

MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS PARA O PARALELISMO DE INVERSORES UTILIZANDO CONTROLE HIERÁRQUICO

William A. Venturini, Henrique Jank, Mário L. S. Martins, Fábio E. Bisogno
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria – RS, Brasil
e-mail: williamventurini@gmail.com, hiquejank@gmail.com, mariolsm@gmail.com, fbisogno@gmail.com

Resumo – Este trabalho apresenta de forma detalhada a modelagem de pequenos sinais para a conexão de um número genérico de inversores em paralelo operando de forma ilhada em microrredes de baixa tensão. É utilizada uma estrutura de controle hierárquico mestre-escravo, a qual garante a regulação da amplitude e da frequência da tensão da microrrede enquanto distribuindo de forma precisa as potências ativas e reativas entre todos os inversores conectados. Em caso de falha do mestre, o sistema permanece operando através da redefinição de um novo mestre. Apesar de esta estrutura ser utilizada, a modelagem proposta pode ser aplicada a outras configurações de sistemas de controle hierárquico. A modelagem de pequenos sinais é desenvolvida no espaço de estados, e consiste na linearização do sistema em torno de um ponto de equilíbrio. O modelo obtido é validado através de resultados de simulação e o desempenho do sistema é avaliado através de resultados *hardware-in-the-loop*.

Palavras-Chave – Controle Hierárquico, Mestre-Escravo, Microrredes, Modelagem de Pequenos Sinais.

SMALL-SIGNAL MODELING FOR PARALLELISM OF INVERTERS USING HIERARCHICAL CONTROL

Abstract – This paper presents a detailed small-signal modeling for a low-voltage microgrid with a generic number of inverters. The control system utilized is a hierarchical master-slave structure which guarantees voltage amplitude and frequency restoration while maintaining an accurate active and reactive power sharing among all inverters. In case of a master failure, the system remains operational by redefining a new master. Although this structure is used, the proposed modeling can be applied to other configurations of hierarchical control systems. The presented small-signal modeling is developed in the space-state and consists of the linearization around an equilibrium point. The model is validated via simulations and the control system performance is evaluated through a *hardware-in-the-loop* platform.

Keywords – Hierarchical Control, Master-slave, Microgrid, Small-Signal Modeling.

Artigo submetido em 17/07/2018. Primeira revisão em 02/09/2018. Aceito para publicação em 13/11/2018 por recomendação do Editor Marcello Mezaroba. <http://dx.doi.org/10.18618/REP.2018.4.0019>

I. INTRODUÇÃO

A crescente demanda por fontes renováveis de energia tem motivado a conexão de unidades de geração distribuída (UGD) à rede de distribuição [1]. Contudo, a inserção inadequada de UGD pode ocasionar problemas como flutuações de tensão, fluxo reverso de potência, mau funcionamento dos sistemas de proteção e até mesmo instabilidades [2]. Este fato tem contribuído para o desenvolvimento das microrredes, as quais possibilitam a integração sistemática e organizada de diferentes fontes de geração sustentáveis [3]. Quando a rede elétrica principal encontra-se em adequada operação, as UGD de microrredes contribuem com a injeção de potência no sistema. Porém, quando detectada uma interrupção na distribuição de energia da rede pública, as microrredes podem operar de forma ilhada, ou seja, independentes da rede principal, sendo as UGD responsáveis pelo controle da tensão e pelo fornecimento de potência às cargas conectadas [4].

Os inversores de tensão são as interfaces eletrônicas presentes nas UGDs responsáveis pela conversão de uma tensão contínua em alternada, com amplitude e frequência adequadas às necessidades do barramento de cargas. Dessa forma, torna-se necessário um controle apropriado do paralelismo entre as unidades presentes na microrrede, a fim de garantir a estabilidade e o desempenho esperado, principalmente na operação ilhada, a qual requer estratégias de controle específicas [2], [4]. Estruturas de controle hierárquico são geralmente utilizadas para assegurar um adequado funcionamento das microrredes [4]-[7]. Contudo, estes sistemas de controle apresentam uma alta complexidade de análise, visto os distintos níveis operacionais, implicando em uma carência da literatura no que se refere ao detalhamento da modelagem e comprovação da estabilidade quando utilizando o controle secundário [2], [4].

Deste modo, o presente trabalho aborda de forma aprofundada e sistemática a modelagem de pequenos sinais para o paralelismo de um número genérico de inversores operando de forma ilhada em microrredes de baixa tensão. Utiliza-se uma estrutura de controle hierárquico mestre-escravo, na qual o mestre é responsável pelo controle da amplitude e da frequência da tensão da microrrede e os escravos compartilham a potência fornecida entre todas as unidades. Apesar de esta estrutura ser utilizada neste trabalho, a modelagem proposta pode ser aplicada para outras configurações de sistemas de controle hierárquico. A metodologia de modelagem é baseada na linearização das equações que regem o comportamento do sistema em torno de um ponto de operação e é validada via resultados de simulação. Por fim, utiliza-se uma plataforma *hardware-in-the-loop* para adquirir resultados que comprovam a metodologia desenvolvida e o bom desempenho do sistema.

II. SISTEMA DE CONTROLE

O sistema de controle hierárquico mestre-escravo utilizado é apresentado na Figura 1. Esta estrutura conta com diferentes níveis de controle, cada um com funções e bandas-passantes distintas. Todas as unidades conectadas em paralelo que compõem a microrrede possuem o sistema de controle descrito, contudo são habilitadas apenas as malhas de interesse, dependendo da característica dos inversores: mestre ou escravo. Se o inversor opera como mestre, a variável M assume o valor 1 e a variável S adquire o valor 0. De forma complementar, na operação como escravo, M é igual a 0 e S adquire o valor 1. Este trabalho considera a conexão paralela de inversores monofásicos meia-ponte com filtro LC de saída, dado o crescente número de UGD monofásicas instaladas em microrredes [8]. Contudo, a análise apresentada pode ser facilmente estendida à sistemas trifásicos e à diferentes estruturas de controle hierárquico. A descrição do funcionamento e o detalhamento dos níveis hierárquicos são mostrados nesta seção.

A. Nível 0: Malhas Internas

Este nível compreende as malhas mais internas e mais rápidas do sistema, encarregadas pelos controles de tensão e corrente dos inversores. Um controlador proporcional é utilizado na malha de corrente para realizar uma pré-compensação da planta, fornecendo um amortecimento adequado e permitindo a limitação de corrente em casos de sobrecarga. Para a malha de tensão, uma estratégia por retroação de estados com múltiplos controladores ressonantes é adotada. Os ganhos dos controladores ressonantes são projetados via regulador

quadrático linear (*Linear Quadratic Regulator* – LQR) para garantir um bom rastreamento de referência e rejeição de distúrbios. Em [9] uma estratégia de controle semelhante é utilizada, contudo um controlador proporcional-integral (PI) é empregado. Uma vez que as malhas internas são projetadas para garantir a estabilidade da planta e o controlador de tensão apresenta um compensador ressonante na frequência fundamental – o que garante o rastreamento preciso da referência –, as tensões de saída dos inversores são consideradas iguais à tensão de referência. Sendo assim, devido às dinâmicas rápidas das malhas internas de corrente e tensão, não considera-se o nível 0 nas análises subsequentes [10].

B. Nível 1: Controle Primário

O controle primário é baseado no método *droop*, o qual proporciona compartilhamento adequado de potências sem a necessidade de comunicação, realizando ajustes na amplitude e na frequência da tensão de referência dos inversores. O método *droop* para inversores com impedância de saída resistiva é dado por [11]:

$$E_{oi} = E_{ref} - n_i P_{oi} \quad (1)$$

$$\omega_i = \omega_{ref} + m_i Q_{oi} \quad (2)$$

onde E_o é a amplitude da tensão de saída, E_{ref} é a amplitude da referência de tensão, i é o índice que representa o i -ésimo inversor, n é o coeficiente *droop* de amplitude, m é o coeficiente *droop* de frequência, P_o é a potência ativa média, Q_o é a potência reativa média, ω é a frequência da tensão de

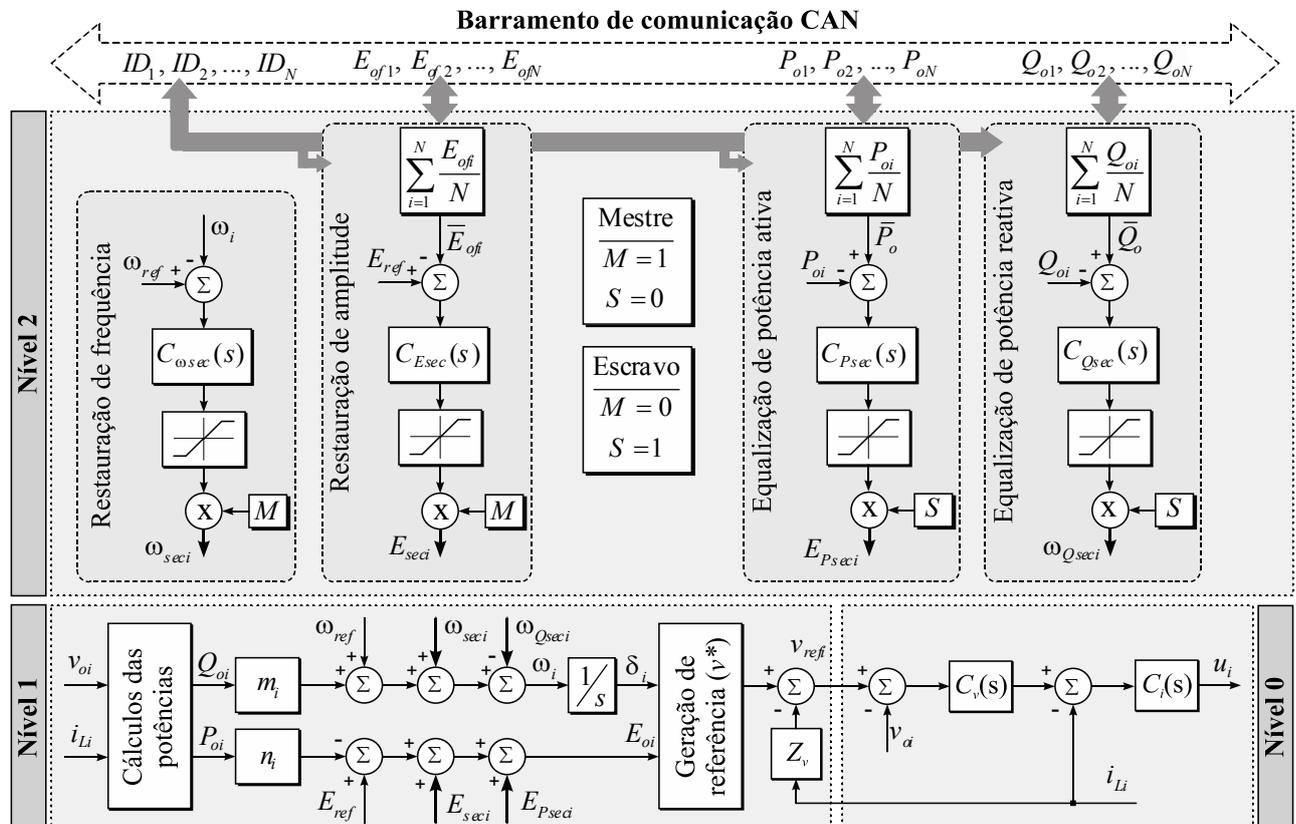


Fig. 1. Estrutura de controle hierárquico mestre-escravo para a operação ilhada de microrredes.

saída e ω_{ref} é a frequência de referência.

Nota-se que a dinâmica dos controladores de nível primário depende basicamente dos filtros passa-baixas utilizados nas medições das potências, uma vez que o *droop* consiste apenas em ganhos proporcionais. Quanto maiores forem os coeficientes *droop*, melhor será o compartilhamento de potência, ao custo de degradar a regulação de amplitude e frequência [11]. Usualmente, os coeficientes *droop* são projetados de acordo com o desvio máximo de amplitude (d_E) e desvio de frequência (d_ω) permitidos para as potências ativa (P_{nom}) e reativa (Q_{nom}) nominais, conforme:

$$n_i = d_E / P_{nom} \quad (3)$$

$$m_i = d_\omega / Q_{nom} \quad (4)$$

Valores usuais de d_E e d_ω são 5% e 2%, respectivamente [12].

O conceito de impedância virtual é utilizado para emular impedâncias no circuito sem a adição de perdas, e assim garantir uma característica ao sistema, geralmente resistiva ou indutiva, proporcionando o desacoplamento dos fluxos de potência ativa e reativa no método *droop* [13]. Neste trabalho utiliza-se uma resistência virtual, apesar de usualmente, em redes de baixa tensão, as impedâncias de linha já apresentarem característica resistiva [12]. A implementação é realizada a partir da realimentação da corrente do indutor do filtro de saída, conforme:

$$v_{ref}(s) = v^* - Z_v(s)i_L \quad (5)$$

onde v^* é a referência de tensão gerada pelo controlador *droop*, v_{ref} é a referência de tensão após a impedância virtual, i_L é a corrente do indutor de saída e $Z_v(s)$ é a impedância virtual.

O método *droop* por si só não é capaz de garantir a regulação da tensão de saída em seus valores nominais nem o compartilhamento preciso de potências, uma vez que é afetado por discrepâncias nas impedâncias de linha, divergências entre os parâmetros dos inversores ou, quando utilizada, pela queda de tensão provocada pela impedância virtual. Para compensar estes desvios, o controle secundário pode ser utilizado.

C. Nível 2: Controle Secundário

O controle secundário é responsável por compensar os desvios de amplitude e frequência introduzidos pelo controlador *droop* e por aprimorar o compartilhamento de potência por meio de um sistema de comunicação com uma taxa de transferência de dados relativamente baixa (1 Mbit/s), no caso, a comunicação via CAN (*Controller Area Network*). Para tal, é utilizada uma abordagem mestre-escravo, onde a unidade mestre é responsável pela compensação dos desvios de amplitude e frequência enquanto que os escravos atuam com malhas de compartilhamento de potências. A identificação (ID) de cada unidade é compartilhada pelo sistema de comunicação, permitindo o cálculo do número total de inversores (N) conectados à microrrede. A função do mestre é designada ao inversor com o menor ID. Em caso de mau funcionamento do mestre, a unidade com ID mais próximo é designada para

esta função, habilitando as respectivas malhas de controle.

1) *Restauração de amplitude*: O inversor mestre é responsável por restaurar a média das amplitudes de todos os inversores no seu valor nominal por meio de um controlador PI. Para isso, a unidade mestre adquire, via comunicação, os valores das amplitudes dos demais inversores conectados e calcula a média destes dados, agindo no intuito de igualar este valor à referência, o que tende a reduzir o impacto dos erros de medidas no controle, o que poderia interferir de forma relevante na regulação de tensão e na distribuição de potências [14]. Para a aquisição dos valores das amplitudes, utilizam-se filtros passa-baixas com frequência de corte ω_{cE} , conforme:

$$E_{ofi}(s) = \frac{\omega_{cE}}{s + \omega_{cE}} E_{oi} \quad (6)$$

onde E_{ofi} é a amplitude das tensões de saída filtradas.

Dessa forma, a ação de controle da malha de restauração de amplitude, considerando as médias das amplitudes, é dada por:

$$E_{sec1} = k_{pE} \left(E_{ref} - \sum_{i=1}^N \frac{E_{ofi}}{N} \right) + k_{iE} \int \left(E_{ref} - \sum_{i=1}^N \frac{E_{ofi}}{N} \right) dt \quad (7)$$

onde k_p e k_i são os ganhos proporcional e integral. No decorrer do trabalho é utilizado o índice 1 para referir-se ao inversor mestre, sendo os índices subsequentes referentes às unidades escravas.

2) *Restauração de frequência*: O mestre também é encarregado de restaurar a frequência nominal de operação do sistema. Utilizando um controlador PI, a ação de controle da restauração de frequência é dada por:

$$\omega_{sec1} = k_{p\omega} (\omega_{ref} - \omega_1) + k_{i\omega} \int (\omega_{ref} - \omega_1) dt \quad (8)$$

3) *Malha de equalização de potência ativa*: Ao contrário da frequência, devido às quedas ao longo das linhas de distribuição, a tensão não é a mesma em toda a microrrede, dificultando a obtenção de um compartilhamento preciso de potência ativa, já que a própria amplitude é uma variável de controle. Como mostrado em [2], uma solução para esse problema é usar as informações de outras unidades para regular o compartilhamento de potência. Assim, neste trabalho, cada unidade escrava recebe a informação da potência ativa medida pelos demais inversores e utiliza a média como referência para sua própria potência ativa, gerando uma ação de controle por meio de um controlador PI, dada por:

$$E_{Pseci} = k_{pP} (\bar{P}_o - P_{oi}) + k_{iP} \int (\bar{P}_o - P_{oi}) dt \quad (9)$$

onde \bar{P}_o é a média das potências ativas de todas as unidades e E_{Pseci} é a ação de controle da malha de compartilhamento de potência ativa.

4) *Malha de equalização de potência reativa*: é utilizada uma malha específica para garantir o sincronismo entre as tensões dos inversores. De forma, semelhante à malha de compartilhamento de potência ativa, a média das potências

reativas de todos os inversores é usada como referência por cada unidade escrava, gerando uma ação de controle dada por:

$$\omega_{Qseci} = k_{pQ}(\bar{Q}_o - Q_{oi}) + k_{iQ} \int (\bar{Q}_o - Q_{oi}) dt \quad (10)$$

onde \bar{Q}_o é a média das potências reativas de todas os inversores e ω_{Qseci} é a ação de controle da malha de compartilhamento de potência reativa.

Considerando os controladores de nível primário e secundário, as ações de controle resultantes para o inversor mestre são dadas por:

$$E_{o1} = E_{ref} - n_1 P_{o1} + E_{sec1} \quad (11)$$

$$\omega_1 = \omega_{ref} + m_1 Q_{o1} + \omega_{sec1} \quad (12)$$

Para os inversores escravos, as ações de controle são:

$$E_{oi} = E_{ref} - n_i P_{oi} + E_{Pseci} \quad (13)$$

$$\omega_i = \omega_{ref} + m_i Q_{oi} - \omega_{Qseci} \quad (14)$$

Cabe destacar que a banda passante adotada para os controladores de nível secundário deve ser cerca de uma década abaixo da velocidade de resposta do controle primário [11].

III. MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS

Nesta seção é apresentada de forma detalhada a modelagem de pequenos sinais no espaço de estados da estrutura de controle hierárquico mostrada na Figura 1. O desenvolvimento no espaço de estados consiste em determinar as equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema analisado e posteriormente organizá-las na forma matricial. A análise desenvolvida é baseada em [15]-[18], incluindo-se os níveis de controle 1 e 2 da estrutura utilizada. Salienta-se que a metodologia de modelagem desenvolvida pode ser aplicada a diferentes estruturas de controle hierárquico, não apenas à utilizada neste trabalho. É considerado um sistema composto por N inversores conectados em paralelo alimentado cargas distribuídas, cuja impedância equivalente das cargas é representada por Z_{carga} , conforme é apresentado na Figura 2.

As equações que regem o comportamento do sistema de controle apresentado podem ser linearizadas em torno de um

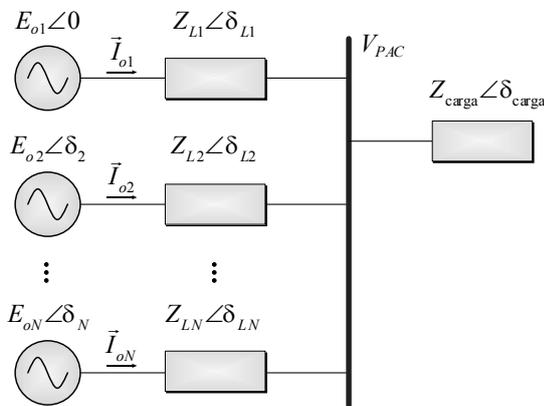


Fig. 2. Paralelismo de N inversores conectados a uma carga equivalente por meio de impedâncias de linha.

ponto específico de operação, viabilizando assim a utilização de ferramentas conhecidas de análise para o caso linear. A linearização é realizada em torno do ponto de equilíbrio definido pela fase (δ_e), frequência angular (ω_e), amplitude (E_e), potência ativa (P_e) e reativa (Q_e) de equilíbrio utilizando a expansão de Taylor de primeira ordem para uma função de duas variáveis, a qual pode ser representada genericamente por [18]-[20]:

$$\Delta f(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \Delta x_2 \quad (15)$$

onde o símbolo Δ representa uma pequena perturbação da variável de interesse em relação ao ponto de equilíbrio. Assim, de forma semelhante a (15), a linearização de (11)-(14) resulta em:

$$\Delta E_{o1} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial P_{o1}} \Delta P_{o1} = -n_1 \Delta P_{o1} + \Delta E_{sec1} \quad (16)$$

$$\Delta \omega_1 = \frac{\partial \omega_1}{\partial Q_{o1}} \Delta Q_{o1} = m_1 \Delta Q_{o1} + \Delta \omega_{sec1} \quad (17)$$

$$\Delta E_{oi} = \frac{\partial E_{oi}}{\partial P_{oi}} \Delta P_{oi} = -n_i \Delta P_{oi} + \Delta E_{Pseci} \quad (18)$$

$$\Delta \omega_i = \frac{\partial \omega_i}{\partial Q_{oi}} \Delta Q_{oi} = m_i \Delta Q_{oi} - \Delta \omega_{Qseci} \quad (19)$$

As ações de controle linearizadas do nível hierárquico 2 para o mestre, no domínio da frequência, considerando a média das tensões de saída filtradas, são dadas por:

$$\Delta E_{sec1}(s) = - \left(k_{pE} + \frac{k_{iE}}{s} \right) \left(\sum_{i=1}^N \frac{\Delta E_{ofi}}{N} \right) \quad (20)$$

$$\Delta \omega_{sec1}(s) = - \left(k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} \right) \Delta \omega_1 \quad (21)$$

sendo que as amplitudes filtradas linearizadas são:

$$\Delta E_{ofi}(s) = \frac{\omega_{cE}}{s + \omega_{cE}} \Delta E_{oi} \quad (22)$$

A dinâmica da amplitude da tensão do mestre, considerando as amplitudes médias das tensões de todas as unidades, no domínio do tempo, pode ser encontrada substituindo-se (20) em (16), resultando em:

$$\dot{\Delta E}_{o1} = -n_1 \dot{\Delta P}_{o1} - \sum_{i=1}^N \frac{k_{pE} \dot{\Delta E}_{ofi} + k_{iE} \Delta E_{ofi}}{N} \quad (23)$$

onde o termo com ponto representa a derivada da variável em questão. As dinâmicas das tensões de saída filtradas podem ser representadas, no tempo, por:

$$\dot{\Delta E}_{ofi} = -\omega_{cE} \Delta E_{ofi} + \omega_{cE} \Delta E_{oi} \quad (24)$$

De forma semelhante, a dinâmica da frequência do mestre é obtida substituindo-se (21) em (17), originando:

$$\dot{\Delta\omega}_1 = \frac{m_1 \dot{\Delta Q}_{o1} - k_{i\omega} \Delta\omega_1}{1 + k_{p\omega}} \quad (25)$$

Os inversores escravos são responsáveis por manter um compartilhamento de potência ativa e reativa adequado entre todos os inversores em operação. Para isso, a partir das potências ativas (p_{oi}) e reativas (q_{oi}) instantâneas, são calculadas as potências médias instantâneas e potências médias linearizadas através de filtros passa-baixas de frequência de corte ω_c , de acordo com:

$$P_{oi} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} p_{oi}, \quad \Delta P_{oi} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \Delta p_{oi} \quad (26)$$

$$Q_{oi} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} q_{oi}, \quad \Delta Q_{oi} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \Delta q_{oi} \quad (27)$$

As potências instantâneas podem ser representadas através das componentes das tensões e correntes em eixos síncronos dq , conforme:

$$p_{oi} = \frac{e_{odi}i_{odi} + e_{oqi}i_{oqi}}{2}; \quad q_{oi} = \frac{e_{oqi}i_{odi} - e_{odi}i_{oqi}}{2} \quad (28)$$

A partir dessa linearização, os desvios de potência ativa e reativa instantâneos fornecidos por cada inversor podem ser escritos por:

$$\begin{bmatrix} \Delta p_{oi} \\ \Delta q_{oi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i_{odi}}{2} & \frac{i_{oqi}}{2} \\ \frac{i_{oqi}}{2} & -\frac{i_{odi}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_{odi} \\ \Delta e_{oqi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{e_{odi}}{2} & \frac{e_{oqi}}{2} \\ -\frac{e_{oqi}}{2} & \frac{e_{odi}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{odi} \\ \Delta i_{oqi} \end{bmatrix} \quad (29)$$

A dinâmica das potências ativa (ΔP_{oi}) e reativa (ΔQ_{oi}), no domínio do tempo, podem ser obtidas a partir da manipulação de (26) e (27), resultando em:

$$\dot{\Delta P}_{oi} = -\omega_c \Delta P_{oi} + \omega_c \Delta p_{oi} \quad (30)$$

$$\dot{\Delta Q}_{oi} = -\omega_c \Delta Q_{oi} + \omega_c \Delta q_{oi} \quad (31)$$

Incluindo-se (29) em (30) e (31), as dinâmicas das potências médias linearizadas podem ser expressas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta P}_{oi} \\ \dot{\Delta Q}_{oi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_c i_{odi}}{2} & \frac{\omega_c i_{oqi}}{2} & -\omega_c & 0 \\ -\frac{\omega_c i_{oqi}}{2} & \frac{\omega_c i_{odi}}{2} & 0 & -\omega_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_{odi} \\ \Delta e_{oqi} \\ \Delta P_{oi} \\ \Delta Q_{oi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{e_{odi}}{2} & \frac{e_{oqi}}{2} \\ \frac{e_{oqi}}{2} & -\frac{e_{odi}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{odi} \\ \Delta i_{oqi} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Para os escravos, as ações de controle linearizadas de nível 2, no domínio da frequência, são dadas por:

$$\Delta E_{P_{seci}}(s) = \left(k_{pP} + \frac{k_{iP}}{s} \right) \left(\sum_{i=1}^N \frac{\Delta P_{oi}}{N} \right) - \left(k_{pP} + \frac{k_{iP}}{s} \right) \Delta P_{oi} \quad (33)$$

$$\Delta \omega_{Q_{seci}}(s) = \left(k_{pQ} + \frac{k_{iQ}}{s} \right) \left(\sum_{i=1}^N \frac{\Delta Q_{oi}}{N} \right) - \left(k_{pQ} + \frac{k_{iQ}}{s} \right) \Delta Q_{oi} \quad (34)$$

As dinâmicas das amplitudes e frequências para os escravos podem ser encontradas substituindo-se (33) e (34) em (18) e (19), respectivamente, e passando ambas equações resultantes para o domínio do tempo. Assim, as dinâmicas dos desvios de amplitude e de frequência para os escravos são dadas por:

$$\dot{\Delta E}_{oi} = -(n_i + k_{pP}) \Delta P_{oi} - k_{iP} \Delta P_{oi} + \sum_{i=1}^N \left(\frac{k_{pP} \dot{\Delta P}_{oi} + k_{iP} \Delta P_{oi}}{N} \right) \quad (35)$$

$$\dot{\Delta \omega}_i = (m_i + k_{pQ}) \Delta Q_{oi} + k_{iQ} \Delta Q_{oi} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{k_{pQ} \dot{\Delta Q}_{oi} + k_{iQ} \Delta Q_{oi}}{N} \right) \quad (36)$$

Utilizando-se a representação em eixos síncronos dq para todos os inversores, o vetor das tensões de saída \vec{v}_{oi} pode ser representado por:

$$\vec{v}_{oi} = e_{odi} + j e_{oqi} = E_{oi} \angle \delta_i \quad (37)$$

onde E_{oi} é a amplitude e δ_i é o ângulo de fase de \vec{v}_{oi} , os quais podem ser calculados por:

$$e_{odi} = E_{oi} \cos(\delta_i), \quad e_{oqi} = E_{oi} \sin(\delta_i) \quad (38)$$

$$E_{oi} = |\vec{v}_{oi}| = \sqrt{e_{odi}^2 + e_{oqi}^2} \quad (39)$$

$$\delta_i = \arctan \left(\frac{e_{oqi}}{e_{odi}} \right) \quad (40)$$

Através da linearização de (39) e (40), obtêm-se:

$$\Delta E_{oi} = \frac{\partial E_{oi}}{\partial e_{odi}} \Delta e_{odi} + \frac{\partial E_{oi}}{\partial e_{oqi}} \Delta e_{oqi} \quad (41)$$

$$\Delta\delta_i = \frac{\partial\delta_i}{\partial e_{odi}} \Delta e_{odi} + \frac{\partial\delta_i}{\partial e_{oqi}} \Delta e_{oqi}, \quad (42)$$

as quais podem ser representadas na forma:

$$\Delta E_{oi} = n_{di} \Delta e_{odi} + n_{qi} \Delta e_{oqi} \quad (43)$$

$$\Delta\delta_i = m_{di} \Delta e_{odi} + m_{qi} \Delta e_{oqi} \quad (44)$$

onde:

$$n_{di} = \frac{e_{odi}}{\sqrt{e_{odi}^2 + e_{oqi}^2}}, \quad n_{qi} = \frac{e_{oqi}}{\sqrt{e_{odi}^2 + e_{oqi}^2}} \quad (45)$$

$$m_{di} = -\frac{e_{oqi}}{e_{odi}^2 + e_{oqi}^2}, \quad m_{qi} = \frac{e_{odi}}{e_{odi}^2 + e_{oqi}^2}. \quad (46)$$

Considerando que $\Delta\omega(s) = s\Delta\delta(s)$, (44) pode ser reescrita como:

$$\Delta\omega_i = m_{di} \dot{\Delta e_{odi}} + m_{qi} \dot{\Delta e_{oqi}}. \quad (47)$$

De forma semelhante, a dinâmica do desvio de amplitude pode ser escrita como:

$$\dot{\Delta E_{oi}} = n_{di} \dot{\Delta e_{odi}} + n_{qi} \dot{\Delta e_{oqi}}. \quad (48)$$

As dinâmicas $\dot{\Delta e_{odi}}$ e $\dot{\Delta e_{oqi}}$ podem ser encontradas resolvendo simultaneamente o sistema de equações formado por (22), (23), (24), (30), (43), (47) e (48) para o mestre, e por (35), (30), (47) e (48) para os escravos. A solução simbólica deste sistema é apresentada no Apêndice.

Para a resolução do problema é necessário encontrar as tensões e correntes do ponto de equilíbrio do sistema. Estas variáveis são dependentes das impedâncias de linha (Z_{Li}) e de carga (Z_{carga}). Assim, através das Leis de Kirchhoff, pode-se escrever estas relações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_{o1} \\ \bar{E}_{o2} \\ \vdots \\ \bar{E}_{oN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{L1} + Z_{carga} & Z_{carga} & \cdots & Z_{carga} \\ Z_{carga} & Z_{L2} + Z_{carga} & \cdots & Z_{carga} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{carga} & Z_{carga} & \cdots & Z_{LN} + Z_{carga} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{o1} \\ \bar{I}_{o2} \\ \vdots \\ \bar{I}_{oN} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta e_{od1} \\ \Delta e_{oq1} \\ \Delta E_{of1} \\ \Delta P_{o1} \\ \Delta Q_{o1} \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta e_{od2} \\ \Delta e_{oq2} \\ \Delta E_{of2} \\ \Delta P_{o2} \\ \Delta Q_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{1M1} & \omega_{1M2} & \omega_{1M3} & 0 & 0 & \omega_{1M6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{d1M1} & e_{d1M2} & e_{d1M3} & e_{d1M4} & e_{d1M5} & 0 & 0 & e_{d1M8} & e_{d1M9} & e_{d1M10} & 0 & 0 & 0 \\ e_{q1M1} & e_{q1M2} & e_{q1M3} & e_{q1M4} & e_{q1M5} & 0 & 0 & e_{q1M8} & e_{q1M9} & e_{q1M10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{f1M2} & e_{f1M3} & e_{f1M4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{1M2} & p_{1M3} & 0 & p_{1M5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{1M2} & q_{1M3} & 0 & 0 & q_{1M6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{2M2} & \omega_{2M3} & 0 & 0 & \omega_{2M6} & 0 & \omega_{2M8} & \omega_{2M9} & 0 & 0 & \omega_{2M12} & 0 \\ 0 & e_{d2M2} & e_{d2M3} & 0 & e_{d2M5} & 0 & e_{d2M7} & e_{d2M8} & e_{d2M9} & 0 & e_{d2M11} & 0 & 0 \\ 0 & e_{q2M2} & e_{q2M3} & 0 & e_{q2M5} & 0 & e_{q2M7} & e_{q2M8} & e_{q2M9} & 0 & e_{q2M11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{f2M8} & e_{f2M9} & e_{f2M10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{2M8} & p_{2M9} & 0 & p_{2M11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{2M8} & q_{2M9} & 0 & 0 & q_{2M12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta e_{od1} \\ \Delta e_{oq1} \\ \Delta E_{of1} \\ \Delta P_{o1} \\ \Delta Q_{o1} \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta e_{od2} \\ \Delta e_{oq2} \\ \Delta E_{of2} \\ \Delta P_{o2} \\ \Delta Q_{o2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{1C1} & \omega_{1C2} & 0 & 0 \\ e_{d1C1} & e_{d1C2} & 0 & 0 \\ e_{q1C1} & e_{q1C2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{1C1} & p_{1C2} & 0 & 0 \\ q_{1C1} & q_{1C2} & 0 & 0 \\ \omega_{2C1} & \omega_{2C2} & \omega_{2C3} & \omega_{2C4} \\ e_{d2C1} & e_{d2C2} & e_{d2C3} & e_{d2C4} \\ e_{q2C1} & e_{q2C2} & e_{q2C3} & e_{q2C4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{2C3} & p_{2C4} \\ 0 & 0 & q_{2C3} & q_{2C4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{od1} \\ \Delta i_{oq1} \\ \Delta i_{od2} \\ \Delta i_{oq2} \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Considerando que $\mathbf{Y}_s = \mathbf{Z}_s^{-1}$, (49) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{o1} \\ \bar{I}_{o2} \\ \vdots \\ \bar{I}_{oN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_{o1} \\ \bar{E}_{o2} \\ \vdots \\ \bar{E}_{oN} \end{bmatrix}. \quad (50)$$

A estrutura complexa de (50) pode ser reescrita em sua forma retangular, de acordo com (51):

$$\begin{bmatrix} i_{od1} \\ i_{oq1} \\ i_{od2} \\ i_{oq2} \\ \vdots \\ i_{odN} \\ i_{oqN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & -B_{11} & G_{12} & -B_{12} & \cdots & G_{1N} & -B_{1N} \\ B_{11} & G_{11} & B_{12} & G_{12} & \cdots & B_{1N} & G_{1N} \\ G_{21} & -B_{21} & G_{22} & -B_{22} & \cdots & G_{2N} & -B_{2N} \\ B_{21} & G_{21} & B_{22} & G_{22} & \cdots & B_{2N} & G_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{N1} & -B_{N1} & G_{N2} & -B_{N2} & \cdots & G_{NN} & -B_{NN} \\ B_{N1} & G_{N1} & B_{N2} & G_{N2} & \cdots & G_{NN} & G_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{od1} \\ e_{oq1} \\ e_{od2} \\ e_{oq2} \\ \vdots \\ e_{odN} \\ e_{oqN} \end{bmatrix}. \quad (51)$$

o que simbolicamente pode ser representado por:

$$\mathbf{i}_o = \mathbf{Y}_s \mathbf{e}_o \quad (52)$$

sendo sua forma linearizada:

$$\Delta \mathbf{i}_o = \mathbf{Y}_s \Delta \mathbf{e}_o. \quad (53)$$

As variáveis de estado que descrevem o comportamento de cada inversor são dadas por:

$$\Delta \mathbf{x}_i = [\Delta\omega_i \quad \Delta e_{odi} \quad \Delta e_{oqi} \quad \Delta E_{ofi} \quad \Delta P_{oi} \quad \Delta Q_{oi}]^T. \quad (54)$$

Com a definição das variáveis de estado do sistema em (54), a representação em espaço de estados de todo o sistema pode ser inicialmente escrita de forma semelhante a (32), abrangendo os estados definidos e os desvios de corrente, conforme:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{M}_s \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}_s \Delta \mathbf{i}_o \quad (55)$$

onde \mathbf{M}_s e \mathbf{C}_s são as matrizes que multiplicam os estados do sistema e os desvios de corrente, respectivamente.

Com o intuito de tornar esta análise mais clara, é apresentado um exemplo para dois inversores, um mestre e um

escravo. A forma expandida de (55) é apresentada em (56). Os elementos das matrizes \mathbf{M}_s e \mathbf{C}_s são descritos no Apêndice.

Substituindo (53) em (55), obtém-se:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{M}_s \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}_s \mathbf{Y}_s \Delta \mathbf{e}_o. \quad (57)$$

Uma vez que os elementos do vetor $\Delta \mathbf{e}_o$ são variáveis de estado, pode-se utilizar uma matriz de adequação \mathbf{K}_s da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{e}_o = \mathbf{K}_s \Delta \mathbf{x} \quad (58)$$

o que resulta na forma expandida:

$$\begin{bmatrix} \Delta e_{odi} \\ \Delta e_{oqi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_i \\ \Delta e_{odi} \\ \Delta e_{oqi} \\ \Delta E_{ofi} \\ \Delta P_{oi} \\ \Delta Q_{oi} \end{bmatrix}. \quad (59)$$

Reescrevendo (57) com a inclusão de (58), tem-se:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = (\mathbf{M}_s + \mathbf{C}_s \mathbf{Y}_s \mathbf{K}_s) \Delta \mathbf{x} \quad (60)$$

a qual está na forma geral de representação de sistemas lineares em espaço de estados, onde a matriz Jacobiana é dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_s + \mathbf{C}_s \mathbf{Y}_s \mathbf{K}_s. \quad (61)$$

A partir da obtenção da matriz \mathbf{A} , pode-se analisar a dinâmica e a estabilidade do sistema completo, onde se incluem os níveis 1 e 2 da estrutura de controle hierárquico utilizada.

IV. VALIDAÇÃO DA MODELAGEM E DEFINIÇÃO DOS GANHOS DOS CONTROLADORES SECUNDÁRIOS

A partir da modelagem de pequenos sinais realizada é possível determinar os ganhos dos controladores de nível secundário da estrutura de controle hierárquico mestre-escravo que garantem a estabilidade do sistema e um desempenho satisfatório. Considera-se o sistema operando com três inversores, onde o inversor 1 opera como mestre e as unidades 2 e 3 como escravos, e com impedâncias de linha distintas. A definição dos ganhos é efetuada através da análise dos polos de malha fechada do sistema, onde se variam os ganhos proporcionais e integrais dos controladores secundários e escolhem-se os ganhos que melhor atendam às especificações de projeto [21]. Os parâmetros do sistema, os pontos de equilíbrio resultantes da análise do fluxo de potência e os ganhos dos controladores primários, definidos pelos máximos desvios de amplitude e frequência, são mostrados na Tabela I. A Figura 3 mostra a tendência dos autovalores da matriz Jacobiana no plano complexo para a varredura de ganhos realizada. Os ganhos escolhidos que

TABELA I
Parâmetros do Sistema e Pontos de Equilíbrio

Parâmetro	Símbolo	Valor
Parâmetros gerais		
Amplitude de referência	E_{ref}	179,60 V
Frequência angular de referência	ω_{ref}	2π 60 rad/s
Impedância equivalente de carga	Z_{carga}	$1,2903 + j0,645 \Omega$
Número de inversores conectados	N	3
Impedância de linha 1	Z_{L1}	$0,1 + j0,00005 \Omega$
Impedância de linha 2	Z_{L2}	$0,2 + j0,00010 \Omega$
Impedância de linha 3	Z_{L3}	$0,3 + j0,00015 \Omega$
Frequência de corte dos filtros de potência	ω_e	2π 6 rad/s
Frequência de corte dos filtros de amplitude	ω_{cE}	2π 30 rad/s
Pontos de equilíbrio		
Potência de saída do inversor 1	$P_{e1} + jQ_{e1}$	$3234 + j1537$ VA
Potência de saída do inversor 2	$P_{e2} + jQ_{e2}$	$3234 + j1537$ VA
Potência de saída do inversor 3	$P_{e3} + jQ_{e3}$	$3234 + j1537$ VA
Tensão de saída do inversor 1	v_{o1}	$176,18 - j0,00$ V
Tensão de saída do inversor 2	v_{o2}	$179,67 - j1,66$ V
Tensão de saída do inversor 3	v_{o3}	$183,00 - j3,48$ V
Amplitude de equilíbrio 1	E_{e1}	176,18 V
Amplitude de equilíbrio 2	E_{e2}	179,68 V
Amplitude de equilíbrio 3	E_{e3}	183,04 V
Frequência de equilíbrio	$\omega_{e1,2,3}$	2π 60 rad/s
Fase de equilíbrio 1	δ_{e1}	0°
Fase de equilíbrio 2	δ_{e2}	$-0,53^\circ$
Fase de equilíbrio 3	δ_{e3}	$-1,09^\circ$
Controladores primários		
Coefficientes <i>droop</i> de amplitude	$n_{1,2,3}$	0,000900
Coefficiente <i>droop</i> de frequência	$m_{1,2,3}$	0,000189
Impedância virtual	Z_v	$0,1 \Omega$
Controladores secundários		
Restauração de amplitude	$k_{pE}; k_{iE}$	0,01; 1
Restauração de frequência	$k_{p\omega}; k_{i\omega}$	0,01; 1
Equalização de potência ativa	$k_{pP}; k_{iP}$	0,02; 0,2
Equalização de potência reativa	$k_{pQ}; k_{iQ}$	0,001; 0,01

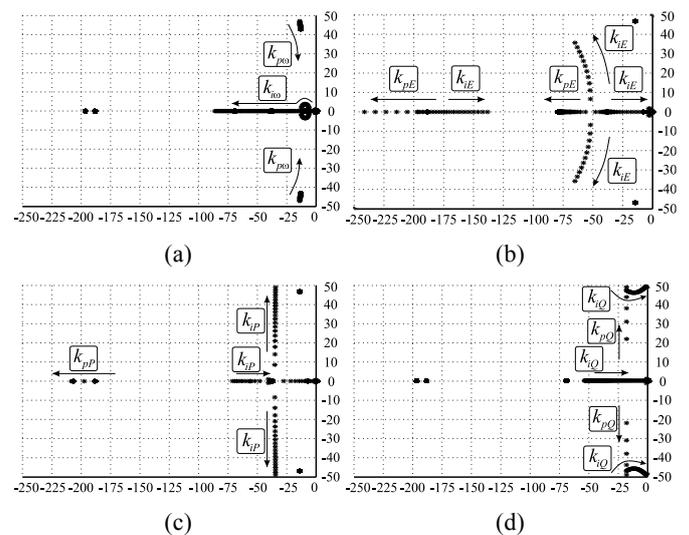


Fig. 3. Polos do sistema em malha fechada. Variação dos ganhos do controle secundário de zero a um valor suficientemente grande. (a) $k_{p\omega}$ e $k_{i\omega}$. (b) k_{pE} e k_{iE} . (c) k_{pP} e k_{iP} . (d) k_{pQ} e k_{iQ} .

asseguram uma resposta subamortecida ao sistema são adicionados à Tabela I e os autovalores resultantes são:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0; & \lambda_{10} &= -15,1315 + j38,0954; \\ \lambda_2 &= -0,803 + j0,679; & \lambda_{11} &= -15,1315 - j38,0954; \\ \lambda_3 &= -0,803 - j0,679; & \lambda_{12} &= -37,6999; \\ \lambda_4 &= -0,943; & \lambda_{13} &= -38,8729; \\ \lambda_5 &= -2,3165; & \lambda_{14} &= -60,6029; \\ \lambda_6 &= -7,0550; & \lambda_{15} &= -68,7844; \\ \lambda_7 &= -9,2967; & \lambda_{16} &= -188,4955 + j0,000001; \\ \lambda_8 &= -14,3816 + j50,2207; & \lambda_{17} &= -188,4955 - j0,000001; \\ \lambda_9 &= -14,3816 - j50,2207; & \lambda_{18} &= -193,7879; \end{aligned}$$

Nota-se que os autovalores do sistema se encontram no semiplano esquerdo do plano complexo, o que resulta em respostas decrescentes a perturbações, garantindo a estabilidade.

Uma vez que o sistema em questão é do tipo autônomo, isto é, depende apenas de seus próprios estados e não possuem entradas externas, a validação é realizada a partir de ensaios de partida com a utilização das condições iniciais presentes na Tabela II. Estes valores são obtidos a partir de inspeção para o circuito simulado e para o modelo, e representam o desvio inicial em relação ao ponto de equilíbrio [16], [18]. É utilizado o software PSIM® para a aquisição dos resultados de simulação, sendo que as malhas internas (nível 0) e os inversores PWM (*Pulse Width Modulation*) não são adicionadas, visto que não são considerados na modelagem. A fase da tensão do inversor 1 é

TABELA II
Condições Iniciais

Circuito simulado	Desvio do ponto de equilíbrio
$\omega_{1(0)} = \omega_{2(0)} = \omega_{3(0)} = \omega_{ref}$	$\Delta\omega_{1(0)} = \Delta\omega_{2(0)} = \Delta\omega_{3(0)} = 0$
$e_{do1(0)} = E_{ref}(1 + k_{pE})$	$\Delta e_{do1(0)} = E_{ref}(1 + k_{pE}) \cos(0) - E_{e1} \cos(\delta_{e1})$
$e_{qo1(0)} = 0$	$\Delta e_{qo1(0)} = E_{ref}(1 + k_{pE}) \sin(0) - E_{e1} \sin(\delta_{e1})$
$E_{of1(0)} = 0$	$\Delta E_{of1(0)} = -E_{e1}$
$P_{o1(0)} = 0; Q_{o1(0)} = 0$	$\Delta P_{o1(0)} = -P_{e1}; \Delta Q_{o1(0)} = -Q_{e1}$
$e_{do2(0)} = E_{ref}$	$\Delta e_{do2(0)} = E_{ref} \cos(0) - E_{e2} \cos(\delta_{e2})$
$e_{qo2(0)} = 0$	$\Delta e_{qo2(0)} = E_{ref} \sin(0) - E_{e2} \sin(\delta_{e2})$
$E_{of2(0)} = 0$	$\Delta E_{of2(0)} = -E_{e2}$
$P_{o2(0)} = 0; Q_{o2(0)} = 0$	$\Delta P_{o2(0)} = -P_{e2}; \Delta Q_{o2(0)} = -Q_{e2}$
$e_{do3(0)} = E_{ref}$	$\Delta e_{do3(0)} = E_{ref} \cos(0) - E_{e3} \cos(\delta_{e3})$
$e_{qo3(0)} = 0$	$\Delta e_{qo3(0)} = E_{ref} \sin(0) - E_{e3} \sin(\delta_{e3})$
$E_{of3(0)} = 0$	$\Delta E_{of3(0)} = -E_{e3}$
$P_{o3(0)} = 0; Q_{o3(0)} = 0$	$\Delta P_{o3(0)} = -P_{e3}; \Delta Q_{o3(0)} = -Q_{e3}$

definida como zero, sendo as demais referenciadas à esta, e considera-se inicialmente as tensões de saída de todos os inversores em fase e as potências de saída iguais a zero.

A Figura 4 apresenta a comparação dos resultados obtidos através de simulação com a resposta dos modelos matemáticos desenvolvidos para as condições iniciais adotadas. As frequências das tensões de saída são mostradas na Figura 4.a para o modelo e para a simulação simultaneamente. São utilizadas duas escalas de tempo distintas para visualizar tanto o transitório inicial quanto o alcance do regime permanente. De forma semelhante, a

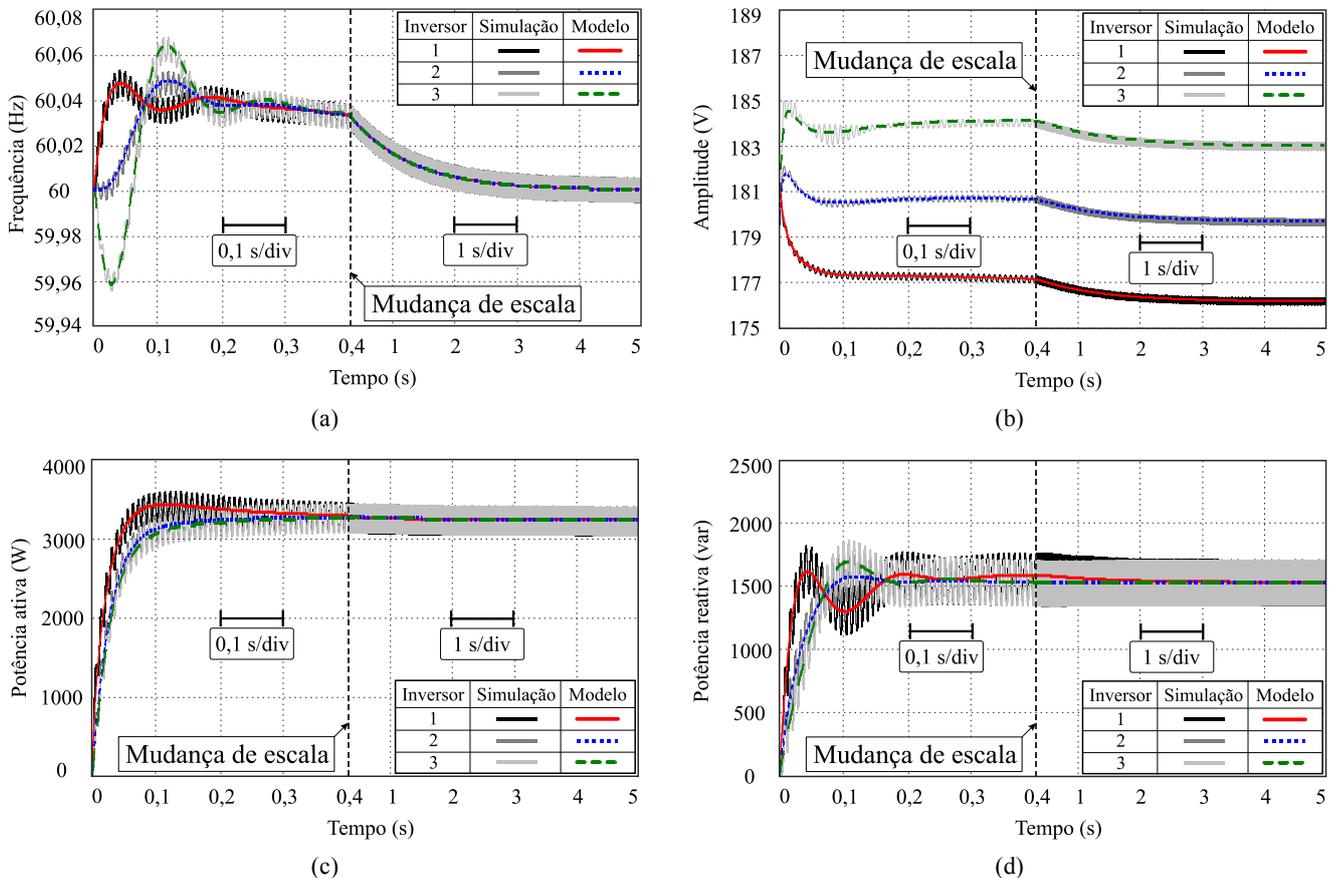


Fig. 4. Validação da modelagem de pequenos sinais. Operação com três inversores. Degrau de carga linear de 10 kW + 5 kvar partindo da operação à vazio. (a) Frequências das tensões de saída. (b) Amplitudes das tensões de saída. (c) Potências ativas de saída. (d) Potências reativas de saída.

Figura 4.b apresenta as amplitudes das tensões de saída do circuito simulado e do modelo, a Figura 4.c mostra as potências ativas de saída e na Figura 4.d são apresentadas as potências reativas de saída de ambos os inversores. Nota-se que todas as formas de onda simuladas estão correspondentes às respostas obtidas do modelo matemático, tanto no que se refere à dinâmica de partida quanto ao ponto de equilíbrio. Observa-se o compartilhamento adequado de potências, a restauração de frequência e a restauração do valor médio das amplitudes das tensões de saída.

Cabe salientar que os efeitos da variação da frequência sobre as reatâncias do sistema podem resultar em discrepâncias entre os circuitos simulados e o modelo, uma vez que se considerou reatâncias constantes.

V. RESULTADOS *HARDWARE-IN-THE-LOOP*

O desempenho da estrutura de controle utilizada, bem como a metodologia de modelagem proposta são avaliados através de resultados *hardware-in-the-loop* (HIL), implementados no dispositivo Typhoon HIL402. Estas plataformas permitem emular sistemas de potência completos em tempo real e com alta fidelidade e precisão, reduzindo o custo e o tempo de desenvolvimento, principalmente de sistemas de potências elevadas [9], [22] e [24]. Para a aquisição destes resultados, utilizaram-se inversores PWM meia-ponte com filtros LC. Os sistemas de controle, incluindo as malhas internas de corrente e tensão, foram implementados em DSPs da Texas Instruments modelo

TMS320F28335, com frequência de chaveamento e de amostragem de 15 kHz. Os resultados são obtidos para três inversores conectados em paralelo e com os parâmetros gerais apresentados na Tabela I. O inversor 1 opera como mestre e os inversores 2 e 3 como escravos. Utilizou-se uma taxa de atualização de 600 Hz para a CAN.

A Figura 5 apresenta os resultados HIL para a conexão de uma carga resistiva-indutiva de 10 kW + 5 kvar partindo da operação à vazio. São mostradas as correntes dos indutores dos filtros de saída dos três inversores e a tensão no ponto de acoplamento comum (PAC). Nota-se que as correntes dos três inversores encontram-se praticamente em fase e com amplitudes semelhantes, antes e após a aplicação do degrau de carga. No momento da adição da carga a corrente do mestre apresenta uma sobrelevação devido à dinâmica ligeiramente mais rápida da malha de restauração de tensão em comparação com as malhas de compartilhamento de potências. É destacada a operação das malhas internas de controle, que garantem uma forma de onda de tensão com baixa taxa de distorção harmônica na alimentação do barramento CA.

Para validar experimentalmente a modelagem proposta, foram obtidas formas de onda das potências ativas e reativas durante a aplicação do degrau de carga de 10 kW + 5 kvar. As potências foram adquiridas através das variáveis comunicadas pelo barramento CAN, as quais possuem resolução de 150 W/150 var. Salienta-se que na implementação são utilizadas transformações para eixos síncronos, são adicionadas as malhas internas de controle e existe o atraso referente à

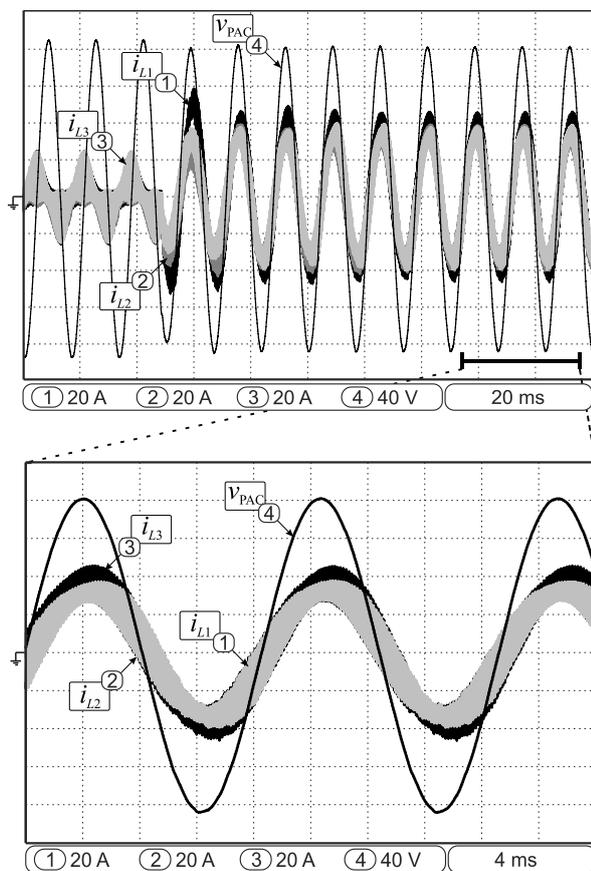


Fig. 5. Resultado HIL. Degrau de carga linear de 10 kW + 5 kvar partindo da operação à vazio. Correntes dos indutores de saída e tensão no ponto de acoplamento comum (PAC).

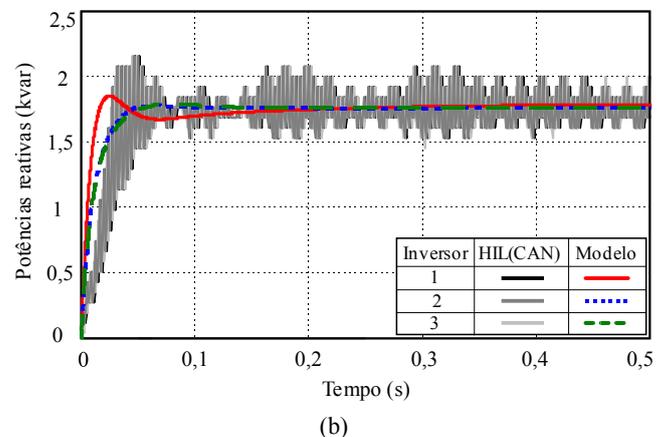
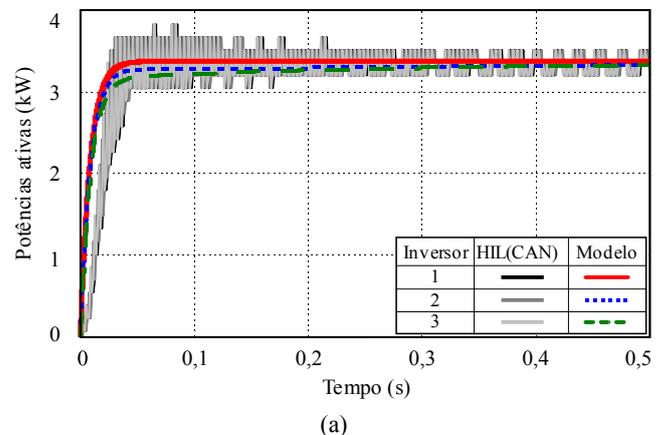


Fig. 6. Modelos desenvolvidos e resultados HIL adquiridos via CAN. Degrau de carga linear de 10 kW + 5 kvar partindo da operação à vazio. (a) Potências ativas de saída (b) Potências reativas de saída.

comunicação CAN. Estas dinâmicas não foram consideradas na modelagem proposta.

A Figura 6.a apresenta as formas de onda das potências ativas experimentais e dos modelos desenvolvidos para os três inversores e a Figura 6.b mostra as potências reativas e seus respectivos modelos. Observa-se que as respostas dos modelos com os resultados obtidos para as potências apresentam respostas transitórias muito próximas, mesmo na presença das dinâmicas não modeladas comentadas anteriormente. Ainda, as formas de onda do modelo dependem das condições iniciais inseridas, que devem estar em conformidade com as experimentais. Contudo, estes valores não interferem na dinâmica do sistema. Em regime permanente, todas as variáveis convergiram para o ponto de equilíbrio projetado.

VI. CONCLUSÃO

Apesar das estruturas de controle hierárquico serem muito utilizadas e difundidas na literatura, sua modelagem é geralmente omitida, dada a complexidade de análise, o que dificulta a reprodução destes sistemas, definição dos ganhos dos controladores e análise de estabilidade. Com o intuito de preencher esta lacuna, este trabalho apresentou de forma detalhada a modelagem de pequenos sinais para uma estrutura de controle hierárquico mestre-escravo aplicada a microrredes em modo ilhado. Apesar de esta estrutura ter sido utilizada, o procedimento de modelagem pode ser aplicado a uma vasta gama de sistemas de controle. O desenvolvimento matemático baseou-se na linearização das equações que regem o comportamento do sistema em torno de um ponto específico de operação. O modelo em espaço de estados obtido foi validado através de resultados de simulação, que atestaram a correspondência das dinâmicas da amplitude, frequência e potências simuladas com as modeladas. Por fim, resultados obtidos em uma plataforma *hardware-in-the-loop* demonstraram o desempenho adequado do sistema de controle utilizado com os ganhos dos controles secundários obtidos através da análise dos autovalores da matriz Jacobiana resultante.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao INCT-GD, CNPq (processo 465640/2014-1), CAPES (processo no. 23038.000776/2017-54), FAPERGS (17/2551-0000517-1) e grupo LEGRAND pelo suporte financeiro a esta pesquisa.

APÊNDICE

Os elementos da matriz (56) são dados por:

$$\omega_{1M1} = -\frac{k_{i\omega}}{k_{p\omega} + 1}, \omega_{1M2} = -\frac{i_{q1}m_1\omega_c}{2(k_{p\omega} + 1)}, \omega_{1M3} = \frac{i_{d1}m_1\omega_c}{2(k_{p\omega} + 1)},$$

$$\omega_{1M6} = -\frac{m_1\omega_c}{k_{p\omega} + 1}, \omega_{1C1} = \frac{e_{q1}m_1\omega_c}{2(k_{p\omega} + 1)}, \omega_{1C2} = -\frac{e_{d1}m_1\omega_c}{2(k_{p\omega} + 1)}.$$

$$e_{d1M1} = \frac{n_{q1}}{m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1}}, e_{d1M2} = \frac{m_{q1}(Nn_1\omega_c i_{od1} + 2k_{pE}n_{d1}\omega_{cE})}{2N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})},$$

$$e_{d1M3} = \frac{m_{q1}(Nn_1\omega_c i_{oq1} + 2k_{pE}n_{q1}\omega_{cE})}{2N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})}, e_{d1M4} = \frac{m_{q1}(k_{iE} - k_{pE}\omega_{cE})}{N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})},$$

$$e_{d1M5} = -\frac{n_1m_{q1}\omega_c}{m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1}}, e_{d1M8} = \frac{k_{pE}m_{q1}n_{d2}\omega_{cE}}{N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})},$$

$$e_{d1M9} = \frac{k_{pE}m_{q1}n_{q2}\omega_{cE}}{N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})}, e_{d1M10} = \frac{m_{q1}(k_{iE} - k_{pE}\omega_{cE})}{N(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})},$$

$$e_{d1C1} = \frac{n_1m_{q1}\omega_c e_{od1}}{2(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})}, e_{d1C2} = \frac{n_1m_{q1}\omega_c e_{oq1}}{2(m_{d1}n_{q1} - m_{q1}n_{d1})}.$$

$$e_{q1M1} = \frac{n_{d1}}{m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1}}, e_{q1M2} = \frac{m_{d1}(Nn_1\omega_c i_{od1} + 2k_{pE}n_{d1}\omega_{cE})}{2N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})},$$

$$e_{q1M3} = \frac{m_{d1}(Nn_1\omega_c i_{oq1} + 2k_{pE}n_{q1}\omega_{cE})}{2N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})}, e_{q1M4} = \frac{m_{d1}(k_{iE} - k_{pE}\omega_{cE})}{N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})},$$

$$e_{q1M5} = -\frac{n_1m_{d1}\omega_c}{m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1}}, e_{q1M8} = \frac{k_{pE}n_{d2}m_{d1}\omega_{cE}}{N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})},$$

$$e_{q1M9} = \frac{k_{pE}n_{q2}m_{d1}\omega_{cE}}{N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})}, e_{q1M10} = \frac{m_{d1}(k_{iE} - k_{pE}\omega_{cE})}{N(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})},$$

$$e_{q1C1} = \frac{n_1m_{d1}\omega_c e_{od1}}{2(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})}, e_{q1C2} = \frac{n_1m_{d1}\omega_c e_{oq1}}{2(m_{q1}n_{d1} - m_{d1}n_{q1})}.$$

$$e_{f1M2} = n_{d1}\omega_{cE}, e_{f1M3} = n_{q1}\omega_{cE}, e_{f1M4} = -\omega_{cE}.$$

$$p_{1M2} = \frac{i_{od1}\omega_c}{2}, p_{1M3} = \frac{i_{oq1}\omega_c}{2}, p_{1M5} = -\omega_c,$$

$$p_{1C1} = \frac{e_{od1}\omega_c}{2}, p_{1C2} = \frac{e_{oq1}\omega_c}{2}.$$

$$q_{1M2} = -\frac{i_{oq1}\omega_c}{2}, q_{1M3} = \frac{i_{od1}\omega_c}{2}, q_{1M6} = -\omega_c,$$

$$q_{1C1} = \frac{e_{oq1}\omega_c}{2}, q_{1C2} = \frac{-e_{od1}\omega_c}{2}.$$

$$\omega_{2M2} = \frac{i_{q1}k_{pQ}\omega_c}{2N}, \omega_{2M3} = -\frac{i_{d1}k_{pQ}\omega_c}{2N},$$

$$\omega_{2M6} = -\frac{k_{iQ} - k_{pQ}\omega_c}{N}, \omega_{2M8} = -\frac{i_{q2}\omega_c(Nk_{pQ} - k_{pQ} + Nm_2)}{2N},$$

$$\omega_{2M9} = \frac{i_{d2}\omega_c(Nk_{pQ} - k_{pQ} + Nm_2)}{2N},$$

$$\omega_{2M12} = \frac{k_{iQ}(N-1) - k_{pQ}\omega_c(N-1) - Nm_2\omega_c}{N}, \omega_{2C1} = -\frac{e_{q1}k_{pQ}\omega_c}{2N},$$

$$\omega_{2C2} = \frac{e_{d1}k_{pQ}\omega_c}{2N}, \omega_{2C3} = \frac{e_{q2}\omega_c(Nk_{pQ} - k_{pQ} + Nm_2)}{2N},$$

$$\omega_{2C4} = -\frac{e_{d2}\omega_c(Nk_{pQ} - k_{pQ} + Nm_2)}{2N}.$$

$$e_{d2M2} = -\frac{i_{od1}k_{pp}m_{q2}\omega_c}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2M3} = -\frac{i_{q1}k_{pp}m_{q2}\omega_c}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2M5} = -\frac{m_{q2}(k_{iP} - k_{pP}\omega_c)}{N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2M7} = \frac{n_{q2}}{m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2}},$$

$$e_{d2M8} = \frac{i_{od2}m_{q2}\omega_c(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2M9} = \frac{i_{oq2}m_{q2}\omega_c(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2M11} = -\frac{m_{q2}(k_{pP}\omega_c(N-1) - k_{iP}(N-1) + Nn_2\omega_c)}{N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2C1} = -\frac{m_{q2}k_{pP}\omega_c e_{od1}}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2C2} = -\frac{m_{q2}k_{pP}\omega_c e_{oq1}}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2C3} = \frac{m_{q2}\omega_c e_{od2}(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{d2C4} = \frac{m_{q2}\omega_c e_{oq2}(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})}.$$

$$e_{q2M2} = \frac{i_{d1}k_{pp}m_{d2}\omega_c}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2M3} = \frac{i_{q1}k_{pp}m_{d2}\omega_c}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2M5} = \frac{m_{d2}(k_{iP} - k_{pP}\omega_c)}{N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2M7} = -\frac{n_{d2}}{m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2}},$$

$$e_{q2M8} = -\frac{i_{d2}m_{d2}\omega_c(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2M9} = -\frac{i_{q2}m_{d2}\omega_c(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2M11} = \frac{m_{d2}(k_{pP}\omega_c(N-1) - k_{iP}(N-1) + Nn_2\omega_c)}{N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2C1} = \frac{m_{d2}k_{pP}\omega_c e_{od1}}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2C2} = \frac{m_{d2}k_{pP}\omega_c e_{oq1}}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2C3} = -\frac{m_{d2}\omega_c e_{od2}(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})},$$

$$e_{q2C4} = -\frac{m_{d2}\omega_c e_{oq2}(k_{pP}(N-1) + Nn_2)}{2N(m_{d2}n_{q2} - m_{q2}n_{d2})}.$$

$$e_{f2M8} = n_{d2}\omega_{cE}, e_{f2M9} = n_{q2}\omega_{cE}, e_{f2M10} = -\omega_{cE}.$$

$$p_{2M8} = \frac{i_{od2}\omega_c}{2}, p_{2M9} = \frac{i_{oq2}\omega_c}{2}, p_{2M11} = -\omega_c,$$

$$p_{2C3} = \frac{e_{od2}\omega_c}{2}, p_{2C4} = \frac{e_{oq2}\omega_c}{2}.$$

$$q_{2M8} = -\frac{i_{oq2}\omega_c}{2}, q_{2M9} = \frac{i_{od2}\omega_c}{2}, q_{2M12} = -\omega_c,$$

$$q_{2C3} = \frac{e_{oq2}\omega_c}{2}, q_{2C4} = \frac{e_{od2}\omega_c}{2}.$$

REFERÊNCIAS

- [1] W. F. Souza, M. A. S. Mendes, L. A. C. Lopes, "Proteção Direta de Sobrecorrente no Controle de uma Microrrede Trifásica", in *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 20, nº 2, pp. 185-194, Maio 2015.
- [2] Y. Han, P. Shen, X. Zhao, J. M. Guerrero, "Control Strategies for Islanded Microgrid Using Enhanced Hierarchical Control Structure With Multiple Current-Loop Damping Schemes", in *IEEE Transactions on Smart Grids*, vol. 8, nº 3, pp. 1139-1153, Maio 2017.
- [3] R. F. Coelho, L. Schmitz, L. T. Macedo, D. C. Martins, "Estratégia para Controle do Fluxo de Potência em uma Microrrede Híbrida Destinada a Alimentação de Cargas CC Críticas", in *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 20, nº 2, pp. 205-214, Maio 2015.
- [4] Q. Shafiee, J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, "Distributed Secondary Control for Islanded Microgrids – A Novel Approach", in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, nº 2, pp. 1018-1031, Fevereiro 2014.
- [5] Z. Li, C. Zang, P. Zeng, H. Yu, S. Li, "Fully Distributed Hierarchical Control of Parallel Grid-Supporting Inverters in Islanded AC Microgrids", in *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 14, nº 2, pp. 679-690, Fevereiro 2018.
- [6] W. Feng, K. Sun, Y. Guan, J. M. Guerrero, X. Xiao, "Active Power Quality Improvement Strategy for Grid-Connected Microgrid Based on Hierarchical Control", in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, nº 4, Julho 2018.
- [7] H. Cai, G. Hu, "Distributed Nonlinear Hierarchical Control of AC Microgrid via Unreliable Communication", in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, nº 4, pp. 679-690, Julho 2018.
- [8] Q. Sun, J. Zhou, J. M. Guerrero, H. Zhang, "Hybrid Three-Phase/Single-Phase Microgrid Architecture With Power Management Capabilities", in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, nº 10, pp. 5964-5977, Outubro 2015.
- [9] H. Jank, W. A. Venturini, G. G. Koch, M. L. Martins, F. E. Bisogno, V. F. Montagner, H. Pinheiro, "Controle Baseado Em Um Lqr Com Estabilidade Robusta À

- Incerteza Paramétrica Aplicado A Um Carregador De Baterias”, in *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 22, nº 4, pp. 408-417, Dezembro 2017.
- [10] Q. C. Zhong, T. Hornik, *Control of Power Inverters in Renewable Energy and Smart Grid Integration*, First Edition, John Wiley & Sons, Ltd. 2013.
- [11] J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, J. Matas, L. G. Vicuna and M. Castilla, “Hierarchical Control of Droop-Controlled AC and DC Microgrids — A General Approach Towards Standardization”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, nº 1, pp. 158-172, Janeiro 2011.
- [12] J. M. Guerrero, L. Hang, J. Uceda, “Control of Distributed Uninterruptible Power Supply Systems”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, nº 8, pp. 2845-2859, Agosto 2008.
- [13] J. M. Guerrero, L. G. Vicuna, J. Matas, M. Castilla and J. Miret, “Output impedance design of parallel-connected UPS inverters with wireless load-sharing control”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 52, nº 4, pp. 1126-1135, Agosto 2005.
- [14] Q.-C. Zhong, “Robust Droop Controller for Accurate Proportional Load Sharing Among Inverters Operated in Parallel”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, nº 4, pp. 1281-1290, Abril 2013.
- [15] E. A. A. Coelho, P. C. Cortizo, P. F. D. Garcia, “Small-Signal Stability for Parallel-Connected Inverters in Stand-Alone AC Supply Systems”, in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, nº 2, pp. 533-542, Mar/Apr. 2002.
- [16] E. P. Paiva, J. B. Vieira, L. C. Freitas, V. J. Farias, E. A. A. Coelho, “An Improved Power Controller For A Single Phase Grid Connected Inverter With Root Locus Analysis”, in *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 14, nº 1, pp. 17-23, Setembro 2009.
- [17] Y. Han, P. Shen, X. Zhao, J. M. Guerrero, “Control Strategies for Islanded Microgrid Using Enhanced Hierarchical Control Structure With Multiple Current-Loop Damping Schemes”, in *IEEE Transactions on Smart Grids*, vol. 8, nº 3, pp. 1139-1153, Maio 2017.
- [18] H. J. Avelar, W. A. Parreira, J. B. Vieira, L. C. G. Freitas, E. A. A. Coelho, “A State Equation Model of a Single-Phase Grid-Connected Inverter Using a Droop Control Scheme With Extra Phase Shift Control Action”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, nº 3, pp. 1527-1537, Março 2012.
- [19] G. G. Rigatos, “A Derivative-Free Kalman Filtering Approach to State Estimation-Based Control of Nonlinear Systems”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, nº 10, pp. 3987-3997, Outubro 2012.
- [20] C. Xiong, D. M. Johnson, J. J. Corso, “Active Clustering with Model-Based Uncertainty Reduction”, in *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 39, nº 1, pp. 5-17, Janeiro 2017.
- [21] A. Dória-Cerezo, M. Bodson, “Design of Controllers for Electrical Power Systems Using a Complex Root Locus Method”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, nº 6, pp. 3706-3716, Junho 2016.
- [22] W. A. Venturini, H. Jank, F. E. Bisogno, M. L. Martins, H. Pinheiro, “Estágio de Entrada com Dupla Funcionalidade Aplicado a uma UPS Trifásica de Alto Desempenho”, in *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 23, nº 2, pp. 244-255, Abril 2018.
- [23] A. S. Vijay, S. Doolla, M. C. Chandorkar, “Real-Time Testing Approaches for Microgrids”, in *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 5, nº 3, pp. 1356-1376, Setembro 2017.
- [24] A. Hintz, U. R. Prasanna, K. Rajashekara, “Novel Modular Multiple-Input Bidirectional DC–DC Power Converter (MIPC) for HEV/FCV Application”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, nº 5, pp. 3163-3172, Maio 2015.

DADOS BIOGRÁFICOS

William Alegranci Venturini nascido em 24/11/1990, possui graduação (2014) e mestrado (2016) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria. Atualmente cursa doutorado pela mesma instituição, onde desenvolve seus trabalhos no Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC). Durante o primeiro semestre de 2014, realizou estágio curricular junto ao Fraunhofer Institute - IZM, situado em Berlim - Alemanha, atuando na área de pesquisa e desenvolvimento de conversores estáticos. Suas principais áreas de interesse incluem modelagem e controle digital de sistemas, fontes ininterruptas de energia (UPS) e paralelismo de UPS. É membro da Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP) e sociedades IEEE.

Henrique Jank nascido em 16/04/1991, engenheiro eletricitista pela Universidade de Santa Cruz do Sul (2013), mestre pela Universidade Federal de Santa Maria (2016), atualmente cursa doutorado pela Universidade Federal de Santa Maria, onde atua como pesquisador no Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC). Seus interesses atuais de pesquisa incluem conversores estáticos, modelagem e controle, fontes ininterruptas de energia e paralelismo de inversores.

Mário Lúcio da Silva Martins nasceu em Palmeira das Missões, RS, Brasil, em 01/01/1976. É engenheiro eletricitista (1999), mestre (2002) e doutor (2008) em engenharia elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria. De 2006 a 2012 foi professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - PR, Pato Branco, Brasil. Em 2012, passou a trabalhar como professor Adjunto no Departamento de Eletrônica e Computação (DELCO) da Universidade Federal de Santa Maria. Suas áreas de interesse incluem SMPS, UPS, inversores fotovoltaicos e energias renováveis. Dr. Martins é membro da Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP) e várias sociedades do IEEE.

Fábio Ecke Bisogno nascido em 07/04/1973 em Santa Maria, RS, é engenheiro eletricitista (1999) e mestre (2001) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria e doutor (2006) em Engenharia Elétrica pela Technische Universität Chemnitz. Paralelo com o doutorado esteve empregado no instituto de pesquisa Fraunhofer – AIS e depois Fraunhofer – IAIS e

IZM, Alemanha. Atualmente é professor adjunto na Universidade Federal de Santa Maria. Suas principais áreas de interesse são: reatores eletrônicos, sistemas auto-oscilantes, transformadores piezolétricos, conversores ressonantes e fontes ininterruptas de energia (UPS).