

# CONTROLE BASEADO EM UM LQR COM ESTABILIDADE ROBUSTA À INCERTEZA PARAMÉTRICA APLICADO A UM CARREGADOR DE BATERIAS

Henrique Jank, William A. Venturini, Gustavo G. Koch, Mário L. Martins, Fábio E. Bisogno, Vinicius F. Montagner, Humberto Pinheiro  
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, Brasil  
e-mail: hiquejank@gmail.com

**Resumo** – Este artigo propõe um controlador robusto para um carregador de baterias de uma fonte ininterrupta de energia considerando a incerteza paramétrica da resistência interna da bateria. O modelo dinâmico do carregador de baterias é obtido pela abordagem de espaço de estados, possibilitando a utilização de uma estratégia de controle por retroação de estados. O projeto do controlador a partir de um regulador quadrático linear proporciona um desempenho ótimo para o sistema. A estabilidade robusta com incertezas paramétricas é provada por meio de desigualdades matriciais lineares. A viabilidade prática dos controladores é confirmada com resultados obtidos em hardware-in-the-loop Typhoon HIL402.

**Palavras-Chave** – Carregador de Baterias, Estabilidade Robusta, Incerteza Paramétrica, Regulador Quadrático Linear, Retroação de Estados.

## LQR-BASED CONTROL FOR A BATTERY CHARGING SYSTEM WITH ROBUST STABILITY TO PARAMETRIC UNCERTAINTY

**Abstract** – This paper proposes a robust controller for an uninterruptible power supply battery charger under the parametric uncertainty of battery internal resistance. State feedback control strategy with a linear quadratic regulator is used, providing optimal performance to the system. The robust stability of the closed-loop system with uncertain internal resistance is proven in terms of linear matrix inequalities. Practical viability of the controller is confirmed with results based on Typhoon HIL402 hardware-in-the-loop.

**Keywords** – Battery Charger, Linear Quadratic Regulator, Parametric Uncertainty, Robust Stability, State Feedback.

### I. INTRODUÇÃO

Fontes ininterruptas de energia (*Uninterruptible Power Supplies* – UPS) vêm sendo extensivamente empregadas para melhorar a qualidade de energia elétrica provida de concessionárias ou sistemas isolados de geração, fornecendo

energia limpa e ininterrupta para sistemas de comunicação e bancos de dados, além de cargas críticas como sistemas de suporte à vida, processos industriais, etc [1]–[3]. As UPSs de dupla conversão são geralmente preferidas devido à sua elevada tolerância a distúrbios na tensão de entrada e regulação precisa da tensão de saída [2]–[4], sendo considerada a configuração de UPS mais confiável [5].

Durante eventos transitórios da rede, tais como afundamentos, sobretensão, subtensão ou mesmo interrupção no fornecimento, a energia é suprida por sistemas locais de armazenamento, que no caso da UPS, geralmente consiste em um banco de baterias de chumbo-ácido de válvula regulada (*Valve Regulated Lead-acid* – VRLA). Além do uso em sistemas UPS e equipamentos eletrônicos autônomos e portáteis [6], baterias VRLA têm sido extensamente empregadas em sistemas de geração de energia renováveis [7]. Para os sistemas mencionados, carregadores de bateria apresentam um papel fundamental, de forma a recarregar as baterias de forma eficiente, sem atenuar sua vida útil [7], [8]. O método de carga corrente-constante tensão-constante (*constant-current constant-voltage* – CC-CV) é considerado o mais adequado para baterias que operam em longos ciclos de flutuação [9]–[11], uma vez que proporciona uma regulação de corrente refinada durante a fase inicial de carga da bateria e uma regulação de tensão precisa para a fase final. Além disso, a regulação contínua da tensão também compensa as perdas de auto-descarga, garantindo a máxima energia disponível para qualquer condição de interrupção.

Devido aos diferentes modos de carga, é necessário desenvolver um carregador inteligente que seja capaz de responder de forma adequada ao perfil de carga da bateria. Adicionalmente, sabe-se que a impedância interna da bateria é afetada pelas correntes de carga ou descarga, temperatura, estado de carga (*State of Charge* – SOC), etc. [12]–[15], tornando-se um parâmetro incerto [16]. Para garantir a estabilidade do sistema e obter alto desempenho sob incerteza paramétrica, diversos algoritmos de controle robusto tem sido desenvolvidos, como controle adaptativo [17], [18], controle linear robusto [19], [20] e controle não-linear [21], [22].

Neste contexto, este artigo propõe um controlador robusto para um carregador de baterias de uma UPS considerando a incerteza paramétrica da resistência interna da bateria. O sistema de controle é baseado em retroação de estados utilizando-se a abordagem do regulador quadrático linear

---

Artigo submetido em 21/02/2017. Primeira revisão em 17/04/2017. Aceito para publicação em 03/07/2017 por recomendação do Editor Marcelo Cabral Cavalcanti.

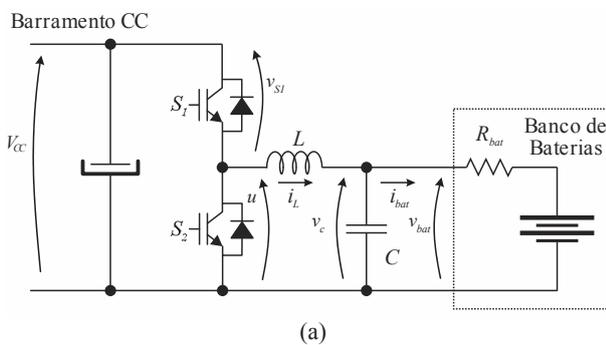
(*Linear Quadratic Regulator* – LQR), que apresenta um desempenho ótimo. A estabilidade robusta do sistema em malha fechada, com resistência interna incerta, é comprovada aqui em termos de desigualdades de matriz lineares (*Linear Matrix Inequalities* – LMIs) [23].

O artigo está organizado da seguinte forma: a Seção II apresenta o conversor de potência utilizado como carregador de baterias e a estrutura de controle proposta; a Seção III descreve a modelagem do carregador utilizando a abordagem por espaço de estados; o projeto dos controladores é apresentado na seção IV; na seção V, é apresentada a validação experimental utilizando uma plataforma *hardware-in-the-loop* (HIL); a Seção VI fornece uma análise de estabilidade robusta considerando a incerteza paramétrica da resistência interna da bateria; a Seção VII conclui o artigo.

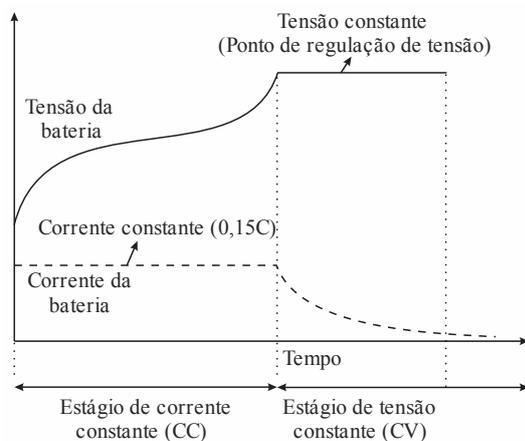
## II. DESCRIÇÃO DO CARREGADOR DE BATERIAS E SISTEMA DE CONTROLE

### A. Carregador de Baterias

De modo geral, o carregador de baterias para aplicações em UPS é baseado em um conversor abaixador conectado diretamente ao barramento CC [3], [24], [25], como mostrado na Figura 1(a). A utilização de um conversor bidirecional exclusivo em comparação a conexão de um banco de baterias diretamente ao barramento da UPS pode reduzir o número de baterias conectadas em série, além de proporcionar um melhor controle da tensão do barramento CC no caso de falta de energia por parte da rede ou mesmo distúrbios de entrada ou de carga.



(a)



(b)

Fig. 1. Carregador de baterias analisado. (a) Diagrama do circuito. (b) Perfil de carga.

O carregador de baterias é constituído por um braço monofásico, composto por dois interruptores que operam de forma complementar, conectados a um filtro LC. O filtro LC é adicionado para atenuar componentes harmônicos que ocorrem devido ao processo de comutação. Para análise de pequenos sinais, a bateria pode ser representada de forma simplificada por uma resistência ( $R_{bat}$ ) (que desempenha o papel de uma impedância linearizada) e uma fonte de tensão CC (que representa o seu estado de carga). O método de carga em análise considera um processo de dois estágios, de acordo com a Figura 1(b). O processo de carga se inicia com uma corrente de carga constante, usualmente entre 0,1C e 0,2C (10% e 20% da corrente de nominal de descarga) que é mantida até que a tensão das baterias atinja o ponto de regulação de tensão. Neste estágio, o carregador de baterias é controlado como uma fonte de corrente. Após este estágio, a tensão das baterias é regulada no ponto de regulação e, assim, o carregador funciona como uma fonte de tensão.

### B. Estrutura de Controle

O método CC-CV convencional inicia com um estágio de regulação de corrente, onde a tensão do banco de baterias aumenta. Quando a tensão do banco de baterias se aproxima da tensão de carga completa, o carregador comuta para o estágio de regulação de tensão, diminuindo gradualmente a corrente de carga. O processo de carga termina quando a corrente de carga cai abaixo do nível de corrente de fim de carga, que é normalmente muito baixa.

Devido à grande variação da resistência equivalente da bateria durante seu processo de carga, uma estratégia de controle por retroação de estados é proposta. A estrutura de controle composta por duas é mostrada na Figura 2, onde a Figura 2(a) apresenta o controlador PID da malha de corrente no espaço de estados, a Figura 2(b) o controlador PI da malha de tensão no espaço de estados e a Figura 2(c) mostra o diagrama de blocos do sistema de controle.

A estrutura de controle para o estágio CC é composta por uma malha rápida de corrente para assegurar que o conversor opere como uma fonte de corrente controlada, que mantém a corrente de saída regulada de acordo com um valor de referência ( $i_{refcc}(k)$ ) pré-definido.

No estágio CV, o conversor funciona como uma fonte de tensão, mantendo a tensão de saída regulada de acordo com um valor de referência ( $v_{ref}(k)$ ). Esta tensão de referência é definida pela tensão de flutuação do banco de bateria. Este estágio de operação ocorre quando o processo de carga está próximo ao fim. Enquanto as baterias não descarregarem suficientemente e a tensão for mantida constante no valor de referência, o carregador permanece no modo CV.

O sistema de controle do modo CV consiste em duas malhas, uma malha externa de tensão, que regula a tensão do banco de baterias e uma malha interna de corrente, mais rápida. Neste caso, a referência de corrente ( $i_{refcv}(k)$ ) é composta por uma combinação linear dos estados do conversor  $\zeta(k)$  somados aos estados de controlador de tensão e corrente,  $x_{cv}(k)$  e  $x_{ci}(k)$ , respectivamente.

Para a malha externa, é definido um controlador PI para eliminar o erro de regime permanente. A malha interna oferece limitação de corrente para ambos os modos de carga (CC e CV) em caso de curto-circuito. Esta malha é composta por um

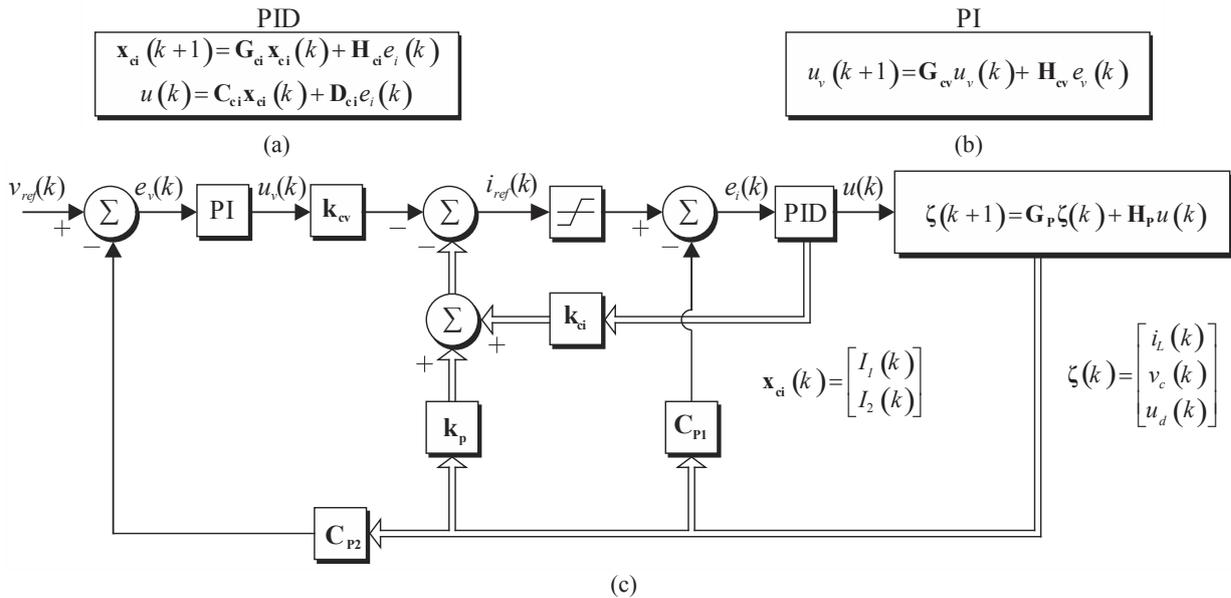


Fig. 2. Estrutura do sistema de controle. (a) Controlador PID no espaço de estados. (b) Controlador PI no espaço de estados. (c) Diagrama de blocos do sistema de controle.

controlador PID, de forma a melhorar a margem de fase do sistema e obter erro nulo em regime permanente.

### III. MODELAGEM DO CARREGADOR DE BATERIAS

Esta seção descreve a modelagem do circuito do carregador de baterias. Uma vez que o sistema de controle utiliza retroação de estados, o carregador é modelado utilizando-se a abordagem por espaço de estados a partir do circuito equivalente apresentado na Figura 3, que representa o sistema para as fases CC e CV. O comportamento do conversor é descrito através do seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{u(t)}{L} - \frac{v_c(t)}{L} \quad (1)$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{R_{bat}C} \quad (2)$$

Seja um sistema linear representado por variáveis de estado conforme:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

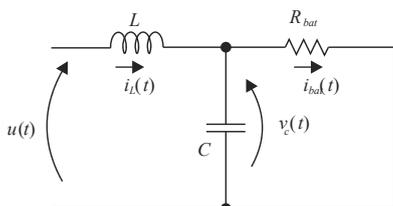


Fig. 3. Modelo de pequenos sinais do carregador de baterias.

onde  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de estados,  $u(t)$  é o vetor de entrada,  $\mathbf{y}(t)$  é o vetor de saída e  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  são matrizes constantes.

Substituindo-se (1) e (2) em (3) pode-se então definir:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{bat}C} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Como o sistema de controle será implementado de forma digital, para realizar a discretização das matrizes apresentadas em (4), o tempo de amostragem é considerado pequeno o suficiente de forma que a aproximação abaixo seja válida:

$$e^{\mathbf{A}T_s} \approx \mathbf{I} + \mathbf{A}T_s \quad (5)$$

onde  $T_s$  representa o período de amostragem e  $\mathbf{I}$  uma matriz identidade de dimensões adequadas.

Dessa forma, o sistema pode ser descrito em sua forma discreta de acordo com:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}u(k) \quad (6)$$

onde:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}T_s) \quad \mathbf{H} = \mathbf{B}T_s \quad (7)$$

Em seguida, é incluído um novo estado que representa o atraso de implementação, sendo inserido um polo na origem do círculo de raio unitário. A inclusão deste atraso é realizada de forma a modelar o atraso da implementação digital, uma vez que a lei de controle é implementada no período seguinte ao qual é calculada. Assim, o novo sistema pode ser descrito conforme:

$$\zeta(k+1) = \mathbf{G}_p \zeta(k) + \mathbf{H}_p u(k) \quad (8)$$

onde:

$$\zeta(k) = [i_L(k) \quad v_c(k) \quad u_d(k)]^T \quad u_d(k+1) = u(k) \quad (9)$$

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{H} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

onde  $u_d(k+1)$  é a ação de controle atrasada.

#### IV. PROJETO DOS CONTROLADORES

A finalidade dos controladores é manter a corrente e a tensão de saída do carregador em níveis pré-definidos de modo a garantir a carga da bateria no método CC-CV para qualquer condição de SOC da bateria, além de manter o conversor operacional mesmo em condições extremas como curto-circuito, ou desconexão (circuito aberto). Assim, o projeto do controlador é composto por duas etapas, descritas a seguir.

Primeira etapa: Projeto da malha interna de corrente considerando a incerteza paramétrica da resistência de carga da bateria. O projeto é realizado para  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ , considerando-se o modelo descrito em (8).

Segunda etapa: Obtenção da equação de estados de malha fechada considerando o controlador projetado para a malha de corrente. A partir da equação de estados de malha fechada, é projetado o controlador da malha externa de tensão utilizando a abordagem de controle ótimo do regulador quadrático linear.

##### A. Projeto da Malha Interna de Corrente

A partir da Figura 2(b), pode-se definir:

$$i_L(k) = \mathbf{C}_{p1} \zeta(k), \quad \mathbf{C}_{p1} = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (10)$$

Para a malha interna de corrente, é definido um controlador PID, projetado pela metodologia clássica da análise da resposta em frequência a partir do diagrama de Bode da planta em malha aberta [26]. O controlador é projetado para que o sistema apresente uma frequência de cruzamento ( $f_c$ ) de malha aberta de 1 kHz e margem de fase ( $mf$ ) de  $60^\circ$  para a condição  $R_{bat} = R_{max}$ . Os parâmetros para o projeto do controlador são apresentados na Tabela I. A Figura 4 mostra a resposta em frequência da planta de corrente compensada em malha aberta para as condições de resistência interna máxima e mínima da bateria. A partir da Figura 4 é verificado que para a condição de  $R_{bat} = R_{min}$ , o sistema apresenta margem de fase de  $61^\circ$  e frequência de cruzamento de 930 Hz. Para ambas as condições de resistência, a margem de ganho ( $mg$ ) é de 4,4 dB.

TABELA I

Parâmetros para Projeto dos Controladores

| Parâmetro                                  | Valor             |
|--|-------------------|
| Indutor do filtro ( $L$ )                  | 560 $\mu\text{H}$ |
| Capacitor do filtro ( $C$ )                | 680 $\mu\text{F}$ |
| Tensão total do barramento CC ( $V_{CC}$ ) | 450 V             |
| Resistência de carga mínima ( $R_{min}$ )  | 120 m $\Omega$    |
| Resistência de carga máxima ( $R_{max}$ )  | 1 M $\Omega$      |
| Frequência de amostragem ( $f_s$ )         | 15 kHz            |

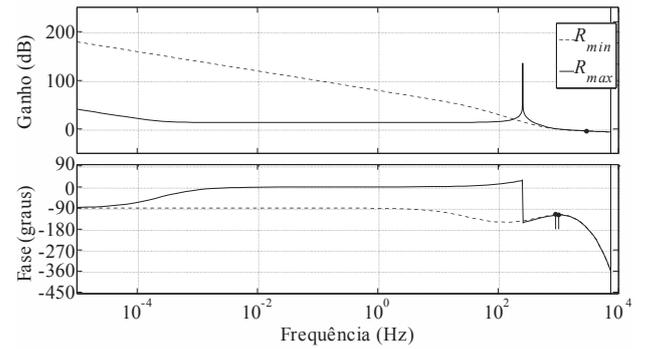


Fig. 4. Diagrama de bode de malha aberta do sistema compensado. ( $f_c = 1$  kHz,  $mf = 60^\circ$ ,  $mg = 4,4$  dB para  $R_{bat} = R_{max}$  e  $f_c = 930$  Hz,  $mf = 61^\circ$ ,  $mg = 4,4$  dB para  $R_{bat} = R_{min}$ ).

A função de transferência discreta obtida para o controlador é dada por:

$$\mathbf{C}_1(z) = 6,25 \frac{(z-0,746)(z-0,746)}{z(z-1)}. \quad (11)$$

##### B. Projeto da Malha Externa de Tensão

Para o projeto da malha externa de tensão, inicialmente é necessário obter as equações de estado para o sistema expandido, levando em consideração o controlador projetado para a malha interna de corrente. Dessa forma, (11) é reescrita no espaço de estados como:

$$\mathbf{x}_{ci}(k+1) = \mathbf{G}_{ci} \mathbf{x}_{ci}(k) + \mathbf{H}_{ci} e_i(k) \quad (12)$$

$$u(k) = \mathbf{C}_{ci} \mathbf{x}_{ci}(k) + \mathbf{D}_{ci} e_i(k)$$

onde  $e_i(k)$  é o erro de corrente,  $\mathbf{x}_{ci}(k)$  é o vetor de estados internos do controlador e:

$$\mathbf{x}_{ci}(k) = \begin{bmatrix} I_1(k) \\ I_2(k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_{ci} = \begin{bmatrix} 1,123 & -0,123 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{ci} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}_{ci} = 6,25 \quad (13)$$

$$\mathbf{C}_{ci} = [-2,30625 \quad 2,70947].$$

Pode-se então agrupar (8) e (12) para obter o sistema aumentado:

$$\boldsymbol{\psi}(k+1) = \mathbf{G}_{p2} \boldsymbol{\psi}(k) + \mathbf{H}_{p2} i_{ref}(k) \quad (14)$$

onde:

$$\boldsymbol{\psi}(k) = [i_L(k) \quad v_c(k) \quad u_d(k) \quad I_1(k) \quad I_2(k)]^T$$

$$\mathbf{G}_{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{p(1,2,1;3)} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_{ci} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{G}_{ci} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{D}_{ci} \\ \mathbf{H}_{ci} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Agora, considerando que a equação dinâmica que define o comportamento do controlador de tensão seja dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{cv}(k+1) &= \mathbf{G}_{cv} \mathbf{x}_{cv}(k) + \mathbf{H}_{cv} e_v(k) \\ u_v(k) &= \mathbf{C}_{cv} \mathbf{x}_{cv}(k) + \mathbf{D}_{cv} e_v(k) \end{aligned} \quad (16)$$

onde  $e_v(k)$  é o erro de tensão,  $\mathbf{x}_{cv}(k)$  é o vetor de estados internos do controlador.

As matrizes que representam o controlador PI da malha de tensão são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{cv} &= 1 & \mathbf{H}_{cv} &= 1 \\ \mathbf{C}_{cv} &= 1 & \mathbf{D}_{cv} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Uma vez que a tensão no capacitor  $v_c(k)$  é um dos elementos que compõem o vetor de estados, pode-se definir:

$$v_c(k) = \mathbf{C}_{p2} \boldsymbol{\Psi}(k), \quad \mathbf{C}_{p2} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (18)$$

Dessa forma, é possível obter-se o erro de tensão a partir de:

$$e_v(k) = -\mathbf{C}_{p2} \boldsymbol{\Psi}(k) + v_{ref}(k). \quad (19)$$

Pode-se então agrupar a equação de estados da planta (14) e do controlador (16) de forma que o sistema aumentado seja representador por:

$$\boldsymbol{\gamma}(k+1) = \mathbf{G}_{p3} \boldsymbol{\gamma}(k) + \mathbf{H}_{p3} i_{ref}(k) + \mathbf{H}_{p4} v_{ref}(k) \quad (20)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}(k) &= [i_L(k) \ v_c(k) \ u_d(k) \ I_1(k) \ I_2(k) \ \mathbf{x}_{cv}(k)]^T \\ \mathbf{G}_{p3} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{p2} & \mathbf{0}_{5 \times 1} \\ -\mathbf{H}_{cv} \mathbf{C}_{p2} & \mathbf{G}_{cv} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_{p3} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{p2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_{p4} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 1} \\ \mathbf{H}_{cv} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

O projeto dos vetores de ganho de realimentação, é realizado utilizando-se a abordagem de controle ótimo do regulador quadrático linear discreto (*Discrete Linear Quadratic Regulator* – DLQR). Esta técnica é utilizada pois a mesma resulta em um sistema de controle assintoticamente estável, com margem de fase maior que  $60^\circ$  e margem de ganho infinita. Nessa abordagem, os ganhos de realimentação são calculados de forma a minimizar a função custo representada pela expressão:

$$J(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\gamma}(k)^T \mathbf{Q}_{lqr} \boldsymbol{\gamma}(k) + u(k)^T \mathbf{R}_{lqr} u(k) \quad (22)$$

onde as matrizes  $\mathbf{Q}_{lqr}$  e  $\mathbf{R}_{lqr}$  são matrizes Hermitianas definidas positivas.

Percebe-se que a função custo apresentada em (22) considera a importância relativa dos estados durante o processo de controle e a energia relacionada ao sinal de controle. A principal característica desta lei de controle ótimo é que ela é uma função linear do vetor de estados [26].

O desempenho do sistema de controle, tanto em regime permanente quanto transitório, é definido através da escolha adequada dos elementos das matrizes  $\mathbf{Q}_{lqr}$  e  $\mathbf{R}_{lqr}$ , de forma que pode-se dar maior peso para determinados estados que sejam mais importantes para a ação de controle. Sendo assim, a matriz  $\mathbf{Q}_{lqr}$  foi definida como uma matriz diagonal onde o maior valor foi atribuído ao segundo elemento, que é referente a tensão  $v_c$ . Para o projeto do LQR é considerada a planta com resistência interna nominal da bateria. As matrizes utilizadas no projeto são:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{lqr} &= \text{diag}([100 \ 1000000 \ 10 \ 1 \ 1 \ 10]) \\ \mathbf{R}_{lqr} &= 100000. \end{aligned} \quad (23)$$

Os valores obtidos para  $\mathbf{k}_p$ ,  $\mathbf{k}_{ci}$  e  $\mathbf{k}_{cv}$  são:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_p^T &= \begin{bmatrix} 0,222826187165303 \\ 0,678693644308124 \\ 0,055281706936778 \end{bmatrix} \\ \mathbf{k}_{ci}^T &= \begin{bmatrix} -0,118570063652154 \\ 0,156777287034054 \end{bmatrix} \\ \mathbf{k}_{cv} &= -0,008445702331985. \end{aligned} \quad (24)$$

Para verificar o comportamento do sistema é obtida a equação de estados da planta em malha fechada a partir da expressão:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}(k+1) &= \mathbf{G}_{p4} \boldsymbol{\gamma}(k) + \mathbf{H}_{p4} v_{ref}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_{p3} \boldsymbol{\gamma}(k) \end{aligned} \quad (25)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{p4} &= \mathbf{G}_{p3} - \mathbf{H}_{p3} [\mathbf{k}_p \ \mathbf{k}_{ci} \ \mathbf{k}_{cv}] \\ \mathbf{C}_{p3} &= [\mathbf{C}_{p2} \ 0]. \end{aligned} \quad (26)$$

A partir de (25) é gerado o diagrama de Bode de malha fechada, ilustrado na Figura 5, novamente para  $R_{bat} = R_{max}$  e  $R_{bat} = R_{min}$ . Percebe-se que o sistema apresenta ganho de 0 dB

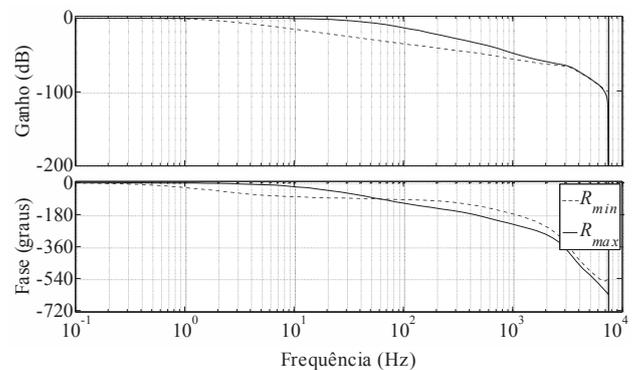


Fig. 5. Diagrama de bode do sistema em malha fechada (ganho de 0 dB para sinais de baixa frequência).

para sinal contínuo, o que deve garantir erro nulo em regime permanente.

## V. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Para verificar a viabilidade prática da estratégia de controle proposta, vários resultados são adquiridos utilizando uma plataforma em tempo real (Typhoon HIL402 [27]). O sistema de controle é implementado em um processador digital de sinais de modelo TMS320F28335. O conversor e o banco de baterias foram emulados no Typhoon HIL402, sendo utilizado modelo de bateria disponível nesta plataforma, cujos parâmetros são mostrados na Tabela II. Estes parâmetros definem a característica da tensão do banco de baterias em função do estado de carga ou descarga do mesmo. Essa característica é ilustrada na curva de descarga apresentada na Figura 6.

A Figura 7 mostra as formas de onda obtidas para o processo de carga completo, onde a bateria inicia com estado de carga de 20%. A Figura 7(a) apresenta a corrente e tensão da bateria para todo o processo de carga. O banco de baterias inicia com estado de carga de 20% e é carregado com uma corrente constante de 0,15C durante o estágio CC. Quando a tensão atinge 270 V, o conversor opera no estágio CV, mantendo a tensão do banco de baterias constante. A Figura 7(b) e a Figura 7(c) ilustram a corrente do banco de baterias, a corrente no indutor de filtro e as tensões no banco de baterias e no interruptor  $S_1$  para os estágios CC e CV, respectivamente.

Um teste crítico para o carregador de baterias consiste na transição de uma condição nominal para uma situação extrema de resistência interna da bateria. Para avaliar a continuidade e desempenho do sistema, foram realizadas transições dos modos CC-CV para circuito aberto, que representa um caso onde  $R_{bat} \approx \infty$  e curto circuito, que representa um caso onde  $R_{bat} \approx 0$  e  $V_{bat} \approx 0$ .

A Figura 8 mostra os resultados experimentais para transições da condição nominal para circuito aberto. A Figura

**TABELA II**  
**Parâmetros do Banco de Baterias**

| Parâmetro                                       | Valor   |
|---|---------|
| Tensão nominal ( $V_{bat\_nom}$ )               | 240 V   |
| Capacidade ( $Q_{bat}$ )                        | 51 Ah   |
| Tensão de carga completa ( $V_{comp}$ )         | 270 V   |
| Resistência interna nominal ( $R_{bat}$ )       | 90 mΩ   |
| Corrente de descarga nominal ( $I_{des\_nom}$ ) | 125 A   |
| Capacidade à tensão nominal ( $Q_{Vnom}$ )      | 25,5 Ah |
| Tensão na zona exponencial ( $V_{exp}$ )        | 245 V   |
| Capacidade na zona exponencial ( $Q_{exp}$ )    | 1,02 Ah |

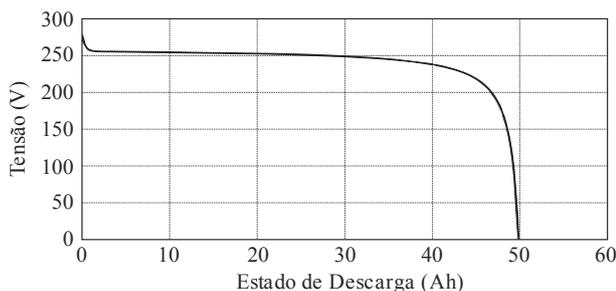
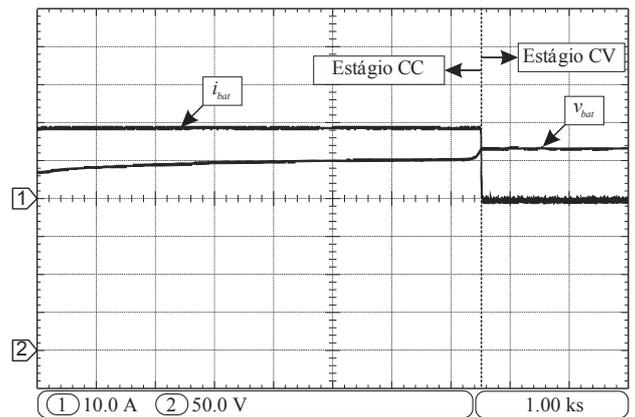
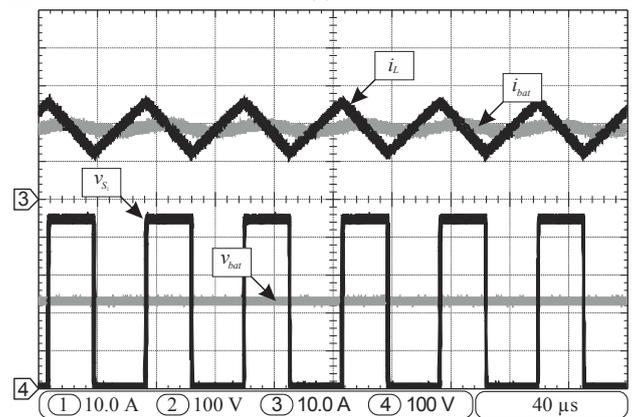


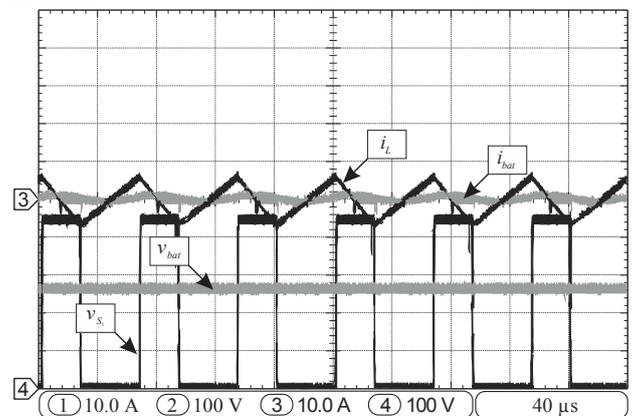
Fig. 6. Curva de descarga da bateria simulada em Typhoon HIL402.



(a)



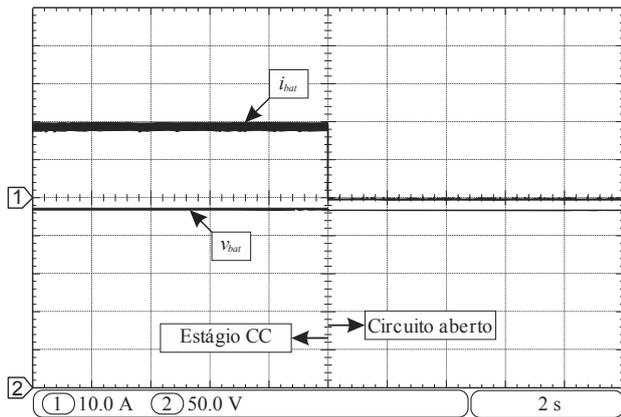
(b)



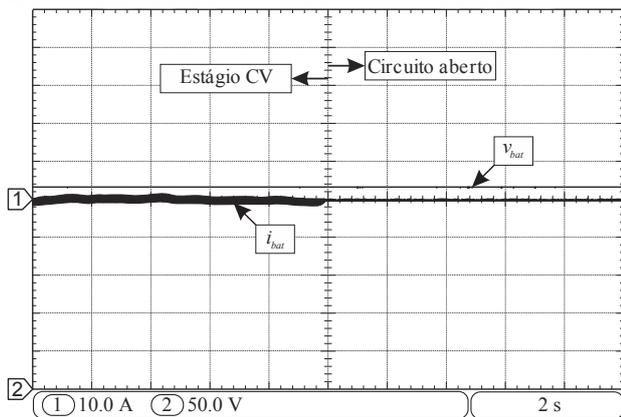
(c)

Fig. 7. Processo de carga do banco de baterias. (a) Processo completo (CC-CV). (b) Estágio CC. (c) Estágio CV.

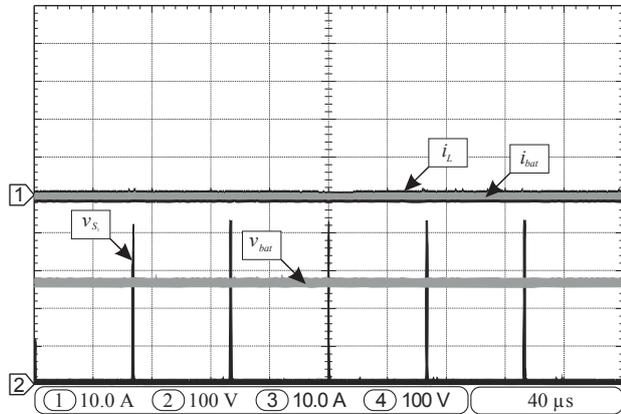
8(a) ilustra a tensão e corrente do banco de baterias durante o transitório de estágio CC para circuito aberto. Pode ser observado que, no momento da transição, a corrente vai a zero e o conversor passa a operar em modo CV. Neste ensaio, enquanto o carregador está em modo CC, a tensão do banco de baterias já apresenta um valor muito próximo ao ponto de regulação, de forma que no momento da transição, não percebe-se mudança significativa da tensão. A Figura 8(b) mostra tensão e corrente do banco de baterias para o transitório de estágio CV para circuito aberto. Neste caso, a tensão se mantém constante no ponto de regulação e a corrente é zerada. A Figura 8(c) apresenta as formas de onda da corrente e tensão



(a)



(b)

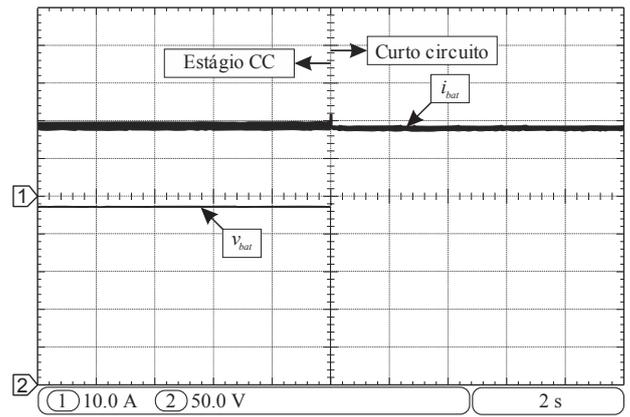


(c)

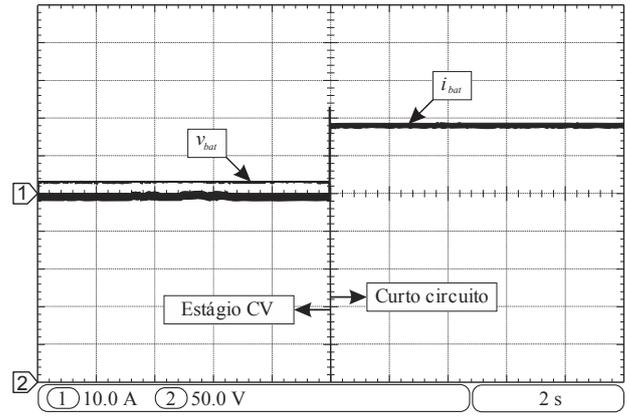
Fig. 8. Transição para circuito aberto. (a) Estágio CC para circuito aberto. (b) Estágio CV para circuito aberto. (c) Formas de onda para condição de circuito aberto.

do banco de baterias, da corrente no indutor de filtro e da tensão no interruptor  $S_1$ .

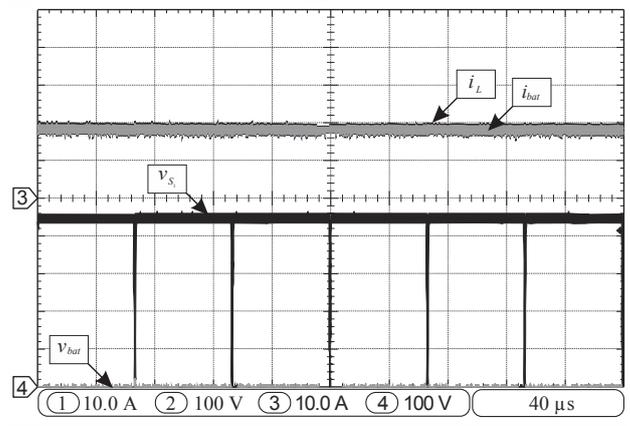
Na Figura 9 são ilustrados os resultados experimentais para transições de condições nominais para curto circuito. A Figura 9(a) mostra a tensão e corrente do banco de baterias durante a transição do estágio CC para curto circuito. Quando o curto circuito ocorre, a corrente da bateria é mantida constante no valor definido para o estágio CC. Pode ser observada uma pequena variação devido ao fato de que a tensão da bateria cai a zero. A Figura 9(b) mostra a transição da operação durante o estágio CV para curto circuito. Novamente, a tensão da bateria cai a zero e a corrente é mantida no valor definido para



(a)



(b)



(c)

Fig. 9. Transição para curto circuito. (a) Estágio CC para curto circuito. (b) Estágio CV para curto circuito. (c) Formas de onda para condição de curto circuito.

o modo CC. A Figura 9(c) mostra as formas de onda da tensão no interruptor  $S_1$ , da corrente no indutor de filtro e da tensão e corrente do banco de baterias.

## VI. ANÁLISE DA ESTABILIDADE ROBUSTA

Esta seção apresenta a análise de estabilidade robusta baseada em LMIs para o sistema de malha fechada operando em toda a gama de resistências de bateria. Além da análise para o controlador proposto, é apresentada a comparação com um controlador clássico (realimentação de saída) do tipo PI.

Para isso, considera-se a matriz de estados em malha fechada  $\mathbf{G}_{P4}$ , em (25), avaliada para  $R_{bat} = R_{min}$  e  $R_{bat} = R_{max}$ , representadas respectivamente por  $\mathbf{G}_{P4min}$  e  $\mathbf{G}_{P4max}$ . Se existe uma matriz definida positiva simétrica  $\mathbf{W} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$  tal que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{G}_{P4min}^T \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4min} & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{G}_{P4max}^T \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4max} & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (28)$$

então o sistema em malha fechada é estável para todos  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ .

Observa-se que sob as aproximações (7), o modelo politópico

$$\mathbf{G}_{P4}(\alpha) = \alpha_1 \mathbf{G}_{P4min} + \alpha_2 \mathbf{G}_{P4max} \quad (29)$$

onde:

$$\alpha_1, \alpha_2 \geq 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (30)$$

pode ser usado para representar a matriz de estados de malha fechada, com o ganho dos controladores (24) para quaisquer valores de  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ .

Devido à propriedade de convexidade [23], a viabilidade das LMIs (27) e (28) para os vértices deste modelo politópico garante que

$$\begin{aligned} & \alpha_1 \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{G}_{P4min}^T \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4min} & \mathbf{W} \end{bmatrix} + \\ & \alpha_2 \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{G}_{P4max}^T \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4max} & \mathbf{W} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{G}_{P4}(\alpha)^T \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4}(\alpha) & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (31)$$

Aplicando-se o complemento de Schur, pode-se reescrever (31) como:

$$\mathbf{G}_{P4}(\alpha)^T \mathbf{W} \mathbf{G}_{P4}(\alpha) - \mathbf{W} < \mathbf{0}. \quad (32)$$

Então  $\mathbf{W}$  é uma matriz Lyapunov que garante a estabilidade robusta do sistema em malha fechada.

Utilizando os parâmetros definidos na seção anterior, as LMIs (27) e (28) apresentam a solução:

$$\mathbf{W} = 1.10^6.$$

$$\begin{bmatrix} 0,594 & 0,319 & 0,054 & -0,062 & 0,006 & -0,008 \\ 0,319 & 1,272 & 0,023 & 0,056 & -0,046 & -0,046 \\ 0,054 & 0,023 & 0,012 & -0,022 & 0,015 & -0,001 \\ -0,062 & 0,056 & -0,022 & 0,178 & -0,132 & 0,001 \\ 0,005 & -0,046 & 0,015 & -0,132 & 0,118 & -0,001 \\ -0,008 & -0,045 & -0,001 & 0,001 & -0,001 & 0,004 \end{bmatrix} \quad (33)$$

garantindo a estabilidade do sistema em malha fechada para  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ . Na realidade, a viabilidade das condições (27) e (28) garante a estabilidade quadrática do sistema em malha fechada [23], o que significa que a estabilidade é assegurada mesmo sob variações de tempo arbitrárias de  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ . A Figura 10 mostra os autovalores do sistema para  $R_{bat}$  variando de  $R_{min}$  a  $R_{max}$ , confirmando sua localização dentro do círculo de raio unitário.

Com o intuito de avaliar o impacto do parâmetro incerto no desempenho e estabilidade do sistema utilizando um controlador clássico (realimentação de saída), é projetado um controlador PI para a malha externa de tensão considerando-se a planta com resistência interna nominal da bateria. É utilizado o mesmo controlador PID para a malha interna de corrente. A malha externa é projetada para apresentar uma banda passante de 93 Hz (uma década abaixo da frequência da malha de corrente para a condição nominal), que resultou em uma margem de fase de 85° e margem de ganho de 20 dB. A Figura 11 mostra os autovalores do sistema considerando-se o controlador PI clássico para uma variação de  $R_{bat}$  entre  $R_{min}$  e  $R_{max}$ . Conforme mostra a Figura 11, os autovalores do sistema encontram-se fora do círculo de raio unitário para alguns pontos de operação no intervalo  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ . Para estes casos o controlador PI clássico projetado é instável, justificando a escolha da estrutura de controle proposta neste artigo.

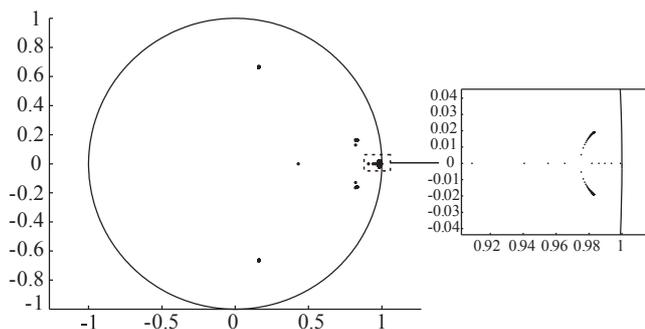


Fig. 10. Autovalores de malha fechada para de  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$ .

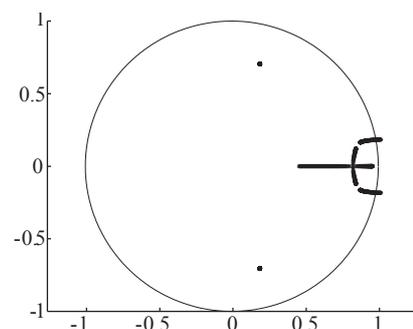


Fig. 11. Autovalores de malha fechada para de  $R_{bat} \in [R_{min}, R_{max}]$  utilizando um controlador PI clássico.

## VII. CONCLUSÃO

Este artigo propôs um controlador robusto aplicado a um carregador de baterias de uma UPS. O artigo apresentou a modelagem, procedimento de projeto de controle e a certificação de estabilidade para um carregador de baterias com incerteza sobre a resistência interna da bateria. Foi obtido um modelo em espaço de estados aumentado adequado para permitir o projeto de um LQR que assegure um desempenho ótimo para ambas as situações extremas de resistência interna da bateria. O benefício do LQR é ser um controlador ótimo, no sentido de minimizar uma função custo pré-estabelecida. A abordagem de controle moderno, no espaço de estados, ao contrário do controle clássico, permite acessar a otimalidade do controlador. Em particular o LQR permite reduzir o sinal de controle por meio do aumento de R na função custo. As respostas em frequência e tempo indicaram a viabilidade do controlador proposto para esta aplicação. Em particular, vários resultados do sistema em malha fechada obtidos com HIL confirmaram um desempenho adequado para os modos de operação CC e CV, sob variações súbitas da resistência interna da bateria. Como principal contribuição, a estabilidade robusta à incerteza na carga do sistema em malha fechada é certificada por meio de uma função de Lyapunov dependente de parâmetros, obtida por meio da solução de desigualdades matriciais lineares.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, CNPq, Typhoon HIL Inc. e grupo LEGRAND pelo suporte a este projeto.

## REFERÊNCIAS

- [1] *Uninterruptible Power Systems (UPS) - Part 3: Method of Specifying the Performance and Test Requirements*, IEC Standard 62040-3, Mar. 1999.
- [2] E.-H. Kim, J.-M. Kwon, J.-K. Park, B.-H. Kwon, "Practical control implementation of a three- to single-phase online UPS," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 8, pp. 2933–2942, Aug. 2008.
- [3] S. B. Bekiarov, A. Emadi, "Uninterruptible power supplies: classification, operation, dynamics, and control," *IEEE Applied Power Electronics Conference*, pp. 597–604, 2002.
- [4] R. Koffler, "Transformer or transformerless UPS?," *IET Power Engineer Journal*, vol. 17, no. 3, pp. 34–36, June/July 2003.
- [5] R. P. Torrico-Bascope, D. S. Oliveira, Jr., C. G. C. Branco, F. L. M. Antunes, "A UPS with 110-V/220-V input voltage and high frequency transformer isolation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 8, pp. 2984–2996, Aug. 2008.
- [6] B. Chen, Y. Lai, "New digital-controlled technique for battery charger with constant current and voltage control without current feedback," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 3, pp. 1545–1553, Mar. 2012.
- [7] Y. C. Chuang, "High-efficiency ZCS buck converter for rechargeable batteries," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 7, pp. 2463–2472, Jul. 2010.
- [8] M. B. Camara, H. Gualous, F. Gustin, A. Berthon, B. Dakyo, "dc/dc converter design for supercapacitor and battery power management in hybrid vehicle applications-polynomial control strategy," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 2, pp. 587–597, Feb. 2010.
- [9] S. Dusmez, A. Cook, A. Khaligh, "Comprehensive analysis of high quality power converters for level 3 off-board chargers," in *Proc. of IEEE Vehicle Power Propulsion Conference*, pp. 674–681, 2011.
- [10] I. Subotic, E. Levi, M. Jones, D. Graovac, "On-board integrated battery chargers for electric vehicles using nine-phase machines," in *Proc. of IEEE IEMDC*, pp. 239–246, 2013.
- [11] C.-H. Lin, C.-Y. Hsieh, K.-H. Chen, "A Li-ion battery charger with smooth control circuit and built-in resistance compensator for achieving stable and fast charging," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I, Regular Papers*, vol. 57, no. 2, pp. 506–517, Feb. 2010.
- [12] D. Matthias, C. Andrew, G. Sinclair, J. R. McDonald, "Dynamic model of a lead acid battery for use in a domestic fuel cell system," *Journal of Power Sources*, vol. 161, no. 2, pp. 1400–1411, Oct. 2006.
- [13] O. Tremblay, L.-A. Dessaint, A.-I. Dekkiche, "A generic battery model for the dynamic simulation of hybrid electric vehicles," in *Proc. of IEEE Vehicle Power Propulsion Conference*, pp. 284–289, 2007.
- [14] H. L. Chan, "A new battery model for use with battery energy storage systems and electric vehicles power systems," in *Proc. of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 1, pp. 470–475, 2000.
- [15] A. Hentunen, T. Lehmuspelto, J. Suomela, "Time-domain parameter extraction method for Thevenin-equivalent circuit battery models," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 29, no. 3, pp. 558–566, Sep. 2014.
- [16] J. Ackermann, *Robust Control: Systems with Uncertain Parameters*, Springer Verlag, 1993.
- [17] G. J. Jeong, I. H. Kim, Y. I. Son, "Design of an adaptive output feedback controller for a DC/DC boost converter subject to load variation," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 7, no. 2, pp. 791–803, Feb. 2011.
- [18] J. Linares-Flores, A. H. Méndez, C. García-Rodríguez, H. Sira-Ramírez, "Robust nonlinear adaptive control of a boost converter via algebraic parameter identification," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4105–4114, Aug. 2014.
- [19] J. Alvarez-Ramirez, G. Espinosa-Pérez, D. Noriega-Pineda, "Current mode control of DC–DC power converters: A backstepping approach," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, no. 5, pp. 421–442, Apr. 2003.
- [20] Q.-C. Zhong and T. Hornik, "Cascaded current–voltage control to improve the power quality for a grid-connected inverter with a local load," *IEEE Transactions*

on *Industrial Electronics*, vol. 60, no. 4, pp. 1344–1355, Apr. 2013.

- [21] E. Vidal-Idiarte, C. E. Carrejo, J. Calvente, L. Martínez-Salamero, “Two-loop digital slidingmode control of DC–DC power converters based on predictive interpolation,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 6, pp. 2491–2501, Jun. 2011.
- [22] O. Lopez-Santos, L. Martínez-Salamero, G. Garcia, H. Valderrama-Blavi, T. Sierra-Polanco, “Robust sliding-mode control design for a voltage regulated quadratic boost converter,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 4, pp. 2313–2327, Apr. 2015.
- [23] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, 1994.
- [24] W. Sölter, “A new international UPS classification by IEC 62040-3,” in *Proc. IEEE INTELEC*, pp. 541–545, 2002.
- [25] M. S. Racine, J. D. Parham, M. H. Rashid, “An overview of uninterruptible power supplies,” in *Proc. 37th Annual North Amer. Power Symp.*, pp. 159–164, 2005.
- [26] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1996.
- [27] Typhoon HIL Real-time Hardware-in-the-Loop (HIL) simulation platform, Typhoon HIL Control Center. [Online]. Disponível: [www.typhoon-hil.com](http://www.typhoon-hil.com).

#### DADOS BIOGRÁFICOS

**Henrique Jank**, nascido em 16/04/1991, engenheiro eletricitista pela Universidade de Santa Cruz do Sul (2013), mestre pela Universidade Federal de Santa Maria (2016), atualmente cursa doutorado pela Universidade Federal de Santa Maria, onde atua como pesquisador no Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC). Possui experiência em engenharia elétrica com ênfase em eletrônica de potência e controle, trabalhando com os seguintes tópicos: Conversores Estáticos, Modelagem e Controle, Fontes Ininterruptas de Energia. É membro do IEEE.

**William Alegranci Venturini**, nasceu em 24 de novembro de 1990. Possui graduação (2014) e mestrado (2016) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria. Atualmente é doutorando em engenharia elétrica pela mesma instituição, onde desenvolve seus trabalhos no Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC). Durante o primeiro semestre de 2014, realizou seu estágio curricular de graduação junto ao Fraunhofer Institute - IZM, situado em Berlim - Alemanha, atuando na área de projeto e desenvolvimento de produtos eletrônicos. Suas principais áreas de interesse incluem controle digital de sistemas, fontes ininterruptas de energia (UPS) e paralelismo de UPS.

**Gustavo Guilherme Koch**, possui curso técnico em automação industrial (2010) pelo Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, graduação (2013) e mestrado (2015) pela Universidade Federal de Santa Maria. Atualmente é doutorando na mesma instituição. É participante ativo do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC).

**Mário Lúcio da Silva Martins**, nasceu em Palmeira das Missões, RS, Brasil, em 01/01/1976. É engenheiro eletricitista (1999), mestre (2002) e doutor (2008) em engenharia elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria. De 2006 a 2012 foi professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Paraná, Pato Branco, Brasil. Em 2012, passou a trabalhar como professor Adjunto no Departamento de Eletrônica e Computação (DELC) da Universidade Federal de Santa Maria. Suas áreas de interesse incluem SMPS, UPS, inversores fotovoltaicos e energias renováveis. Dr. Martins é membro da Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP) e várias sociedades do IEEE.

**Fábio Ecke Bisogno**, nascido em 07/04/1973 em Santa Maria, RS, é engenheiro eletricitista (1999) e mestre (2001) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria e doutor (2006) em Engenharia Elétrica pela Technische Universität Chemnitz. Paralelo com o doutorado esteve empregado no instituto de pesquisa Fraunhofer – AIS e depois Fraunhofer – IAIS e IZM, Alemanha. Atualmente é professor adjunto na Universidade Federal de Santa Maria. Suas principais áreas de interesse são: reatores eletrônicos, sistemas auto-oscilantes, transformadores piezolétricos, conversores ressonantes e fontes ininterruptas de energia (UPS).

**Vinícius Foletto Montagner**, possui graduação (1996) e mestrado (2000) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria, doutorado em Engenharia Elétrica (2005) e pós-doutorado (2006) pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente é Professor Associado I da Universidade Federal de Santa Maria. Tem experiência em modelagem, análise e controle de sistemas dinâmicos.

**Humberto Pinheiro**, nascido em Santa Maria, Brasil, em 1960 e engenheiro eletricitista (1983) pela Universidade Federal de Santa Maria, Brasil, mestre (1987), pela Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, e Ph.D (1999) pela Concordia University, Canadá. Atualmente é professor Titular no Departamento de Processamento de Energia Elétrica (DPEE) da Universidade Federal de Santa Maria, Brasil. Suas áreas de interesse incluem controle de fontes ininterruptas de energia e sistemas de geração eólica.