

# TRANSFORMAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA E ANÁLISE NORMALIZADA PARA PROJETO DE UM CONVERSOR RESSONANTE PARA APLICAÇÕES DE *ENERGY HARVESTING*

Lucas S. Mendonça, Thiago C. Naidon, Fábio E. Bisogno, Mário L. da S. Martins  
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, Brasil  
e-mail: lucassangoi1993@gmail.com

**Resumo** – *Energy Harvesting* é uma importante área de estudo devido ao seu potencial para permitir operação do sistema por longo tempo e recarga periódica de baterias. Contudo, para que o sistema alcance seu potencial é necessário um sistema de conversão de energia com a maior eficiência possível. Conversores ressonantes são adequados para esta aplicação, porém necessitam de uma análise adequada para dimensionamento dos componentes. Este trabalho apresenta uma metodologia de projeto para um conversor ressonante para sistemas de *Energy Harvesting* usando análise normalizada e transformação de equivalência, fornecendo soluções generalizadas que são independentes das especificações de projeto. Além disso, escolhendo um novo espaço vetorial em função da raiz quadrada da energia dos componentes reativos para realizar a transformação de equivalência, os elementos das matrizes de espaço de estados são facilmente normalizados em função do fator de qualidade e de uma constante de normalização. Resultados de simulação e experimentais são apresentados para validar a análise teórica.

**Palavras-Chave** – Análise Normalizada, Conversores Ressonantes, *Energy Harvesting*, Transformação de Equivalência.

## EQUIVALENCE TRANSFORMATION AND NORMALIZED ANALYSIS FOR DESIGN A RESONANT CONVERTER FOR ENERGY HARVESTING APPLICATIONS

**Abstract** – *Energy harvesting* in systems is an important area of research due to its potential to enable long operation for the system and periodic recharge of batteries. However, its potential requires an efficient conversion system. Resonant converters are suitable for this application; nevertheless, a proper analysis is required for components design. This paper presents a design methodology for a resonant converter for energy harvesting applications using normalized analysis and equivalence transformation, providing generalized solutions that do not depend of design parameters. Furthermore, by choosing a vector space for the equivalence transformation as the square roots of the

energy of the reactive components, the elements of the state matrices can be easily normalized as function of the quality factor and normalization constant. Simulation and experimental results of the converter are presented to validate the theoretical analysis.

**Keywords** – *Energy Harvesting*, Equivalence Transformation, Normalized Analysis, Resonant Converter.

### I. INTRODUÇÃO

Sistemas de *Energy Harvesting (EH)* são uma alternativa para a busca pelo aumento da autonomia e recarga periódica de baterias, sendo capazes de capturar pequenas quantidades de energia em um grande intervalo de tempo a partir de diversas fontes de energia disponíveis na natureza [1]. Algumas aplicações envolvendo sistemas de *Energy Harvesting* são encontradas na literatura [2]-[4].

Considerando aplicações de baixa potência em corrente contínua envolvendo conversão e captura de energia, os conversores ressonantes são candidatos promissores devido às baixas perdas e comutação suave. Contudo, para obter o potencial de um sistema de *EH* utilizando circuitos ressonantes, é necessário o desenvolvimento de um sistema de conversão eficiente. Projeto para conversores ressonantes são apresentados em [5]-[7]. Porém, a análise matemática utilizada para estes conversores apresenta extensivas operações matemáticas no qual o sistema em espaço de estados possui um vetor de estados formado por estados fictícios, podendo ser melhorada com técnicas de modelagem envolvendo equações dinâmicas equivalentes.

Este artigo apresenta uma metodologia de projeto para um conversor ressonante para aplicações de *EH* utilizando análise normalizada e transformação de equivalência, permitindo que o sistema seja modelado em um vetor de estados em função da raiz quadrada da energia dos componentes reativos no qual as matrizes de espaço de estados são facilmente normalizadas em função do fator de qualidade do circuito ressonante e de uma constante de normalização. Tendo em vista que as variáveis de estados estão tipicamente associadas aos elementos armazenadores de energia, como corrente no indutor e tensão no capacitor, a análise considerando a energia nestes componentes unifica a relação entre estes. Este artigo está organizado da seguinte forma: Seção II apresenta os princípios de operação. Seção III apresenta a modelagem do conversor. Seção IV mostra a análise normalizada. Na Seção V são definidos os parâmetros de projeto considerando os níveis de tensão e potência para

---

Artigo submetido em 18/01/2017. Primeira revisão em 30/03/2017. Aceito para publicação em 25/05/2017 por recomendação do Editor Marcelo Cabral Cavalcanti.

aplicações de *EH*. Seção VI mostra os resultados teóricos, simulação e experimentais. Na Seção VII, as conclusões são discutidas.

## II. CONVERSOR RESSONANTE BASEADO NO OSCILADOR DE ARMSTRONG

O conversor proposto tem como objetivo alimentar um nó característico de um sensor para aplicações típicas de *EH*. Para exemplificar o uso de aplicação, um sensor foi adotado no qual a corrente do nó sensor varia entre 6 mA – 25 mA. A potência de saída  $P_{out}$  é definida como 10 mW considerando os níveis de densidade de potência que são possíveis de ser obtidos através de células solares, por exemplo. O conversor proposto é composto por um oscilador de *Armstrong* [8], [9], que tem a finalidade de fornecer alto ganho de tensão propiciado por um transformador elevador, mostrado na Figura 1, nota-se a presença de um modelo para o indutor acoplado que considera uma magnetizante  $L_M$  e corrente de magnetização  $iLm_2$ , na prática, este modelo pode ser substituído por um componente integrado. O objetivo deste conversor é gerar tensão CA na saída através da ressonância dos componentes reativos, porém, esta deve ser retificada para aplicações típicas de *energy harvesting*.

### A. Princípios de Operação

O conversor funciona com duas etapas de operação definidas através do estado da chave  $S$ . Além disso, o conversor opera em condição de *ZVS* (*Zero voltage soft-switching*). A primeira etapa ocorre em:  $0 < t \leq D_c T$ , a chave  $S$  está ligada e aplicando tensão positiva através de  $V_{cc}$ , a corrente de entrada circula através do enrolamento primário  $Lm_1$ , é induzida tensão no enrolamento secundário  $Lm_2$ , sendo parte da corrente transferida para a carga. A segunda etapa ocorre em:  $D_c T < t \leq 2T$ , a chave  $S$  está desligada, não há transferência de energia do primário para o secundário. Toda energia armazenada no enrolamento secundário é transferida simultaneamente para o capacitor  $C_1$  e para a carga  $R_L$ . As formas de onda para sinal da chave  $G_{S1}$ , tensão de saída  $v_{out}$ , tensão na chave  $v_S$  e corrente na chave  $i_S$  são mostradas na Figura 2, considera-se valores de pico, da tensão no secundário, tensão de saída, número de espiras do enrolamento primário, número de espiras do enrolamento secundário, corrente no enrolamento secundário, corrente de saída e tempo de um ciclo, respectivamente por,  $VLm_2$ ,  $V_{out}$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $iLm_2$ ,  $I_{out}$  e  $T$ .

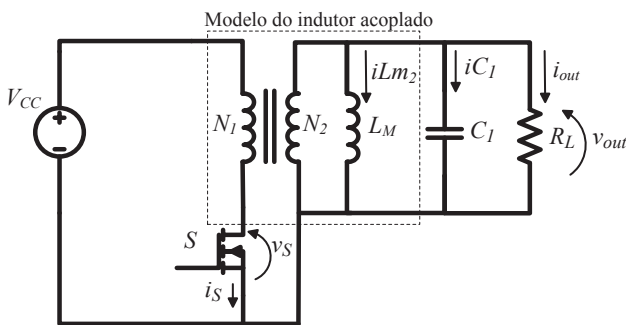


Fig. 1. Topologia proposta.

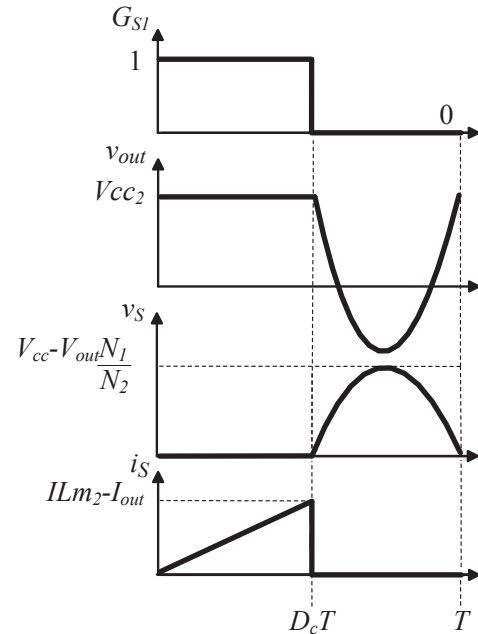


Fig. 2. Formas de onda para sinal do *gate* da chave  $G_{S1}$ , tensão de saída  $v_{out}$ , tensão na chave  $v_S$  e corrente na chave  $i_S$  do conversor ressonante baseado no oscilador de *Armstrong*.

## III. MODELAGEM DO CONVERSOR RESSONANTE

### A. Modelagem nas Variáveis de Circuito

Considerando um modelo de espaço de estados com as matrizes de estado  $A_{on}$  e  $A_{off}$ , matrizes de entrada  $B_{on}$  e  $B_{off}$ , matrizes de saída  $C_{on}$  e  $C_{off}$ , matrizes de transmissão  $D_{on}$  e  $D_{off}$ , onde o subíndice "on" representa o modo "on", no qual a chave  $S$  está ligada e o subíndice "off" representa o modo "off", no qual a chave  $S$  está desligada. Além disso, considerando a entrada  $u$  para um sistema genérico, assume-se que o sistema está em um espaço vetorial  $R = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ . Para o equacionamento considera-se  $v_{in}$  como a tensão de entrada,  $v_{out}$  a tensão de saída,  $vLm_2$  a tensão no indutor  $Lm_2$ ,  $vC_1$  a tensão no capacitor  $C_1$ ,  $v_S$  a tensão na chave  $S$ ,  $i_{in}$  a corrente de entrada,  $i_{out}$  a corrente de saída,  $iLm_2$  a corrente no indutor  $Lm_2$ ,  $iC_1$  a corrente no capacitor  $C_1$ ,  $i_S$  a corrente na chave  $S$ ,  $V_{cc2}$  a tensão no enrolamento secundário do indutor acoplado,  $N_1$  o número de espiras no enrolamento primário,  $N_2$  o número de espiras no enrolamento secundário e  $I_{cc2}$  a corrente no enrolamento secundário do indutor acoplado. Para o conversor proposto, considera-se  $R = \{iLm_2, vC_1\}$ . O sistema é representado por:

$$\frac{d[x(t)]}{dt} = A_{on}x(t) + B_{on}V_{cc2} \quad (1)$$

$$\frac{d[x(t)]}{dt} = A_{off}x(t) + B_{off}V_{cc2} \quad (2)$$

$$\text{onde: } A_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{on} = \begin{bmatrix} 1 \\ Lm_2 \\ 0 \end{bmatrix}, A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{Lm_2} \\ -\frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1 R_L} \end{bmatrix} e \\ B_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Definindo as variáveis de saída de interesse em um vetor de saída, as matrizes de saída em  $\mathbf{R}$  são representadas por:

$$\mathbf{y}(t) = \left\{ \frac{v_{in}}{V_{cc2}}, \frac{v_{out}}{V_{cc2}}, \frac{v_{Lm2}}{V_{cc2}}, \frac{v_{C1}}{V_{cc2}}, \frac{v_S}{V_{cc2}}, \frac{i_{in}}{I_{cc2}}, \frac{i_{out}}{I_{cc2}}, \frac{i_{Lm2}}{I_{cc2}}, \frac{i_{C1}}{I_{cc2}}, \frac{i_S}{I_{cc2}} \right\},$$

$$\mathbf{C}_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ \frac{1}{I_{cc2}} & \frac{1}{R_L I_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{R_L I_{cc2}} \\ \frac{1}{I_{cc2}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{cc2}} & \frac{1}{R_L I_{cc2}} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{C}_{off} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & -\frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_L I_{cc2}} \\ \frac{1}{I_{cc2}} & 0 \\ -\frac{1}{I_{cc2}} & -\frac{1}{R_L I_{cc2}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

em que se considera as equações de saída como:

$$\text{Modo } on: y_{on}(t) = \mathbf{C}_{on} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{on} \quad (3)$$

$$\text{Modo } off: y_{off}(t) = \mathbf{C}_{off} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{off}. \quad (4)$$

### B. Modelagem considerando a Raiz Quadrada da Energia dos Componentes Reativos

Definindo um novo espaço vetorial para o sistema considerando o primeiro estado como a raiz quadrada da energia do indutor  $Lm_2$  e o segundo estado como a raiz quadrada da energia do capacitor  $C_1$ , representada por  $\bar{\mathbf{R}} = \left\{ \frac{i_{Lm2} \sqrt{Lm_2}}{\sqrt{2}}, \frac{v_{C1} \sqrt{C1}}{\sqrt{2}} \right\}$ , a multiplicação de  $\bar{\mathbf{R}}$  por  $\mathbf{R}$  inversa, ambas na forma matricial diagonal, gera a transformação de equivalência  $\mathbf{P} = \left\{ \frac{k \sqrt{Lm_2}}{\sqrt{2}}, \frac{k \sqrt{C1}}{\sqrt{2}} \right\}$ , onde  $k$  é um multiplicador acrescentado para operar como fator de correção e deve transformar os termos diferentes de "0" da matriz  $\mathbf{B}_{on}$  no espaço  $\bar{\mathbf{R}}$  na constante "1". Multiplicando  $k$  por  $1/V_{cc2}$  o sistema é normalizado em relação a entrada. As matrizes de espaço de estados do sistema em  $\bar{\mathbf{R}}$ , para as matrizes de estado e matrizes de entrada são dadas por [8]:

$$\bar{\mathbf{A}}_{on} = \frac{1}{\omega} \mathbf{P} \mathbf{A}_{on} \mathbf{P}^{-1} \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{on} = \frac{1}{\omega} \mathbf{P} \mathbf{B}_{on} \quad (6)$$

$$\text{onde: } \bar{\mathbf{A}}_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \bar{\mathbf{B}}_{on} = \begin{bmatrix} \frac{N_2 k}{\sqrt{2} \sqrt{Lm_2} N_1 V_{cc2} \omega} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

As matrizes  $\bar{\mathbf{A}}_{on}$  e  $\bar{\mathbf{B}}_{on}$  são as matrizes  $\mathbf{A}_{on}$  e  $\mathbf{B}_{on}$  no espaço vetorial  $\bar{\mathbf{R}}$ , respectivamente e  $\omega$  é a frequência de operação. O termo  $\frac{1}{\omega}$  implica que operador "t" da derivada foi modificado para " $\omega t$ ", matematicamente por:

$$\frac{d[x(t)]}{dt} \stackrel{\omega}{\Leftrightarrow} \omega \frac{d[x(\omega t)]}{d\omega t}. \quad (7)$$

O fator  $k$  é equacionado como:

$$k = \frac{\sqrt{2} \sqrt{Lm_2} N_1 V_{cc2} \omega}{N_2} \left( \frac{1}{V_{cc2}} \right). \quad (8)$$

Assim  $\bar{\mathbf{B}}_{on}$  torna-se:

$$\bar{\mathbf{B}}_{on} = \begin{bmatrix} \frac{N_2 \sqrt{2} \sqrt{Lm_2} N_1 V_{cc2} \omega}{N_2 \sqrt{2} \sqrt{Lm_2} N_1 V_{cc2} \omega} \left( \frac{1}{V_{cc2}} \right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Para o modo "off" tem-se:

$$\bar{\mathbf{A}}_{off} = \frac{1}{\omega} \mathbf{P} \mathbf{A}_{off} \mathbf{P}^{-1} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{off} = \frac{1}{\omega} \mathbf{P} \mathbf{B}_{off} \mathbf{P}^{-1} \quad (11)$$

$$\text{onde: } \bar{\mathbf{A}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1} \sqrt{Lm_2} \omega} \\ -\frac{1}{\sqrt{C_1} \sqrt{Lm_2} \omega} & -\frac{1}{C_1 R_L \omega} \end{bmatrix} \text{ e } \bar{\mathbf{B}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

As matrizes  $\bar{\mathbf{A}}_{off}$  e  $\bar{\mathbf{B}}_{off}$  são as matrizes  $\mathbf{A}_{off}$  e  $\mathbf{B}_{off}$  em  $\bar{\mathbf{R}}$ . As matrizes de espaço de estados do sistema em  $\bar{\mathbf{R}}$ , para as matrizes de saída e de transmissão são dadas por:

$$\bar{\mathbf{C}}_{on} = \mathbf{C}_{on} \mathbf{P}^{-1} \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{D}}_{on} = \mathbf{D}_{on} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{off} = \mathbf{C}_{off} \mathbf{P}^{-1} \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{D}}_{off} = \mathbf{D}_{off} \quad (15)$$

onde  $\bar{\mathbf{C}}_{on}$  e  $\bar{\mathbf{C}}_{off}$  são as matrizes  $\mathbf{C}_{on}$  e  $\mathbf{C}_{off}$  no espaço  $\bar{\mathbf{R}}$ , respectivamente, dadas por:

$$\bar{\mathbf{C}}_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega} \\ 0 & 0 \\ \frac{V_{cc2}}{I_{cc2} Lm_2 \omega} & \frac{V_{cc2}}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega I_{cc2} R_L} \\ 0 & \frac{V_{cc2}}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega I_{cc2} R_L} \\ \frac{V_{cc2}}{I_{cc2} Lm_2 \omega} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{V_{cc2}}{I_{cc2} Lm_2 \omega} & \frac{V_{cc2}}{\sqrt{C_1} Lm_2 \omega I_{cc2} R_L} \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$\overline{\mathbf{C}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega}} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc2}}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega} I_{cc2} R_L} \\ \frac{V_{cc2}}{I_{cc2} L m_2 \omega} & 0 \\ -\frac{V_{cc2}}{I_{cc2} L m_2 \omega} & -\frac{V_{cc2}}{\sqrt{C_1 L m_2 \omega} I_{cc2} R_L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

As matrizes  $\mathbf{D}_{on}$  e  $\mathbf{D}_{off}$  no novo espaço, definidas por  $\overline{\mathbf{D}}_{on}$  e  $\overline{\mathbf{D}}_{off}$  são iguais a  $\mathbf{D}_{on}$  e  $\mathbf{D}_{off}$ .

#### IV. ANÁLISE NORMALIZADA

Através das matrizes de espaço de estados em  $\overline{\mathbf{R}}$ , utiliza-se a frequência de ressonância  $\omega_1$  e o fator de qualidade  $Q_L$  para normalizar o sistema. As seguintes relações são definidas:

$$A_1 = \frac{\omega_1}{\omega} \quad (16)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L m_2 C_1}} \quad (17)$$

onde  $A_1$  é a constante de normalização. O resistor  $R_L$  define o fator de qualidade  $Q_L$ , que para um circuito RC paralelo é dado por [10]:

$$Q_L = \frac{R_L}{L m_2 \omega_1} = C_1 \omega_1 R_L. \quad (18)$$

As relações estabelecidas são usadas para transformar as matrizes de espaço de estados em matrizes em função de  $A_1$  e  $Q_L$ . Todos os elementos da matriz  $\overline{\mathbf{A}}_{on}$  são "0", então a matriz normalizada também será composta de elementos iguais a "0". A Matriz  $\overline{\mathbf{B}}_{on}$  já está normalizada devido ao equacionado de  $k$ . Para o modo "off", a matriz  $\overline{\mathbf{A}}_{off}$  é normalizada manipulando os termos usando as equações de  $A_1$  e  $Q_L$ ,  $\overline{\mathbf{B}}_{off}$  já está normalizado. O sistema normalizado e no espaço  $\overline{\mathbf{R}}$  é descrito da seguinte forma:

$$\text{Modo } on: \dot{\mathbf{X}} = \frac{d[x(\omega t)]}{d\omega t} = \overline{\mathbf{K}}_{on} \mathbf{x} + \overline{\mathbf{L}}_{on} \quad (19)$$

$$\text{Modo } off: \dot{\mathbf{X}} = \frac{d[x(\omega t)]}{d\omega t} = \overline{\mathbf{K}}_{off} \mathbf{x} + \overline{\mathbf{L}}_{off}. \quad (20)$$

$$\text{Considera-se: } \overline{\mathbf{K}}_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \overline{\mathbf{L}}_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{V_{cc2}} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{K}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 & A_1 \\ -A_1 & -\frac{A_1}{Q_L} \end{bmatrix} \text{ e } \overline{\mathbf{L}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

onde:

$\overline{\mathbf{K}}_{on}$  - matriz  $\overline{\mathbf{A}}_{on}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{L}}_{on}$  - matriz  $\overline{\mathbf{B}}_{on}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{K}}_{off}$  - matriz  $\overline{\mathbf{A}}_{off}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{L}}_{off}$  - matriz  $\overline{\mathbf{B}}_{off}$  normalizada.

As matrizes  $\overline{\mathbf{C}}_{on}$  e  $\overline{\mathbf{C}}_{off}$  devem ser normalizadas usando  $Q_L$ ,  $A_1$  e o inverso da taxa de transferência de potência,  $a$ , definido por [11]:

$$a = \frac{V_{cc2}}{I_{cc2} R_L}. \quad (21)$$

A tensão  $V_{cc2}$  automaticamente normaliza  $\overline{\mathbf{D}}_{on}$  e  $\overline{\mathbf{D}}_{off}$ . As equações de saída para o sistema normalizado na base  $\overline{\mathbf{R}}$  são:

$$\text{Modo } on: y_{on}(\omega t) = \overline{\mathbf{M}}_{on} \mathbf{x}(\omega t) + \overline{\mathbf{N}}_{on} \quad (22)$$

$$\text{Modo } off: y_{off}(\omega t) = \overline{\mathbf{M}}_{off} \mathbf{x}(\omega t) + \overline{\mathbf{N}}_{off}. \quad (23)$$

$$\text{Considera-se: } \overline{\mathbf{M}}_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_1 \\ 0 & A_1 \\ 0 & A_1 \\ 0 & 0 \\ a Q_L A_1 & a A_1 \\ 0 & a A_1 \\ a Q_L A_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ a Q_L A_1 & a A_1 \end{bmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{M}}_{off} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_1 \\ 0 & A_1 \\ 0 & A_1 \\ 0 & -A_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & a A_1 \\ a Q_L A_1 & 0 \\ -a Q_L A_1 & -a A_1 \\ 0 & a A_1 \end{bmatrix}, \overline{\mathbf{N}}_{on} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \overline{\mathbf{N}}_{off} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde:

$\overline{\mathbf{M}}_{on}$  - matriz  $\overline{\mathbf{C}}_{on}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{M}}_{off}$  - matriz  $\overline{\mathbf{C}}_{off}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{N}}_{on}$  - matriz  $\overline{\mathbf{D}}_{on}$  normalizada;

$\overline{\mathbf{N}}_{off}$  - matriz  $\overline{\mathbf{D}}_{off}$  normalizada.

Considerando o sistema em regime permanente, condições iniciais e condição desejável de ZVS, o sistema pode ser resolvido. Para ZVS, a tensão inicial no capacitor,  $v_{C_1}(0)$ , deve ser igual a  $1/A_1$ . O sistema de equações de saída necessita de um valor numérico para  $a$ , que pode ser obtido, sem a necessidade de parâmetros, de acordo com [12]:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{2\pi} \left( \frac{v_{out}}{V_{cc2}} \right)^2 d\omega t \right). \quad (24)$$

A solução do sistema retorna o comportamento das variáveis de saída para qualquer entrada. A capacidade  $C_p$ , é o inverso do produto dos valores máximos de tensão e corrente na chave, representada em função da razão cíclica  $D_c$  na

Figura 3. Os componentes são projetados usando  $Q_L$  e  $A_1$ . As relações entre  $A_1$  e  $D_c$ ,  $Q_L$  e  $D_c$  são mostradas nas Figura 4 e 5. A relação entre a corrente de pico na chave  $IS_{peak}$  e  $D_c$  é mostrada no gráfico da Figura 6 e relação da tensão de pico na chave  $VS_{peak}$  e  $D_c$  é mostrada no gráfico da Figura 7.

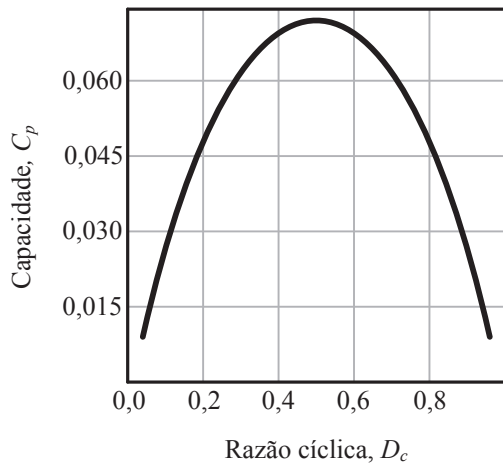


Fig. 3. Relação entre capacidade  $C_p$  e razão cíclica  $D_c$ .

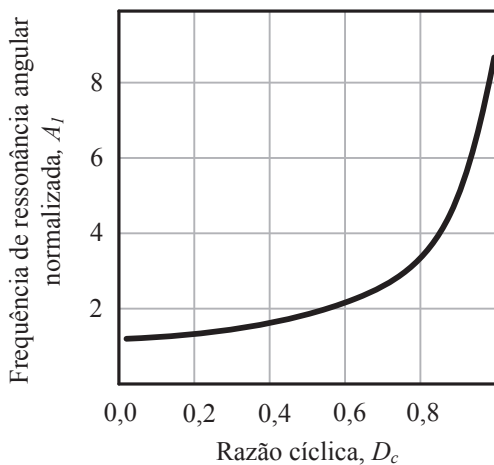


Fig. 4. Constante de normalização  $A_1$  como função da razão cíclica  $D_c$ .

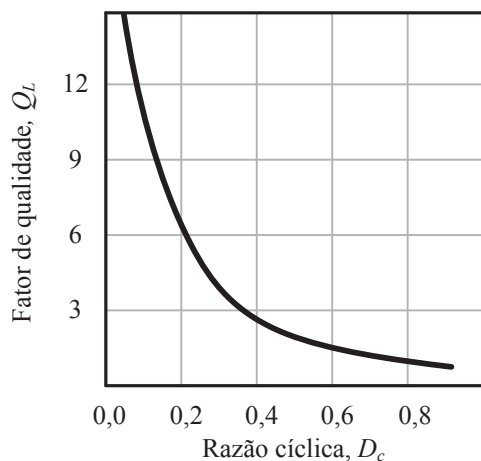


Fig. 5. Fator de qualidade do circuito ressonante  $Q_L$  como função da razão cíclica  $D_c$ .

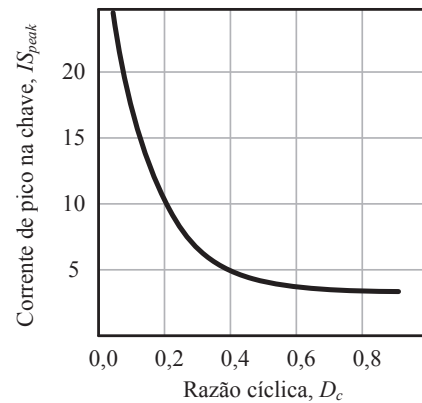


Fig. 6. Corrente de pico na chave  $IS_{peak}$  como função da razão cíclica  $D_c$ .

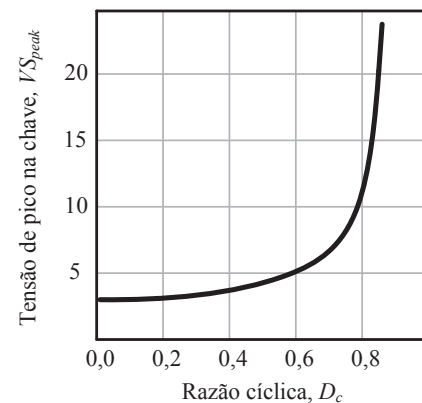


Fig. 7. Tensão de pico na chave  $VS_{peak}$  como função da razão cíclica  $D_c$ .

## V. PROJETO NORMALIZADO DO CONVERSOR RESSONANTE

Os parâmetros do conversor foram projetados considerando o indutor  $Lm_2$  disponível. A tensão de entrada  $V_{cc}$ , potência de saída  $P_{out}$ , frequência de chaveamento  $f$  e razão cíclica  $D_c$  devem ser definidas pelo projetista. Os parâmetros  $Q_L$ ,  $A_1$  e  $a$  são escolhidos de acordo com o ponto de operação desejado.

1) Definição da razão cíclica  $D_c$ , frequência  $f$ , tensão de entrada  $V_{cc}$  e potência de saída  $P_{out}$ .

2) Selecionar  $A_1$ ,  $Q_L$  e taxa de transferência de potência para condição de ZVS de acordo com a razão cíclica.

3) Calcular a frequência de operação  $\omega$  e a tensão no enrolamento secundário  $V_{cc_2}$ :

$$\omega = 2\pi f \quad (25)$$

$$V_{cc_2} = V_{cc} \left( \frac{N_2}{N_1} \right) \quad (26)$$

**TABELA I**  
Parâmetros como Função de  $Lm_{1,2}$  e  $D_c$

$Lm_1, Lm_2$			
75 $\mu$ H, 75 mH			
$D_c$	$R_L$	$C_1$	$1/a$
0,25	43 k $\Omega$	0,68 nF	0,88115
0,5	22 k $\Omega$	0,36 nF	1,91578
0,75	27 k $\Omega$	82 pF	5,22806

4) Projeto do resistor de saída  $R_L$  e do capacitor  $C_1$ :

$$R_L = \omega Q_L A_1 Lm_2 \quad (27)$$

$$C_1 = \frac{Q_L}{\omega A_1 R_L} \quad (28)$$

## VI. RESULTADOS

Os resultados teóricos, de simulação e experimentais para os projetos da Seção V são apresentados. As formas de onda obtidas através da resolução das equações diferenciais para tensão normalizada de saída  $v_{out}/V_{CC2}$  e tensão normalizada na chave  $v_S/V_{CC2}$ , utilizando *software Mathematica*, os resultados de simulação para tensão de saída  $v_{out}$  e tensão na chave  $v_S$ , em função do tempo, e os resultados experimentais são mostrados na Figura 8, Figura 9 e Figura 10 para razão cíclica 0,25, 0,5 e 0,75.

Considerando alimentar um nó característico de um sensor em uma aplicação de *EH* como mencionado anteriormente, três projetos são propostos considerando:  $P_{out} = 10 \text{ mW}$ ,  $f = 20 \text{ kHz}$ ,  $V_{CC} = 300 \text{ mV}$ ,  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 100$  e razão cíclica 25%, 50% e 75% e seus respectivos valores para  $Q_L$ ,  $A_1$  e  $1/a$  para ZVS. Os parâmetros em função das indutâncias  $Lm_1$  (indutância do enrolamento primário) e  $Lm_2$  são mostrados na Tabela I.

## VII. CONCLUSÕES

Uma metodologia de projeto para um conversor ressonante para aplicações de *Energy Harvesting* usando análise normalizada e transformação de equivalência foi apresentada. A análise normalizada permite o projeto do conversor independente da tensão de entrada, frequência e potência, além disso, adicionando os conceitos de transformação de equivalência escolhendo uma nova base para o sistema como a raiz quadrada da energia dos componentes reativos, os elementos das matrizes de espaço de estados podem ser facilmente normalizados. As tensões de saída e na chave mostraram bom resultado comparadas com a abordagem matemática. As formas de onda experimentais para tensão na chave apresentaram picos de tensão oriundos da recuperação reversa dos diodos em antiparalelo das chaves implementadas. Para razão cíclica 75%, o valor mínimo de tensão não atingiu o mesmo valor da simulação devido às restrições de tensão de *gate* para a chave disponível.

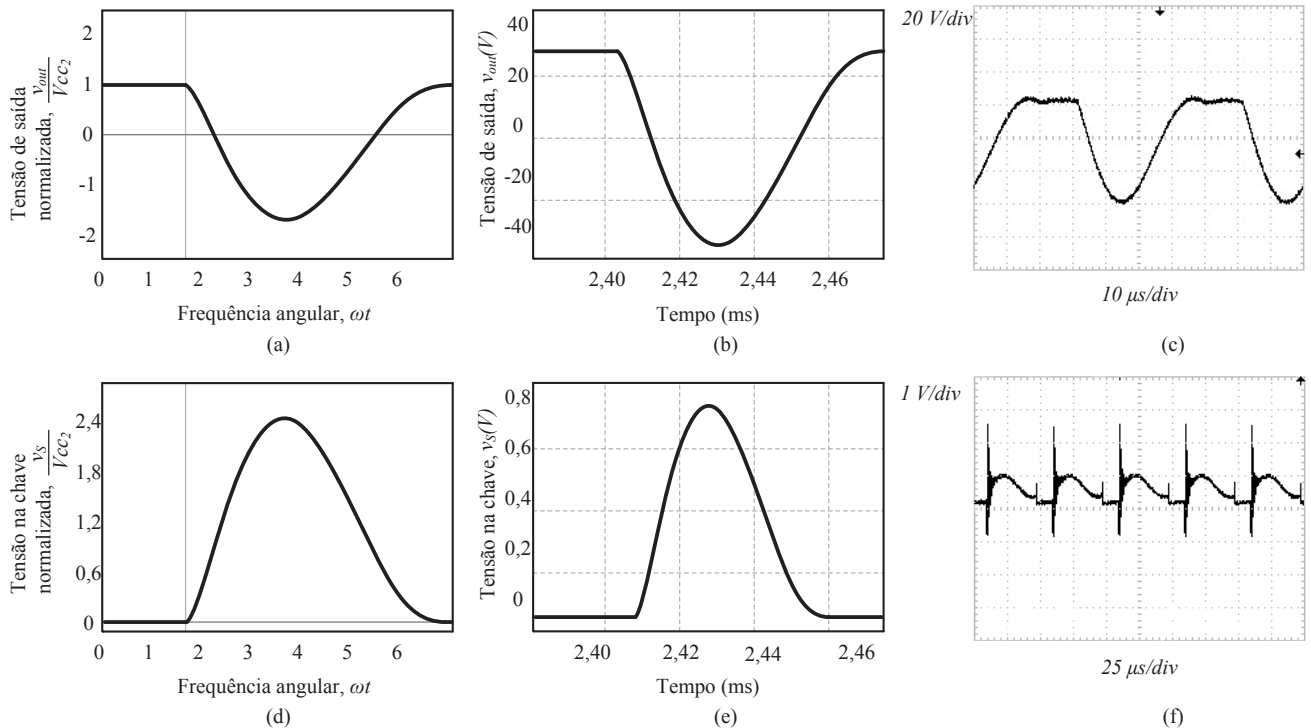


Fig. 8. Resultados para  $D_c = 0,25$ : a) Tensão normalizada de saída; b) Resultado de simulação para tensão de saída; c) Resultado experimental para tensão de saída; d) Tensão normalizada na chave; e) Resultado de simulação para tensão na chave; f) Resultado experimental para tensão na chave.

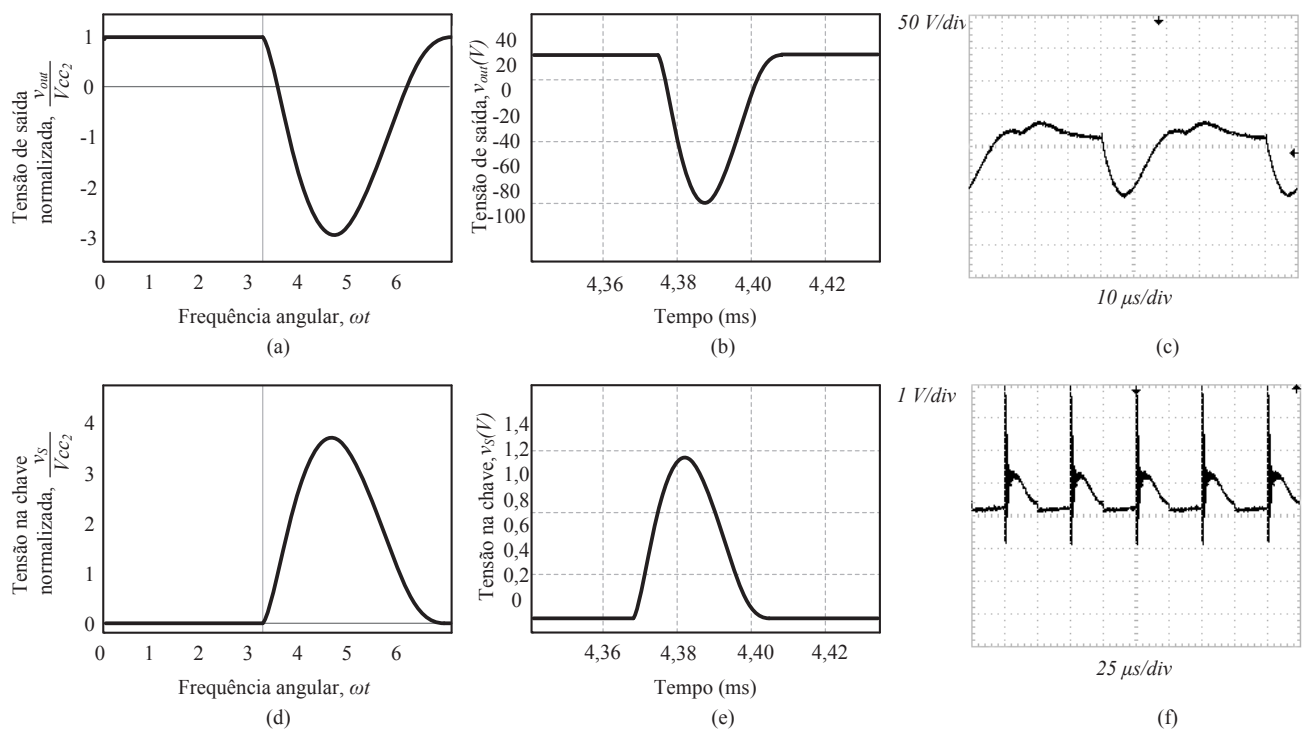


Fig. 9. Resultados para  $D_c = 0,5$ : a) Tensão normalizada de saída; b) Resultado de simulação para tensão de saída; c) Resultado experimental para tensão de saída; d) Tensão normalizada na chave; e) Resultado de simulação para tensão na chave; f) Resultado experimental para tensão na chave.

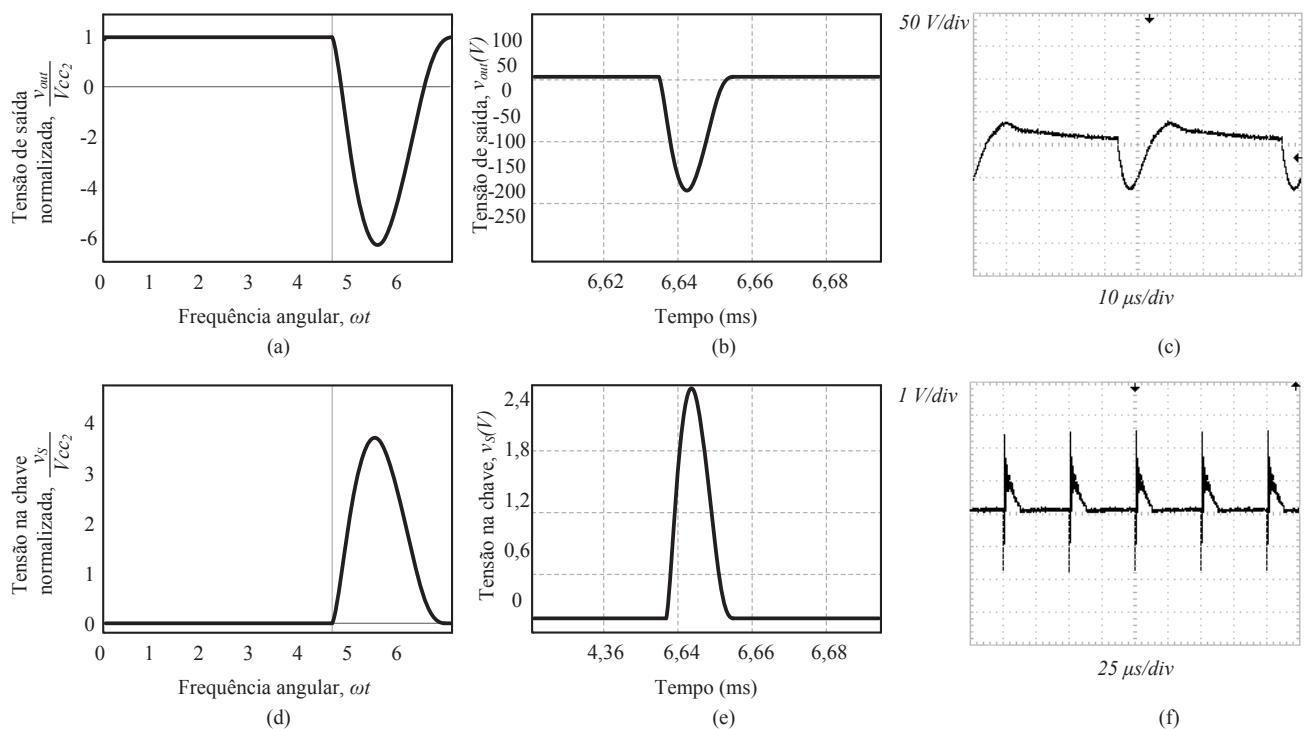


Fig. 10. Resultados para  $D_c = 0,75$ : a) Tensão normalizada de saída; b) Resultado de simulação para tensão de saída; c) Resultado experimental para tensão de saída; d) Tensão normalizada na chave; e) Resultado de simulação para tensão na chave; f) Resultado experimental para tensão na chave.

## REFERÊNCIAS

- [1] T. A. Lipo, M. D. Manjrekar, “Hybrid Topology for Multilevel Power Conversion”, U.S. Patent 6 005 788, Dezembro, 1999.
- [2] H. Yu, H. Wu, Y. Wen, “An ultra-low input voltage power management circuit for indoor micro-light energy harvesting system”, in *The Ninth IEEE Sensors Conference*, pp. 261-264, November 2010.
- [3] D. Brunelli, C. Moser, L. Thiele, L. Benini, “Design of a solar-harvesting circuit for batteryless embedded systems”, *IEEE Transactions on Circuit and Systems-I*, vol. 56, no. 11, pp. 2519-2528, November 2009.
- [4] L. Persa, R. Dayal, “Low-power low-voltage AC-DC converters for electromagnetic energy harvesting with efficient indirect feedback scheme”, *IET Power Electronics*, vol. 5, no. 9, pp. 1923-1933, November 2012.
- [5] J. Lopes, M. Menke, W. Rosa, F. Bisogno, A. Seidel, “Nova metodologia de projeto do filtro ressonante LCC de reatores eletrônicos para lâmpadas de descarga de baixa pressão”, *Eletrônica de Potência*, vol. 20, nº 4, pp. 404-415, Set/Nov. 2015.
- [6] F. Bisogno, A. Carazo, N. Norvez, “Comparison of resonant topologies for step-down applications using piezoelectric transformers”, in *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 2662-2667, 2004.
- [7] M. Kazimierczuk, K. Puczek, “Exact analysis of class E tuned power amplifier at any Q and switch duty cycle”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, no. 2, pp. 149-159, February 1987.
- [8] M. Pollak, L. Mateu, P. Spies, “Step-up Dc-Dc Converter With Coupled Inductors for Low Input Voltages”, in *Proceedings of PowerMEMS*, pp. 145-148, 2008.
- [9] M. Pollak, L. Mateu, P. Spies, “Dc-Dc Converter With Input Polarity Detector for Thermogenerators”, in *Proceedings of PowerMEMS*, pp. 419-422, 2009.
- [10] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*, Oxford University Press, 1999.
- [11] H. L. Krauss, C. W. Bostian, F. H. Raab, *Solid State Radio Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 1980.
- [12] M. Kazimierczuk, D. Czarkowski, *Resonant Power Converters*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1995.

## DADOS BIOGRÁFICOS

**Lucas Sangoi Mendonça** recebeu os títulos de Engenheiro de Controle e Automação (2015) e mestre em Engenharia Elétrica (2017) pela Universidade Federal de Santa Maria, RS, onde atualmente é aluno de doutorado em Engenharia Elétrica. Suas áreas de interesse são: conversores ressonantes, circuitos auto-oscilantes e sistemas *energy harvesting*.

**Thiago Cattani Naidon** recebeu os títulos de Engenheiro Eletricista (2012) e mestre (2015) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria, RS, onde atualmente é aluno de doutorado em Engenharia Elétrica. Suas áreas de interesse são: conversores ressonantes, *energy harvesting*, microeletrônica e conversores estáticos.

**Fábio Ecke Bisogno** recebeu os títulos de Engenheiro Eletricista (1999) e mestre (2001) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria, RS e doutor (2006) em Engenharia Elétrica pela Technische Universität Chemnitz, Chemnitz, Alemanha. Desde 2009 atua como professor no Departamento de Processamento de Energia Elétrica da UFSM.

**Mário Lúcio da Silva Martins** recebeu os títulos de Engenheiro Eletricista (1999), mestre (2002) e doutor (2008) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria, RS. Desde 2012 atua como professor na Universidade Federal de Santa Maria. Suas áreas de interesse incluem: conversores chaveados aplicados em sistemas renováveis de energia e UPS.