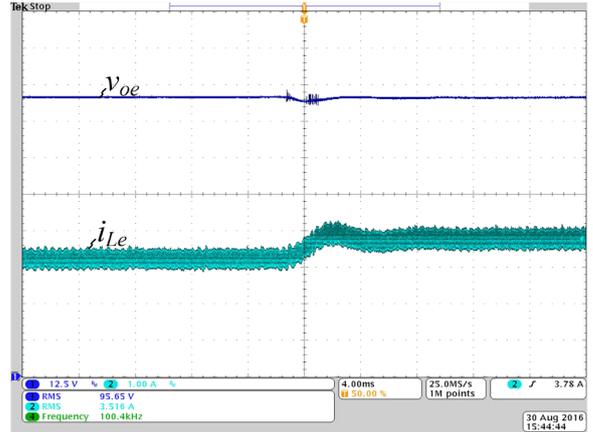


Fig. 17. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oe} (12,5 V/div), corrente no indutor i_{Le} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor equivalente operando com malhas de tensão e corrente sob degrau de referência de 20%.

Por fim, degraus de carga foram também aplicados no sentido contrário, de maneira que o ponto de operação inicial fosse restabelecido, assim como ilustram as Figuras 18 e 19.

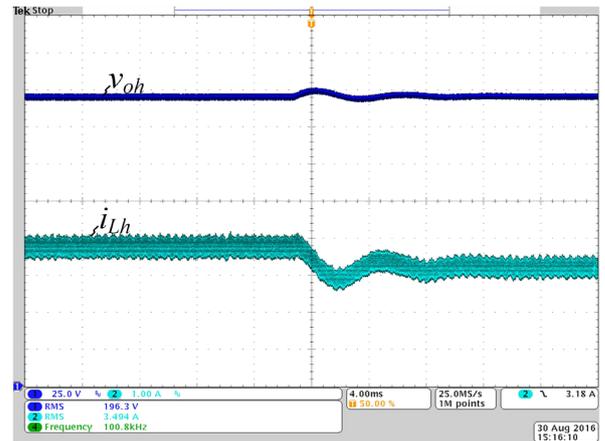


Fig. 18. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oh} (25 V/div), corrente no indutor i_{Lh} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor *boost* híbrido ($k=2$) operando com malhas de tensão e corrente sob degrau negativo de carga.

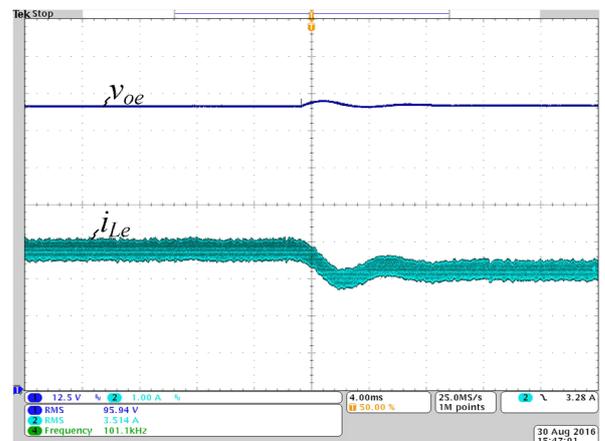


Fig. 19. Resultados experimentais: tensão de saída v_{oe} (12,5 V/div), corrente no indutor i_{Le} (1 A/div) e tempo (4 ms/div), referentes ao conversor equivalente operando com malhas de tensão e corrente sob degrau negativo de carga.

Durante este novo transitório, a corrente do conversor *boost* híbrido apresentou tempo de acomodação da ordem de 16 ms com sobressinal de cerca de 9%. Por sua vez, a corrente do conversor simplificado apresentou dinâmica equivalente: tempo de acomodação da ordem de 15 ms e sobressinal de cerca de 7%.

VII. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma metodologia para redução do conversor *boost* híbrido a um conversor simplificado, dinamicamente equivalente.

O conversor simplificado configura uma ferramenta útil destinada à obtenção dos modelos dinâmicos do conversor *boost* híbrido que, por apresentar inúmeros elementos armazenadores de energia, é caracterizado por funções de transferência de ordem elevada, mas com predominância de segunda ordem.

Para validar a equivalência dinâmica entre os conversores, simulações foram realizadas considerando-se células multiplicadoras com ganho 2, 3 e 5. Além disso, resultados experimentais, extraídos de um protótipo de 150 W com $k=2$, também foram obtidos. Em todos estes cenários, as respostas dinâmicas de ambos os conversores, quando sujeitos a degraus de carga, de razão cíclica e de referência, mostraram-se equivalentes, validando a análise realizada.

APÊNDICE

Esse apêndice apresenta os procedimentos envolvidos na obtenção das equações que descrevem o comportamento estático-dinâmico do conversor analisado por meio do emprego de modelagem por espaço de estados, matematicamente descrito por:

$$\begin{cases} K\dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Eu \end{cases} \quad (A1)$$

Para a obtenção das funções de transferência por meio da aplicação da transformada de Laplace, faz-se necessário proceder a linearização. Para tanto, consideram-se pequenas perturbações \hat{d} , \hat{x} , \hat{u} , e \hat{y} em torno do ponto de operação D, X, U, Y do conversor, conforme:

$$\begin{cases} d = D + \hat{d} \\ x = X + \hat{x} \\ u = U + \hat{u} \\ y = Y + \hat{y} \end{cases} \quad (A2)$$

Aplicando-se as relações de (A2) em (A1), encontra-se:

$$K[\dot{X} + \dot{\hat{x}}] = \left\{ [A_1D + A_2(1-D)] + (A_1 - A_2)\hat{d} \right\} (X + \hat{x}) \dots + \left\{ [B_1D + B_2(1-D)] + (B_1 - B_2)\hat{d} \right\} (U + \hat{u}). \quad (A3)$$

Distribuindo-se os termos, desconsiderando-se as parcelas infinitesimais de segunda ordem e assumindo-se que a variável de entrada é livre de perturbações ($\hat{u} = 0$), tem-se:

$$K[\dot{X} + \dot{\hat{x}}] = \left\{ [A_1D + A_2(1-D)]X + [B_1D + B_2(1-D)]U \right\} \dots + \left\{ (A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right\} \hat{d} + [A_1D + A_2(1-D)]\hat{x}. \quad (A4)$$

Separando-se (A4) em suas parcelas CC e CA, encontram-se, respectivamente:

$$K\dot{X} = [A_1D + A_2(1-D)]X + [B_1D + B_2(1-D)]U \quad (A5)$$

$$K\hat{x} = [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d} + [A_1D + A_2(1-D)]\hat{x}. \quad (A6)$$

Sabendo-se que em regime permanente $\dot{X} = 0$, obtém-se:

$$X = -[A_1D + A_2(1-D)]^{-1} [B_1D + B_2(1-D)]U. \quad (A7)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace em (A6), encontra-se:

$$\hat{x} = \left\{ Ks - [A_1D + A_2(1-D)] \right\}^{-1} [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}. \quad (A8)$$

Similarmente, para a variável y de saída, obtém-se:

$$Y = [C_1D + C_2(1-D)]X + [E_1D + E_2(1-D)]U \quad (A9)$$

$$\hat{y} = [(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U]\hat{d} + [C_1D + C_2(1-D)]\hat{x}. \quad (A10)$$

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina (UNIEDU) mantido pelo Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior (FUMDES).

REFERÊNCIAS

- [1] R. Torquato, T. R. Ricciardi, D. Salles, T. Barbosa, H. F. Costa, "Review of international guides for the interconnection of distributed generation into low voltage distribution networks," *in Proc. of PES General Meeting*, pp. 1-6, 2012.
- [2] Y.R. de Novaes, A. Rufer, I. Barbi, "A New Quadratic, Three-Level, DC/DC Converter Suitable for Fuel Cell Applications," *in Proc. of PCC*, pp. 601-607, 2007.
- [3] K. C. Tseng, T. J. Liang, "Novel high-efficiency step-up converter," *in Proc. of EPA*, vol. 151, pp. 182-190, 2004.
- [4] Z. Fan, D. Lei, P. Fang Zheng, Q. Zhaoming, "A New Design Method for High-Power High-Efficiency Switched-Capacitor DC-DC Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 2, pp. 832-840, March 2008.
- [5] T. B. Lazzarin, R. L. Andersen, I. Barbi, "A Switched-Capacitor Three-Phase AC-AC Converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 2, pp. 735-745, February 2015.

- [6] T. B. Lazzarin, R. L. Andersen, G. B. Martins, I. Barbi, "A 600-W Switched-Capacitor AC-AC Converter for 220 V/110 V and 110 V/220 V Applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 12, pp. 4821-4826, December 2012.
- [7] R. L. Andersen, T. B. Lazzarin, I. Barbi, "A 1-kW Step-Up/Step-Down Switched-Capacitor AC-AC Converter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 7, pp. 3329-3340, July 2013.
- [8] A. Ioinovici, "Switched-capacitor power electronics circuits," *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 1, no. 3, pp. 37-42, July 2001.
- [9] M. S. Makowski, D. Maksimovic, "Performance limits of switched-capacitor DC-DC converters," in *Proc. of PESC*, pp. 1215-1221, 1995.
- [10] M. D. Seeman, S. R. Sanders, "Analysis and Optimization of Switched-Capacitor DC-DC Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 2, pp. 841-851, March 2008.
- [11] V. Sladeczek, P. Palacky, P. Vaculik, J. Oplustil, "Voltage Converters with Switched-capacitor," in *Proc. of PIERS*, pp. 934-937, 2012.
- [12] D. F. Cortez, I. Barbi, "A Family of High-Voltage Gain Single-Phase Hybrid Switched-Capacitor PFC Rectifiers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 8, pp. 4189-4198, August 2015.
- [13] G. V. Silva, R. F. Coelho, T. B. Lazzarin, "State space modeling of a hybrid Switched-Capacitor Boost converter," in *Proc. of COBEP/SPEC*, pp. 1-6, 2015.
- [14] W. Li, X. He, "Review of Nonisolated High-Step-Up DC/DC Converters in Photovoltaic Grid-Connected Applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 4, pp. 1239-1250, April 2011.
- [15] R. W. Erickson, D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, 2nd ed. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [16] J. C. Rosas-Caro, J. M. Ramirez, P. M. Garcia-Vite, "Novel DC-DC Multilevel Boost Converter," in *Proc. of PESC*, pp. 2146-2151, 2008.
- [17] M. K. Alam, F. H. Khan, "Efficiency Characterization and Impedance Modeling of a Multilevel Switched-Capacitor Converter Using Pulse Dropping Switching Scheme," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 6, pp. 3145-3158, June 2014.
- [18] S. Ben-Yaakov, "On the Influence of Switch Resistances on Switched-Capacitor Converter Losses," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 1, pp. 638-640, January 2012.
- [19] A. Merdassi, L. Gerbaud, S. Bacha, "A new automatic average modelling tool for power electronics systems," in *Proc. of PESC*, pp. 3425-3431, 2008.
- [20] R. Middlebrook, S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," in *Proc. of PESC*, pp. 18-34, 1976.
- [21] R. Tymerski, V. Vorperian, F. C. Y. Lee, W. T. Baumann, "Nonlinear modeling of the PWM switch," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 4, no. 2, pp. 225-233, April 1989.

DADOS BIOGRÁFICOS

Gilberto Valentim Silva nasceu em Florianópolis, Santa Catarina, em 1968. É Engenheiro Eletricista (1992) e possui Mestrado (1994) em Engenharia pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Gilberto é professor do Departamento de Eletrotécnica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - IFSC, desde 1995. Atualmente é aluno de doutorado no Instituto Eletrônica de Potência / UFSC e seus interesses incluem conversores a capacitor chaveado, inversores, modelagem e simulação de conversores chaveados.

Roberto Francisco Coelho nasceu em Florianópolis, em agosto de 1982. Recebeu o título de Engenheiro Eletricista, Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, em 2006, 2008 e 2013, respectivamente. Atualmente é professor do Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica da mesma instituição, onde desenvolve trabalhos relacionados ao processamento de energia proveniente de fontes renováveis e ao controle e estabilidade de microrredes. Prof. Roberto é membro da SOBRAEP e do *IEEE*.

Telles Brunelli Lazzarin nasceu em Criciúma, Santa Catarina, Brasil, em 1979. Recebeu o grau de Engenheiro Eletricista, Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Brasil, em 2004, 2006 e 2010, respectivamente. Atualmente é professor no Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica da UFSC e pesquisador no Instituto de Eletrônica de Potência (INEP). A área de concentração do Prof. Telles é em eletrônica de potência, com ênfase em energias renováveis (principalmente eólica de pequeno porte), inversores de tensão e conversores estáticos a capacitor chaveado. Prof. Telles é membro da Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP) e do *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*.