

Controlador Robusto Adaptativo Super-Twisting Sliding Mode por Modelo de Referência para Regulação das Correntes Injetadas em Redes Fracas por Inversores Trifásicos com Filtro LCL

Guilherme V. Hollweg¹, Paulo J. D. O. Evald^{1,2}, Gustavo Guilherme Koch¹, Everson Mattos¹,
Rodrigo V. Tambara¹, Hilton A. Gründling¹

¹ Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, Brasil

² Universidade Franciscana, Santa Maria – RS, Brasil

e-mail: guilhermehollweg@gmail.com

Resumo – Neste artigo é apresentada uma nova estrutura de controle robusta adaptativa, resultante da união de um Controlador Robusto Adaptativo por Modelo de Referência e um Controlador Adaptativo *Super-Twisting Sliding Mode*, totalmente desenvolvida em tempo discreto. A estrutura resultante é aplicada em um inversor alimentado em tensão trifásico, conectado à rede elétrica através de um filtro LCL em um ambiente de rede fraca, ou seja, que apresenta significativo teor de indutância. A principal contribuição dessa nova proposta de controle é sua alta capacidade de adaptabilidade, mantendo as características de robustez dos controladores que o compõe. Assim, sua implementação é simplificada, pois pode ser projetado considerando um modelo de referência de primeira ordem e aplicado ao controle das correntes injetadas na rede. Para tal, negligencia-se a dinâmica dos capacitores do filtro LCL durante a modelagem da planta, considerando-a como uma dinâmica do tipo aditiva. Ainda, é apresentada uma análise de estabilidade e robustez do controlador proposto, em tempo discreto, considerando a planta como um todo, isto é, em presença de dinâmicas não modeladas. Além disso, para validar a viabilidade da estrutura de controle proposta, resultados experimentais são apresentados, onde se pode observar que a estrutura de controle proposta é capaz de regular a planta adequadamente mesmo em um ambiente de rede fraca, apresentando bom desempenho, com taxa de distorção harmônica de 2,81%.

Palavras-chave – Controle por Modos Deslizantes Adaptativo, Controlador Adaptativo Super Twisting, Controle Robusto Adaptativo por Modelo de Referência, Filtro LCL.

Reference Model-based Robust Adaptive Super-Twisting Sliding Mode Controller for Weak Grid-Currents Regulation of Three-Phase Inverters with LCL Filter

Abstract – This article presents a new robust adaptive control structure, resulting from the union of a Robust Model Reference Adaptive Controller and an adaptive

Super-Twisting Sliding Mode Controller, totally developed in discrete time. The resulting structure is applied to a voltage-fed three-phase inverter, connected to the grid by LCL filter in a weak grid environment, that is, which has a significant inductance content. The main contribution of this new control proposal is its high adaptability, maintaining the robustness characteristics of the controllers that compose it. Thereby, its implementation is simplified, as it can be designed considering a first-order reference model and applied to the grid-injected current control. For this, the dynamics of the capacitors of the LCL filter are neglected during the modeling of the plant, considering it as an additive type dynamics. Moreover, a stability and robustness analysis of proposed controller is presented, in discrete time, considering the overall plant, that is, in presence of unmodeled dynamics. In addition, to validate the viability of the proposed control structure, experimental results are presented.

Keywords – Adaptive Sliding Mode Controller, Adaptive Super Twisting Mode Controller, LCL filter, Robust Model Reference Adaptive Controller.

I. INTRODUÇÃO

Em função do aumento do consumo energético mundial, bem como o esgotamento das reservas energéticas e da consequente procura por novas fontes de energia renováveis, houve uma popularização da micro e mini-geração de energia [1]. Em sistemas fotovoltaicos, quando é necessário a conversão da energia gerada de CC para CA, normalmente se utiliza um inversor de frequência [1]. Para atenuação da distorção harmônica presente no ponto de conexão comum (PCC) entre o inversor e a rede, bem como para atenuação das componentes harmônicas de alta frequência, geradas pela ação de chaveamento do inversor, filtros de saída são partes fundamentais desses sistemas. De modo geral, a atenuação dessas componentes harmônicas se faz necessária para que o sistema atenda a norma ABNT NBR 16149, que limita a taxa de Distorção Harmônica Total (THD - *Total Harmonics Distortion*) da corrente injetada na rede em sistemas fotovoltaicos. Portanto, para que haja uma boa qualidade de energia, geralmente empregam-se filtros L ou LCL para conexão do inversor com a rede [2]. Um filtro L atende satisfatoriamente a função de supressão das

Manuscript received 01/05/2021; first revision 02/19/2021; accepted for publication 03/05/2021, by recommendation of Editor Demercil de Souza Oliveira Jr. <http://dx.doi.org/10.18618/REP.2021.2.0001>

harmônicas, conforme exigido em norma vigente, entretanto, em função do seu tamanho e preço elevados, sua utilização em sistemas de potência maiores que 1 kW não é uma alternativa viável [2]. Por outro lado, para sistemas de maior potência, o filtro LCL apresenta diversas vantagens em relação ao filtro L, tais como: custo reduzido, menor peso, estrutura e consumo de potência reativa [3], além de apresentar maior redução dos harmônicos de chaveamento, que é de -60 dB/década, enquanto um filtro L atenua -20 dB/década [2], [4].

Além da escolha de um filtro de saída adequado, outra questão importante no projeto de um sistema de controle aplicado a conversores conectados à rede é a robustez do controlador proposto, uma vez que a indutância da rede elétrica é incerta [5]- [6], pois sua impedância varia em função da qualidade do sistema de energia local, podendo apresentar alto teor indutivo (rede fraca), chegando a até 5 mH, como mostrado em [6]. O teor indutivo da rede se mostra como um desafio para o sistema de controle, uma vez que eleva drasticamente o esforço do controlador para manter o sistema estável e com as correntes devidamente reguladas, respeitando a norma para sistemas conectados à rede [5]. Ainda, há uma relação direta entre a variação do pico de ressonância do filtro LCL e a estabilidade do sistema. Caso a indutância da rede mude, a frequência do pico de ressonância do filtro se desloca, podendo tornar o sistema instável [5]. Portanto, além de apresentar bom desempenho, espera-se que o controle de corrente dos inversores seja robusto a distúrbios e incertezas oriundas da rede elétrica.

A regulação da corrente de saída de inversores de frequência conectados à rede com filtro LCL já foi realizada utilizando diversas técnicas de controle, tais como: Controlador Proporcional-Integral [4], Controladores P+R (Proporcional + Ressonante) [7]- [8], Regulador Linear Quadrático Robusto [9], Controlador Robusto Adaptativo por Modelo de Referência (RMRAC - *Robust Model Reference Adaptive Control*) [5], RMRAC modificado [10], entre outros. Ainda, destaca-se a estrutura desenvolvida em [11], que apresentou um controlador P+R com uma ação SM (*Sliding Mode*) de primeira ordem, com elevada robustez. Nesse mesmo viés, mais recentemente um controlador MRAC-SM (*Model Reference Adaptive Control with Sliding Mode*) foi apresentado em [12], que apresentou boas características de robustez à variação da indutância da rede. Por outro lado, os controladores propostos em [4], [7] e [8] apresentaram bom desempenho no rastreamento das correntes de referência, mas não foram submetidos a um ambiente de rede fraca a fim de avaliar a robustez dos compensadores diante de incertezas na rede. Já em [5], [10]- [12], os controladores apresentaram significativa robustez diante de incertezas e distúrbios na rede elétrica, mantendo um bom desempenho de regulação das correntes injetadas na rede. Dentre os quatro controladores destacados, ressalta-se especialmente a estrutura de controle proposta em [12], que é composta por uma ação MRAC juntamente com uma contribuição *Sliding Mode* de primeira ordem (MRAC-SM), desenvolvida com o objetivo de acelerar a convergência dos ganhos de adaptação diante de distúrbios e obter melhor desempenho de regulação. Entretanto, estruturas de controle que utilizam um termo por modos deslizantes normalmente apresentam *chattering*, um tipo de oscilação

persistente, gerada em função de sua ação não-linear em alta frequência, como mostrado em [13]- [14]. Este fenômeno é claramente observado nos resultados do controle das correntes de conversores conectados à rede com filtro LCL apresentados em [11] e [12]. Ressalta-se que o fenômeno *chattering* pode causar instabilidade no sistema de controle e problemas com interferência eletromagnética [14]. Uma alternativa para atenuação do *chattering* é a utilização de controladores *Sliding Mode* de ordem superior, como o *Super-Twisting*, utilizado em [13], [15]- [16], que mantém um bom desempenho de regulação e provê significativa atenuação dessas oscilações persistentes.

Desta forma, este artigo propõe o desenvolvimento e implementação de um novo Controlador Adaptativo Robusto por Modelo de Referência, RMRAC, juntamente com um controlador *Super-Twisting Sliding Mode* (STSM), compondo uma ação de controle não linear de ordem superior, também adaptativa, totalmente desenvolvido em tempo discreto, denominado de RMRAC-STSM. Este novo controlador utiliza um modelo de referência de ordem reduzida, se comparado com as demais estratégias RMRAC da literatura para o controle das correntes injetadas na rede por inversores alimentados em tensão (VSI - *Voltage Source Inverter*) com filtro LCL. Para tal, considera-se um modelo simplificado do filtro LCL, onde negligencia-se as dinâmicas do capacitor (equivalente ao par de polos complexos conjugados do modelo completo da planta), o que torna o grau relativo da função de transferência simplificada unitário. Em consequência a este grau relativo, o equacionamento e implementação do controlador torna-se mais simples, pois a complexidade se dá em função da quantidade de parâmetros a projetar. Além disso, esta redução de operações para sua execução experimental reduz o esforço computacional do microcontrolador que o sintetizar. Recentemente, no trabalho [17], foi apresentada uma comparação entre controladores RMRAC, projetados com modelo de referência de terceira e primeira ordem, aplicados ao controle das correntes injetadas na rede por um conversor trifásico estático a três fios conectado à rede com filtro LCL. Naquele trabalho, os autores mostraram que é viável a negligência do capacitor na modelagem do filtro LCL para projetar um controlador adaptativo mais simples, desde que o controlador apresente robustez suficiente para tratar as dinâmicas negligenciadas juntamente com as incertezas da rede como dinâmicas não-modeladas. Para tal, os autores apresentaram o desenvolvimento matemático que fundamenta sua argumentação e a viabilidade da aplicação do controlador robusto adaptativo de ordem reduzida.

A organização deste trabalho é dada como segue: a modelagem da planta é apresentada na Seção II, seguida pelo projeto do controlador RMRAC-STSM na Seção III. Já na Seção IV são mostrados os resultados experimentais obtidos do controle das correntes injetadas na rede com o controlador RMRAC-STSM. Por fim, tem-se as considerações finais deste artigo na Seção V e o Apêndice A apresenta a prova de estabilidade da estrutura proposta.

II. MODELAGEM DA PLANTA

Nessa seção é apresentada a descrição da planta, utilizando o modelo médio de pequenos sinais em espaço de estados

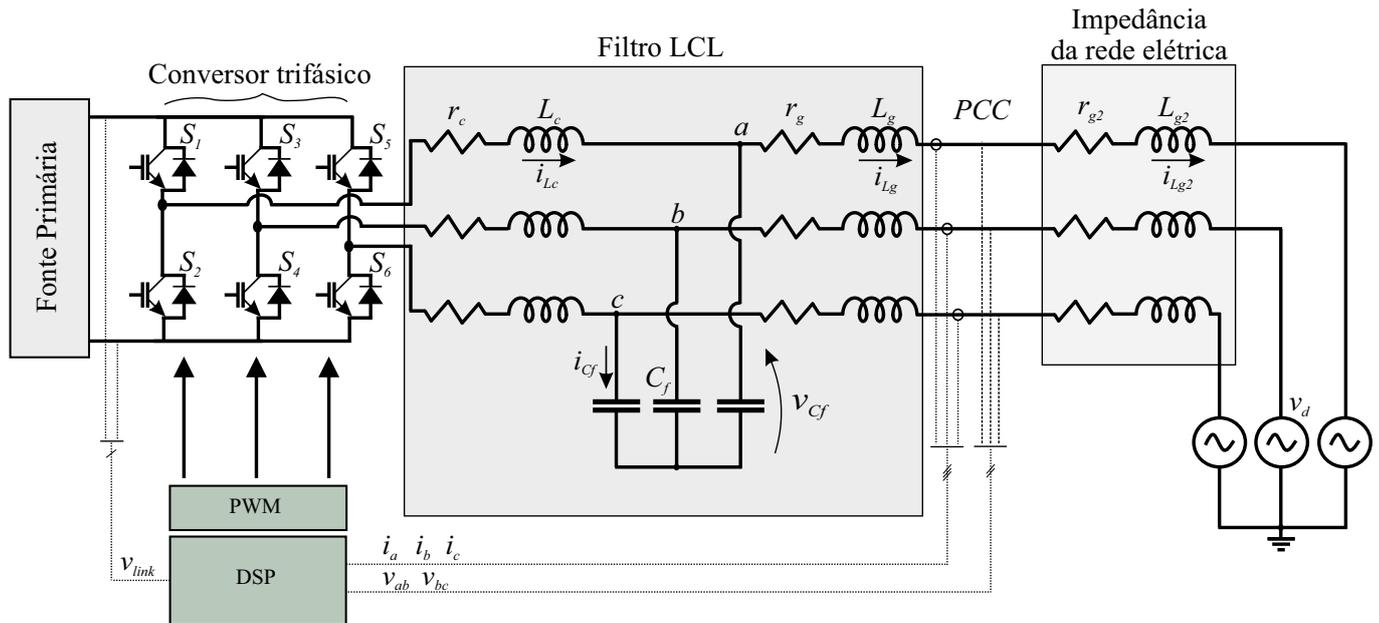


Fig. 1. Diagrama elétrico do conversor VSI trifásico conectado à rede com filtro LCL.

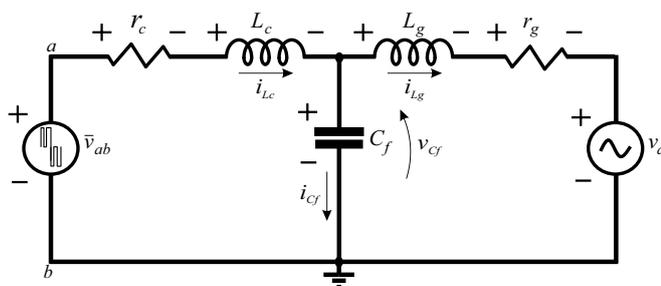


Fig. 2. Circuito monofásico equivalente do filtro LCL.

[18]. O diagrama do circuito, composto pelo VSI trifásico conectado à rede com um filtro LCL, é mostrado na Figura 1.

A. Obtenção da Função de Transferência

A fim de facilitar o projeto e implementação do controlador no sistema trifásico em coordenadas abc , que é fortemente acoplado, o sistema trifásico é convertido em dois sistemas monofásicos idênticos desacoplados em coordenadas $\alpha\beta 0$, utilizando a transformação de Clarke invariante em amplitude. Como o sistema é considerado equilibrado, então não há caminho de condução de corrente no eixo 0, e por conseguinte, este pode ser desconsiderado. A Figura 2 mostra o circuito monofásico equivalente, referente ao modelo elétrico utilizado para modelagem da parte CA do conversor VSI conectado à rede, v_d , através de um filtro LCL. Note que V_{link} é a tensão da fonte primária, v_{ab} e v_{bc} são as tensões de linha e i_a , i_b e i_c são as correntes de fase injetadas na rede. Ainda, $r_c + L_c$ é a impedância do lado do conversor, $r_g + L_g$ é a impedância do lado da rede e $r_{g2} + L_{g2}$ é a impedância da rede. Na Figura 2 são observadas as três variáveis de estado: a corrente que circula pelo indutor L_c (i_{Lc}), a corrente que circula pelo indutor L_g (i_{Lg}) e a tensão do capacitor C_f (v_{Cf}). Nesse caso, o modelo dinâmico obtido no circuito equivalente, representado na Figura 2, é o próprio modelo médio do conversor (ao considerar o valor médio de v_{ab} em um período de comutação).

O valor médio de v_{ab} durante um período de comutação pode ser representado em função da razão cíclica das chaves e da tensão quadrada de saída após a ponte completa. Portanto, as entradas presentes no sistema podem ser definidas como sendo a razão cíclica do inversor, D , e a tensão da rede, v_d . Assim, baseado em [18], o modelo em espaço de estados pode ser representado por

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{E} u \end{aligned} \quad (1)$$

onde \mathbf{A} é a matriz dinâmica, \mathbf{B} é a matriz de controle, \mathbf{C} é a matriz de saída, \mathbf{E} é a matriz de transição, u é o vetor de entrada, \mathbf{x} é o vetor dos estados e \mathbf{y} é o vetor de saída.

Aplicando a Lei das Correntes de Kirchoff (LCK) e a Lei das Tensões de Kirchoff (LTK) no circuito apresentado na Figura 2, após desenvolvimento matemático, o modelo resultante é dado por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{Lc} \\ \dot{i}_{Lg} \\ v_{Cf} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_c}{L_c} & 0 & -\frac{1}{L_c} \\ 0 & -\frac{r_g}{L_g} & \frac{1}{L_g} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{1}{C_f} & 0 \end{bmatrix} \dots \\ \dots \begin{bmatrix} i_{Lc} \\ i_{Lg} \\ v_{Cf} \end{bmatrix} &+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{V_{link}}{L_c} \\ -\frac{1}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ D \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Ressalta-se ainda que a tensão da rede, v_d , foi considerada como um distúrbio na modelagem de pequenos sinais [5]. Isto é dado em função de sua dinâmica lenta ($60Hz$) quando comparado com a frequência de chaveamento do inversor ($5040Hz$). Dessa forma, as dinâmicas da tensão da rede

são desconsideradas durante a modelagem para obtenção da função de transferência do filtro LCL.

B. Projeto dos Elementos do Filtro LCL

O projeto dos elementos do filtro de saída foi feito de acordo com [2], seguindo as restrições e os passos propostos para seu projeto. Os valores projetados para o filtro LCL, bem como dos demais parâmetros do inversor estão representados na Tabela I, onde P_{in} é a potência do sistema, f_s é a frequência de chaveamento do conversor e T_s o período de amostragem. Ressalta-se que r_c e r_g são as resistências parasitas do filtro de saída e r_{g2} e L_{g2} representam a resistência e indutância da rede (desconhecidas no modelo), mas consideradas para realização dos ensaios experimentais do controlador em um ambiente de rede fraca.

TABELA I
Parâmetros Nominais do Conversor

| Parâmetro | Valor | Parâmetro | Valor |
|-----------------|---------|------------|---------|
| P_{in} (máx.) | 5,4kW | V_{link} | 500V |
| v_d | 110V | f | 60Hz |
| f_s | 5,04kHz | T_s | 198,4μs |
| L_c | 1mH | L_g | 0,3mH |
| C_f | 62μF | r_c | 50mΩ |
| r_g | 50mΩ | r_{g2} | 50mΩ |
| L_{g2} | 1mH | | |

C. Validação do Modelo

Com base no modelo por espaço de estados apresentado em (1) -(2) e utilizando (1), assumindo que uma das entradas se comporte como um distúrbio no modelo, as funções de transferência que compõem o sistema podem ser obtidas. Desta forma, a função de transferência monofásica, em $\alpha\beta$, utilizada para o projeto de controle das correntes injetadas na rede, utilizando os parâmetros mostrados na Tabela I, é expressa por

$$G_{(i_{Lg},D)}(s) = \frac{i_{Lg}(s)}{D(s)} = \frac{b_0}{a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad (3)$$

onde $b_0 = 1,00 \times 10^3$, $a_3 = 1,86 \times 10^{-11}$, $a_2 = 4,03 \times 10^{-9}$, $a_1 = 1,3 \times 10^{-3}$ e $a_0 = 0,1$. Utilizando o método *Zero-Order Hold* (ZOH) para fazer a discretização em z de (3), considerando como período de amostragem 198,4μs, que corresponde ao inverso da frequência de chaveamento, obtém-se

$$G_{(i_{Lg},D)}(z) = \frac{i_{Lg}(z)}{D(z)} = \frac{d_2z^2 + d_1z + d_0}{c_3z^3 + c_2z^2 + c_1z + c_0}, \quad (4)$$

onde $d_2 = 60,33$, $d_1 = 205,7$, $d_0 = 59,03$, $c_3 = 1$, $c_2 = -0,8119$, $c_1 = 0,8024$ e $c_0 = -0,9579$.

Para validar o modelo matemático obtido foi feita uma comparação da saída da função de transferência, (4), com a resposta do circuito da Figura 2 utilizando o software PSIM[®]. Em ambos os casos foi aplicado um degrau de 5% na razão cíclica D no instante 0,0375s e observados os períodos em alta frequência logo após a perturbação imposta. Na Figura 3 é mostrada a resposta de ambos os modelos à variação aplicada, onde se pode observar que os modelos têm dinâmicas muito

semelhantes para pequenos sinais.

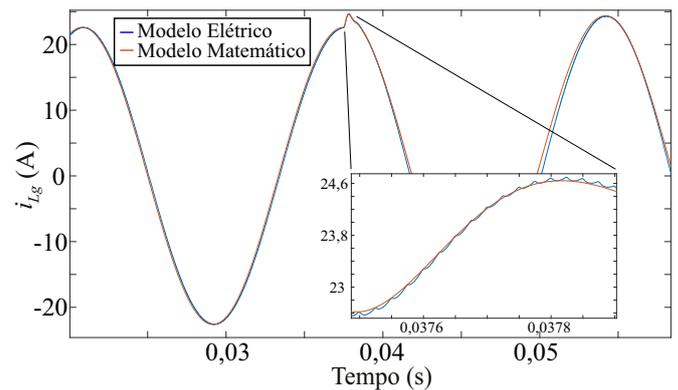


Fig. 3. Validação do Modelo de $G_{(i_{Lg},D)}$.

III. CONTROLADOR RMRAC-STSM

Nessa seção são apresentadas as hipóteses da planta e do modelo de referência para aplicação do controlador adaptativo, os passos para escolha do modelo de referência, a teoria do novo controlador proposto, RMRAC-STSM, e a sequência de passos para sua implementação.

A. Hipóteses da Planta e do Modelo de Referência

Considerando uma planta única entrada e única saída,

$$y(z) = G(z)u(z) = [G_o(z)(1 + \mu\Delta_m(z)) + \mu\Delta_a(z)]u(z), \quad (5)$$

onde $\mu\Delta_m(z)$ e $\mu\Delta_a(z)$ representam dinâmicas não modeladas multiplicativas e aditivas, respectivamente, e μ é uma constante que, sem perda de generalidade, pode ser idêntica para ambas as dinâmicas associadas. Além disso, $G(z)$ é a planta completa, enquanto $G_o(z)$ é a parte modelada da planta. Ainda, $u(z)$ e $y(z)$ são a entrada e saída da planta, respectivamente. Portanto, (5) pode ser reescrita como

$$y(z) = G_o(z)u(z) + \mu\eta(z), \quad (6)$$

onde $\eta(z)$ é dado por

$$\eta(z) = \Delta G(z)u(z), \quad (7)$$

e $\Delta G(z)$ é descrito por

$$\Delta G(z) = \mu [G_o(z)\Delta_m(z) + \Delta_a(z)], \quad (8)$$

sendo que $\mu\Delta G(z)$ representa as incertezas da planta, relacionadas pelo escalar positivo μ , originando o termo $\mu\eta$ expresso em (6). Ainda, $\mu \in [0, \bar{\mu}]$, e μ é limitado superiormente.

Considerando uma planta de primeira ordem, a parte modelada, expressa por (5), pode ser representada por

$$G_o(z) = k_p \frac{N(z)}{D(z)}, \quad (9)$$

onde k_p é um ganho, $N(z)$ e $D(z)$ são polinômios mônicos com grau m e n , respectivamente.

Assim, para o projeto do controlador adaptativo, as hipóteses H_1 - H_4 são consideradas para a parte modelada da

planta ($G_o(z)$),

H_1 : $N(z)$ é um polinômio mônico *Schur* [19], de ordem m , com todas as raízes contidas no círculo unitário;

H_2 : $D(z)$ é um polinômio mônico *Schur* [19] de enésima ordem (n), sendo $n > m$;

H_3 : k_p é um ganho desconhecido, mas com sinal conhecido;

H_4 : Os coeficientes dos polinômios $N(z)$ e $D(z)$ são desconhecidos.

Portanto, como a estrutura de controle proposta é direta, ou seja, utiliza-se um modelo de referência escolhido pelo projetista, a parcela RMRAC consiste em projetar uma lei de controle u tal que a saída da planta y rastreie a saída do modelo de referência, y_m , tão próxima quanto possível, mesmo em presença de dinâmicas não modeladas. A saída do modelo de referência é expressa por

$$y_m(z) = W_m(z)r(z), \quad (10)$$

onde $W_m(z)$ é a função de transferência do modelo de referência e r é um sinal de referência limitado.

O modelo de referência, $W_m(z)$, é descrito por

$$W_m(z) = k_m \frac{1}{D_m(z)}, \quad (11)$$

onde k_m é um ganho e $D_m(z)$ é um polinômio mônico *Schur* [19]. O modelo de referência deve respeitar a seguinte hipótese,

H_5 : $D_m(z)$ é um polinômio mônico de ordem $(n_p - m_p)$ com raízes dentro do círculo de raio unitário e k_m é uma constante com o mesmo sinal de k_p .

B. Escolha do Modelo de Referência

A planta obtida em tempo discreto, mostrada em (4), é de terceira ordem, o que implica em um projeto de controle adaptativo difícil de ser implementado, uma vez que demanda um complexo equacionamento matemático, além de elevada capacidade de processamento para sua execução. Tendo em vista a simplificação do desenvolvimento e projeto da estrutura de controle robusta adaptativa, foi considerado um modelo simplificado da planta, cuja função de transferência é de primeira ordem. Este modelo possui as mesmas dinâmicas nas frequências de interesse (baixas frequências) que a planta original. Assim, o pico de ressonância do filtro LCL é desconsiderado no projeto de controle baseado no modelo simplificado, pois este se encontra em alta frequência, próximo da frequência de *Nyquist*. Portanto, o par de polos complexos conjugados que origina esse pico de ressonância é visto como uma dinâmica não modelada pelo controlador, conforme mostrado em [17]. Desta forma, o modelo de ordem reduzida, resultante desta simplificação (negligenciando as dinâmicas do capacitor), é dado por

$$G_{(i_{Lg},D)}(z)^* = \frac{151,8}{(z - 0,9849)}, \quad (12)$$

onde * representa a função simplificada.

A Figura 4 mostra o diagrama de Bode do modelo completo (terceira ordem) e do modelo simplificado (primeira ordem). Note que o modelo simplificado é bastante semelhante ao modelo completo, mas com a ausência do par de polos

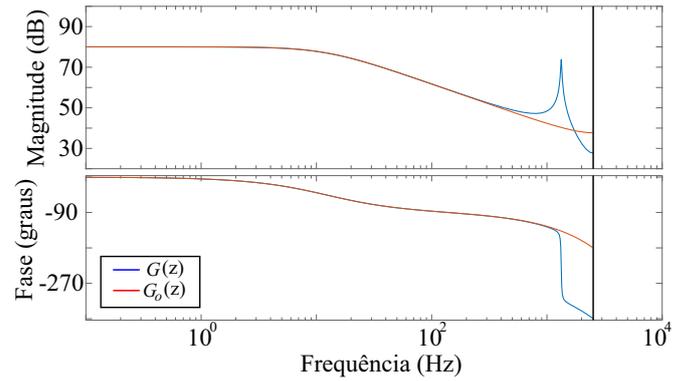


Fig. 4. Diagrama de Bode do modelo de terceira ordem $G(z)$ e de primeira ordem $G_o(z)$ da planta.

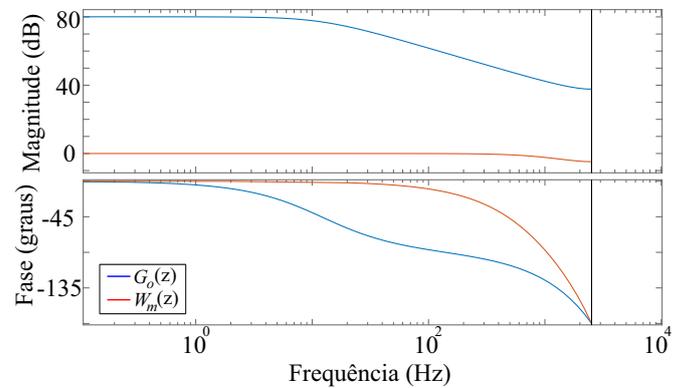


Fig. 5. Diagrama de Bode do modelo de referência $W_m(z)$ e do modelo simplificado da planta $G_o(z)$.

complexos conjugados que originam o pico de ressonância em alta frequência. Assim, considerando o modelo simplificado, cujo grau relativo da função de transferência é de primeira ordem, escolhe-se então um modelo de referência também de primeira ordem, pois sua função de transferência deve ter o mesmo grau relativo da parte modelada da planta. O modelo escolhido foi

$$W_m(z) = \frac{0,7301}{(z - 0,2699)}. \quad (13)$$

A Figura 5 apresenta o diagrama de Bode do modelo de referência adotado e sua comparação com o modelo simplificado (primeira ordem). Note que o modelo de referência e o modelo da planta simplificada são de primeira ordem, mas para a escolha de $W_m(z)$ foi considerado ganho de 0dB nas baixas frequências a fim de não realizar um ganho no sinal de referência. Ainda, $W_m(z)$ tem banda passante de pelo menos uma década maior que aquela do modelo simplificado, a fim de garantir uma rápida dinâmica à estrutura adaptativa na regulação das correntes.

Ainda, observa-se que o par de polos complexos conjugados presente no sistema, em alta frequência, foi negligenciado. Logo, a estrutura de controle RMRAC-STSM trata os polos complexos conjugados do filtro LCL como uma dinâmica não modelada e deve ser robusto o suficiente para regular o sistema diante dessa simplificação, lembrando que a impedância da rede é um parâmetro desconhecido.

C. Lei de Controle e Algoritmo de Adaptação (RMRAC e STSM)

A ação de controle da estratégia proposta é extraída de

$$\boldsymbol{\theta}(k)^T \boldsymbol{\omega}(k) + r(k) = 0, \quad (14)$$

onde o vetor de ganhos adaptáveis $\boldsymbol{\theta}(k)^T = [\theta_u(k) \ \theta_y(k) \ \theta_{SM}(k)]$ e o vetor regressor $\boldsymbol{\omega}(k) = [u(k) \ y(k) \ u_{SM}(k)]$. A saber, $\theta_u(k)$ e $\theta_y(k)$ são os parâmetros de adaptação do RMRAC utilizando um modelo de referência de primeira ordem e $\theta_{SM}(k)$ é o ganho de adaptação da parcela SM. Ressalta-se que $u(k)$ é a ação de controle completa ($u(k) = u_{RMRAC}(k) + u_{STSM}(k)$), $y(k)$ é a saída da planta e $u_{SM}(k)$ é a ação de controle *Sliding Mode*.

A contribuição do RMRAC é dada por

$$u_{RMRAC}(k) = -\frac{\theta_y(k)}{\theta_u(k)}y(k) - \frac{1}{\theta_u(k)}r(k), \quad (15)$$

e a contribuição STSM é dada por

$$u_{STSM}(k) = \frac{\theta_{SM}(k)}{\theta_u(k)}u_{SM}(k), \quad (16)$$

onde $u_{SM}(k) = k_1 \sqrt{|e_1(k)|} \text{sgn}(e_1(k)) + v(k)$, sendo sgn a função sinal e $v(k)$ é dado por

$$v(k) = -k_2 T_s \text{sgn}(e_1(k)) + v(k-1), \quad (17)$$

onde T_s é a taxa de amostragem e as constantes k_1 e k_2 devem ser definidas pelo projetista. Ainda, e_1 é o erro de rastreamento, dado por $e_1(k) = y(k) - y_m(k)$.

O algoritmo de adaptação responsável por atualizar os ganhos do controlador é um algoritmo Gradiente modificado. Desta forma, a matriz $\boldsymbol{\Gamma}$ tem ganhos fixos, que influenciam na convergência dos parâmetros. Ainda, o erro aumentado ε é dado por

$$\varepsilon(k) = y(k) + \boldsymbol{\theta}(k)^T \boldsymbol{\zeta}(k), \quad (18)$$

onde $\boldsymbol{\zeta}$ é um filtro auxiliar de primeira ordem, responsável por fazer a filtragem dos parâmetros de adaptação pelo modelo de referência, $\boldsymbol{\zeta} = W_m(z)\boldsymbol{\omega}$.

A equação recursiva do algoritmo de adaptação é determinada por

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}(k-1)[1 - T_s \gamma \sigma(k-1)] - \frac{T_s \gamma \boldsymbol{\zeta}(k-1) \varepsilon(k-1)}{m^2(k-1)}. \quad (19)$$

Note que o objetivo do algoritmo de adaptação de parâmetros de (19) é minimizar o erro aumentado ε , expresso em (18).

Para incorporar robustez e limitação de todos os sinais em malha fechada, agrega-se ao algoritmo de adaptação um sinal majorante, \bar{m}^2 , dado por

$$\bar{m}^2(k) = m^2(k) + \boldsymbol{\zeta}^T(k) G \boldsymbol{\zeta}(k), \quad (20)$$

onde G é o ganho do sinal majorante, que deve ser definido pelo projetista. Ainda, para agregar robustez ao controlador foi adicionada a função σ -modification [20], que evita a divergência paramétrica, atuando em função da norma dos

ganhos em cada iteração,

$$\sigma(k) = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| \leq M_0 \\ \sigma_0 \left(\frac{\|\boldsymbol{\theta}(k)\|}{M_0} - 1 \right) & \text{se } M_0 < \|\boldsymbol{\theta}(k)\| < 2M_0, \\ \sigma_0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| \geq 2M_0 \end{cases} \quad (21)$$

onde σ_0 é o limite superior da função e M_0 é um parâmetro positivo de projeto, que pode ser seguramente sobre-dimensionado a duas vezes o valor da norma dos ganhos ideais, $\boldsymbol{\theta}^*$ [3].

O desenvolvimento apresentado até este ponto é genérico e pode ser aplicado a qualquer planta cuja parte modelada seja representada por uma função de transferência com grau relativo unitário. Entretanto, para a aplicação do controlador na planta proposta (VSI trifásico com filtro LCL) a dinâmica da rede ainda precisa ser incluída no sistema, com objetivo de rejeitar os distúrbios exógenos.

D. Dinâmica da Rede Modelada como um Distúrbio Periódico

Para a aplicação do sistema de controle na regulação das correntes trifásicas injetadas na rede pelo conversor VSI com filtro LCL se pode considerar a dinâmica das tensões da rede elétrica como um distúrbio exógeno e periódico. Para tal, foram adicionados dois novos ganhos adaptativos referentes ao distúrbio (θ_c e θ_s), sendo $\cos(k)$ a componente em fase e $\text{sen}(k)$ a componente em quadratura, ambas estimadas pelo filtro de Kalman [21]. A ação de controle referente a rejeição do distúrbio exógeno imposto pela rede u_d é

$$u_D(k) = -\frac{\theta_c(k)}{\theta_u(k)} \cos(k) - \frac{\theta_s(k)}{\theta_u(k)} \text{sen}(k). \quad (22)$$

Assim, a ação de controle completa pode ser reescrita pela soma das ações de controle do RMRAC (u_{RMRAC}), STSM (u_{STSM}) e da rejeição do distúrbio exógeno (u_D),

$$u(k) = u_{RMRAC}(k) + u_{STSM}(k) + u_D(k). \quad (23)$$

A Figura 6 representa o diagrama de blocos da estrutura RMRAC-STSM.

E. Passos para Implementação do Controlador RMRAC-STSM

Definidas as equações discretas do controlador e do modelo de referência utilizado, pode-se fazer um roteiro para implementação da estrutura de controle, conforme:

1. Atualização da referência: $r(k)$;
2. Atualização da saída do modelo de referência: $y_m(k)$;
3. Atualização do erro de rastreamento: $e_1(k)$;
4. Atualização das lei de controle: $u(k)$;
5. Atualização do vetor filtro auxiliar $\boldsymbol{\zeta}(k)$;
6. Atualização do sinal majorante $m^2(k)$;
7. Atualização do erro aumentado $\varepsilon(k)$;
8. Atualização do vetor de ganhos $\boldsymbol{\theta}(k)$.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O sistema de controle apresentado foi aplicado no controle das correntes injetadas na rede por um VSI trifásico com

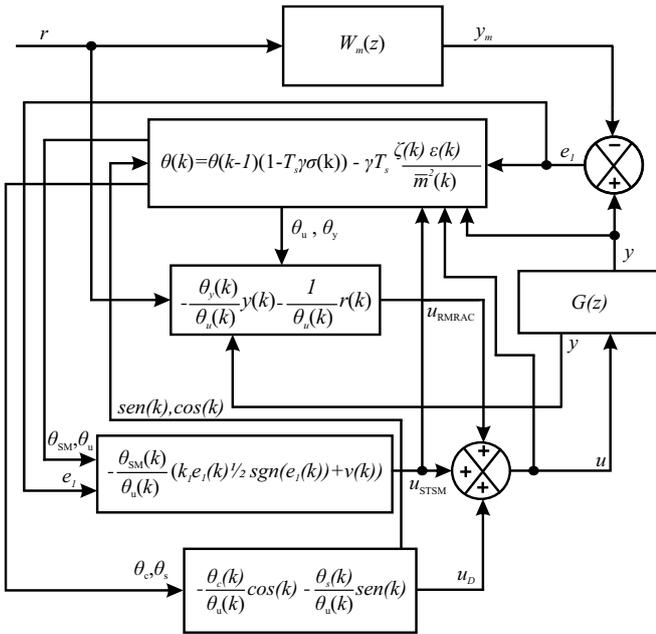


Fig. 6. Diagrama de Blocos referente a estrutura RMRAC-STSM

filtro LCL através de um microcontrolador TMS320F28335 da *Texas Instruments*[®]. Esse microcontrolador foi escolhido por ser de aplicação para sistemas de controle em tempo real, e pela sua disponibilidade, entretanto qualquer microcontrolador com 32 bits e que seja para aplicações em sistemas de controle em tempo real poderia ser utilizado. A Figura 7 apresenta o protótipo utilizado, cujos parâmetros são mostrados na Tabela I. Ressalta-se que a impedância da rede (r_{g2} e L_{g2}) é desconhecida.

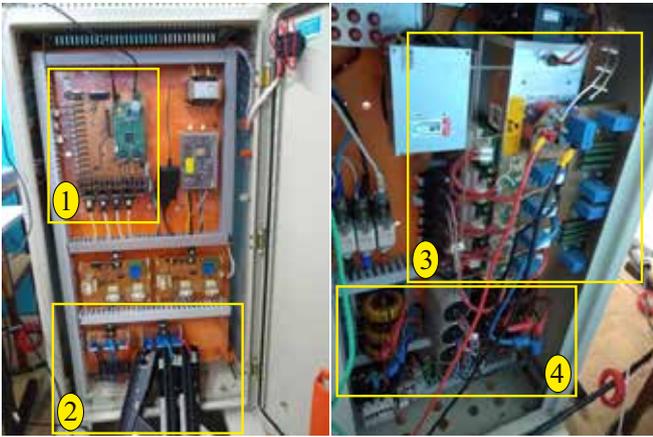


Fig. 7. Protótipo utilizado em laboratório. 1: Placa com o Microcontrolador TMS320F28335; 2: Sensores de corrente; 3: Conversor; 4: Filtro LCL.

A. Roteiro do Experimento Realizado

O ensaio é inicializado com tensão de barramento $V_{link} = 500V$, regulada por uma fonte CC e a tensão de linha é ajustada em $110V$, regulada por um transformador trifásico. Ainda, a potência do conversor é $5,4kW$ e a frequência de amostragem e chaveamento é $5040Hz$, enquanto a frequência de armazenamento de dados do microcontrolador é $1260Hz$, ou seja, durante as interrupções do sistema de controle o microcontrolador salva na memória 1 a cada 4

amostras processadas. Esta estratégia foi adotada para obter dados suficientes para avaliar adequadamente a convergência paramétrica do sistema de controle. Além disso, as tensões normalizadas em coordenadas α e β são estimadas através do filtro de *Kalman*, proposto em [21]. Com esse algoritmo, após realizada a sincronia com a rede elétrica, os sinais amostrados pelo microcontrolador começam a ser armazenados na memória e é estabelecido o instante $t = 0s$.

1. A amplitude das correntes de referência iniciam com $10A_{pk}$ e em seguida são realizados mais quatro degraus de carga;
 - (a) De $t = 0,1325s$ até $t = 0,3976s$, a amplitude passa a ser $15A_{pk}$;
 - (b) De $t = 0,3976s$ até $t = 0,6627s$, a amplitude passa a ser $20A_{pk}$;
 - (c) De $t = 0,6627s$ até $t = 0,9278s$, a amplitude passa a ser $25A_{pk}$;
 - (d) Em $t = 0,9278s$, a amplitude passa a ser $30A_{pk}$ (plena carga) e permanece nesse valor até o final do experimento.
2. Em $t = 1,2698s$ é inserido um distúrbio na rede com a adição de $L_{g2} = 1mH$ em série com a rede;
3. Quando $t = 1,5873s$, o experimento é encerrado, desconectando o inversor da rede.

B. Resultados Obtidos com a Estrutura RMRAC-STSM

A Tabela II mostra os valores dos parâmetros projetados, utilizados para implementação da estrutura de controle RMRAC-STSM na regulação das correntes trifásicas do inversor. O ganho do majorante (G) e de adaptação (γ) foram escolhidos de modo que a relação entre o ganho de adaptação é pelo menos 10 vezes maior que o ganho do sinal majorante, obedecendo a condição apresentada na equação (58), do Apêndice A, e garantindo uma dinâmica rápida ao sistema adaptativo. Quanto aos valores iniciais do vetor de adaptação de parâmetros θ , estes valores foram retirados de uma simulação prévia no PSIM, considerando o conversor VSI trifásico e seus parâmetros apresentados na Tabela I, onde os valores de corrente de referência em coordenadas $\alpha\beta$ do sistema foram $30A_{pk}$, sem realização de degrau de carga e considerando o sistema com rede forte, sem adição de indutância adicional no modelo da rede elétrica. Assim, foram escolhidos valores de θ próximos da sua convergência em regime permanente, a fim de evitar um sobressinal excessivo no transitório inicial do ensaio em laboratório, que poderia danificar o protótipo.

TABELA II
Parâmetros da Estrutura RMRAC-STSM

| Parâmetro | Valor |
|-------------|--|
| $\theta(0)$ | $[-1,11 \ -1,58 \ 0,004 \ -0,17 \ 1,21]^T$ |
| γ | 10000 |
| G | 200 |
| T_s | $198,4 \cdot 10^{-6}s$ |
| k_1 | 1 |
| k_2 | 1 |

A Figura 8 apresenta as correntes trifásicas (i_{Lg}) em coordenadas abc , reguladas pela estrutura RMRAC-STSM. Note que a estrutura RMRAC-STSM é capaz de regular rapidamente as correntes injetadas na rede e apresenta bom desempenho diante dos degraus de carga e da adição de indutância na rede, que constitui uma variação paramétrica. Além disso, é notável que os distúrbios exógenos foram devidamente rejeitados.

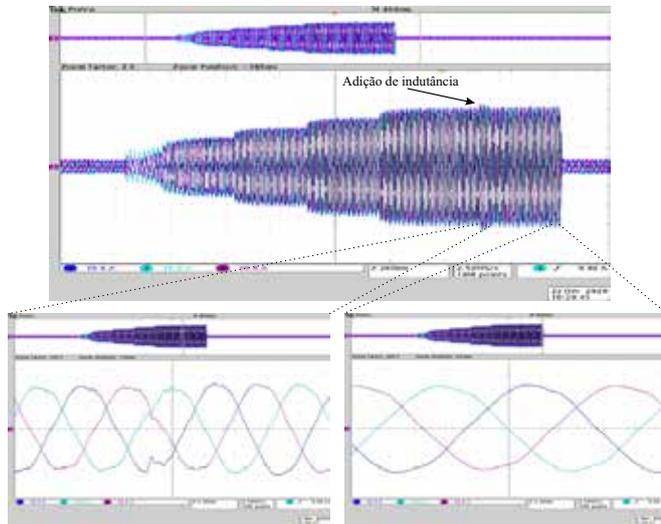


Fig. 8. Correntes trifásicas reguladas pela estrutura RMRAC-STSM.

Na Figura 8, destaca-se o instante quando ocorre a adição da indutância $L_{g2} = 1mH$. Neste instante, percebe-se uma pequena distorção nas correntes injetadas na rede ao ocorrer a perturbação, mas rapidamente a estrutura adaptativa recalcula seus ganhos a fim de manter a planta regulada. O maior *overshoot* observado ocorreu logo após a adição de indutância na rede, cuja amplitude da corrente alcançou 32,74A, na fase A, correspondendo a um sobressinal de 7,31%. O período transitório referente ao distúrbio na rede durou aproximadamente 55 amostras, equivalente a 43,7ms, ou seja, menos de 3 ciclos completos da rede elétrica. Ainda, a Figura 8 apresenta em destaque as correntes injetadas na rede em regime permanente, onde nota-se a boa regulação e baixo conteúdo harmônico das correntes, mesmo em um ambiente de rede fraca. Já as Figuras 9 e 10 apresentam o erro de rastreamento (e_1) e aumentado (ϵ) em coordenadas $\alpha\beta$, respectivamente.

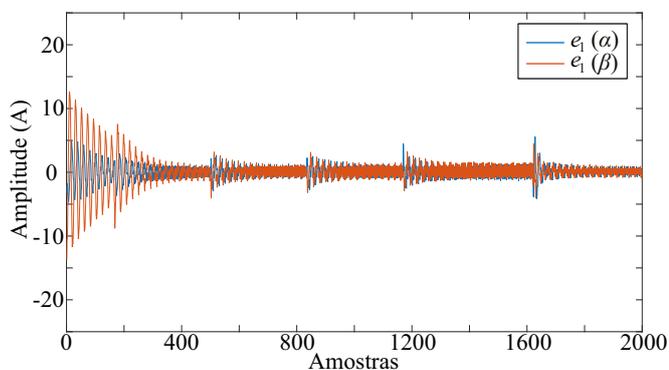


Fig. 9. Erro de rastreamento (e_1) em coordenadas $\alpha\beta$.

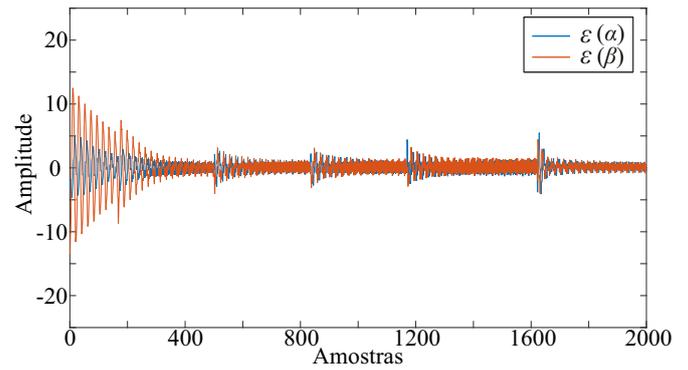


Fig. 10. Erro aumentado (ϵ) em coordenadas $\alpha\beta$.

Com relação as Figuras 9 e 10, verificam-se amplitudes elevadas dos erros apenas durante o transitório de partida e novos picos a cada degrau na referência das correntes, o que é natural, uma vez que o degrau de carga impõe uma perturbação abrupta no sistema. Quando inserida a indutância $L_{g2} = 1mH$, tanto o erro de rastreamento e_1 quanto o erro aumentado ϵ sofrem significativa perturbação, mas tendem a um conjunto residual assintoticamente. Ainda, os valores RMS (*Root Mean Square*) do erro de rastreamento em coordenadas α e β em regime permanente é 0,4826A e 0,5102A, respectivamente. Já os valores RMS do erro aumentado em α e β ficam em torno de 0,4756 e 0,5048, respectivamente. Ainda que o erro aumentado ϵ seja minimizado pelo algoritmo de adaptação de parâmetros da estrutura RMRAC-STSM, nota-se bastante proximidade entre as dinâmicas e os valores RMS em regime permanente do erro aumentado e de rastreamento, uma vez que ambos estão correlacionados.

A Figura 11 mostra as ações de controle u_{RMRAC} , u_{STSM} e u_D da estrutura RMRAC-STSM. Além disso, a Figura 12 mostra a ação de controle completa (u), composta pela soma das componentes u_{RMRAC} , u_{STSM} e u_D em coordenadas $\alpha\beta$, juntamente com a tensão de barramento, V_{link} .

É possível observar com base nas ações de controle das Figuras 11 e 12 que a parcela referente a rejeição do distúrbio (u_D) é dominante, uma vez que a dinâmica imposta pela rede elétrica é bastante significativa. Já a parcela u_{RMRAC} representa cerca de 17% da ação de controle completa, u , enquanto a ação de controle u_{STSM} apresenta maiores picos de amplitude durante os períodos transitórios e significativa atenuação quando o sistema entra em regime permanente, característico de uma ação por modos deslizantes de elevada ordem, o que contribui para atenuação do *chattering*. Quanto a tensão de barramento apresentada na Figura 12, nota-se um leve afundamento durante o período de partida, mas após um curto período esta se mantém estável próximo a 500V. Portanto, nota-se que considerando o controlador proposto e sua aplicação no controle de corrente de um conversor VSI trifásico conectado à rede, não há significativa alteração na tensão do barramento e uma vez que esse não é o foco desse trabalho, uma malha de tensão para controle de V_{link} não é considerada.

A seguir, a Figura 13 mostra os ganhos de adaptação em coordenadas $\alpha\beta$.

Com base na Figura 13, nota-se que todos os ganhos de adaptação convergem assintoticamente, com dinâmica mais intempitiva no transitório de partida, o que é coerente, uma

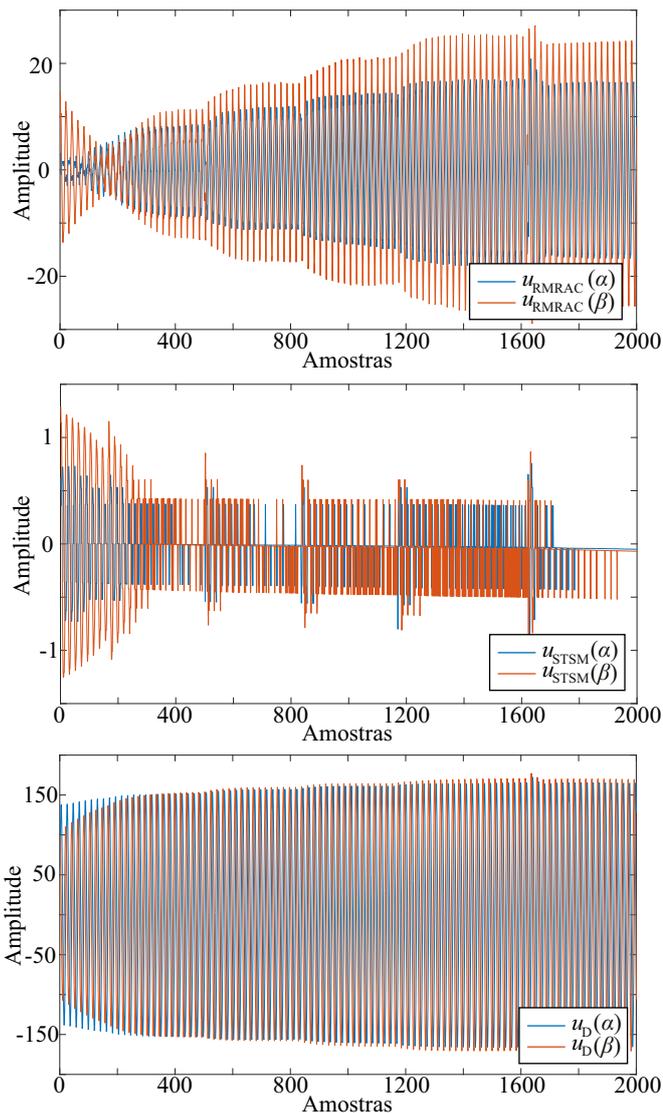


Fig. 11. Ações de controle u_{RMRAC} , u_{STSM} e u_D .

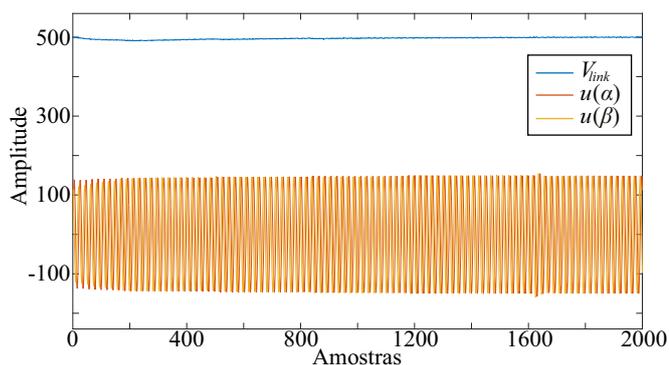


Fig. 12. Ação de controle completa u em coordenadas $\alpha\beta$ e tensão de barramento (V_{link}).

vez que o sistema de controle demanda bastante esforço para rastrear os sinais de corrente próximos da referência na partida, mesmo com os ganhos de adaptação pré-inicializados. Ainda, nota-se que todos os ganhos são perturbados diante dos degraus de carga impostos ao sistema e diante da adição de indutância na rede elétrica, onde a estrutura adaptativa busca um novo conjunto solução para manter o sistema

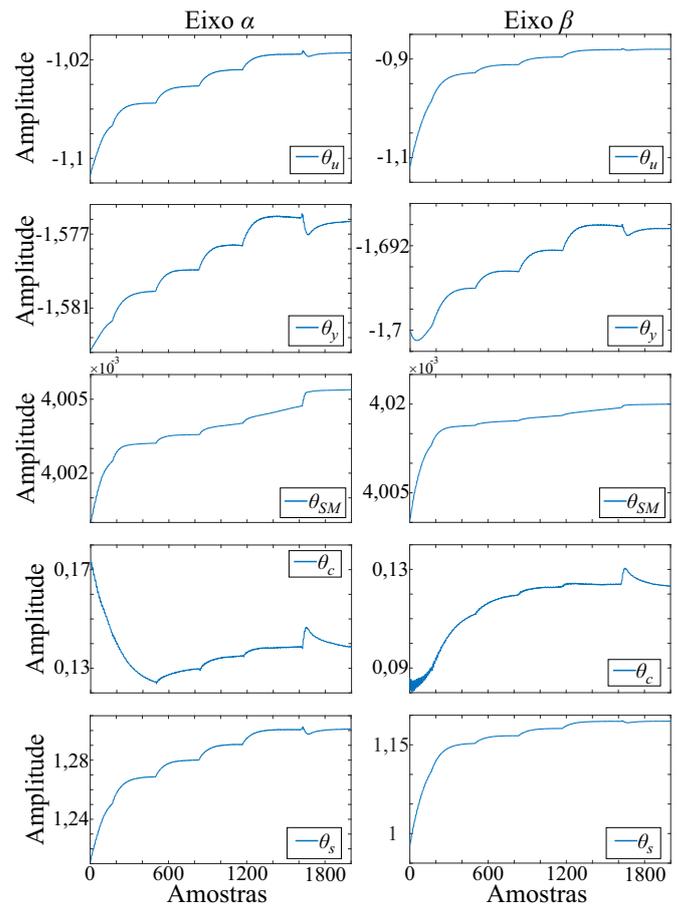


Fig. 13. Ganhos de adaptação θ_u , θ_y , θ_{SM} , θ_c e θ_s em coordenadas $\alpha\beta$.

regulado e todos os ganhos de adaptação convergem em regime permanente.

A Figura 14 apresenta o conteúdo harmônico das primeiras 50 componentes harmônicas múltiplas da frequência fundamental da corrente injetada na rede (60Hz). A análise harmônica foi realizada com o sistema em regime permanente, considerando a presença de indutância na rede (L_{g2}) de $1mH$, representando um ambiente de rede fraca. Conforme pode ser observado na Figura 14, a estrutura RMRAC-STSM proposta respeita a norma ABNT NBR 16149, atendendo os limites individuais impostos pela norma. Ainda, a distorção harmônica total (THD) obtida com a estrutura RMRAC-STSM foi 2,81%, abaixo do limite imposto pela norma.

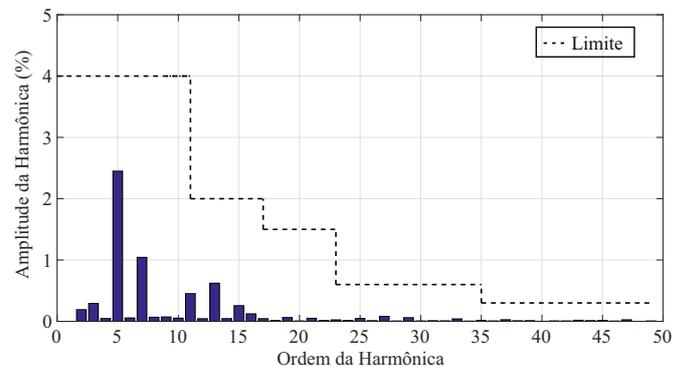


Fig. 14. Análise Harmônica de corrente utilizando a estrutura RMRAC-STSM.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo o projeto e desenvolvimento de uma estrutura de controle RMRAC-STSM através de um modelo simplificado, de primeira ordem, da planta composta por um filtro LCL e um inversor trifásico, testado em um ambiente de rede fraca, com significativo teor de indutância na rede elétrica. Observou-se que a estrutura RMRAC-STSM apresentou boa regulação das correntes trifásicas, com baixo erro de rastreamento (e_1) e minimizou o erro aumentado (ϵ) adequadamente em regime permanente. Ainda, notou-se considerável esforço das ações de controle diante dos distúrbios impostos à planta, onde a ação de controle u_{STSM} apresentou significativa contribuição durante os períodos transitórios e atividade bastante reduzida quando o sistema entra em regime permanente, eliminando a presença de *chattering*. Ainda, visando atender a norma ABNT NBR 16149, em vigor, que limita os valores de distorção harmônica de corrente para conversores conectados à rede, foi realizada uma análise do espectro harmônico das correntes injetadas na rede, onde verificou-se que a estrutura RMRAC-STSM é uma estratégia muito robusta, pois mesmo sendo projetada com base em um modelo reduzido e em presença de adversidades, as correntes controladas e injetadas na rede respeitam todas as exigências da norma satisfatoriamente, uma vez que a taxa de distorção harmônica total permitida é de 5% e as correntes controladas apresentaram 2,81%. Portanto, o controlador RMRAC-STSM se mostrou robusto aos distúrbios impostos e a dinâmicas não modeladas, inclusive em um ambiente de rede fraca, mantendo o sistema estável e sem presença de *chattering*. Assim, esta estrutura de controle se apresenta como uma alternativa viável para regulação de corrente de conversores trifásicos conectados à rede.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES/PROEX) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- [1] V. C. Gungor, D. Sahin, T. Kocak, S. Ergut, C. Buccella, C. Cecati, G. P. Hancke, “Smart grid technologies: Communication technologies and standards”, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 7, no. 4, pp. 529–539, set. 2011.
- [2] M. Liserre, F. Blaabjerg, S. Hansen, “Design and control of an LCL-filter-based three-phase active rectifier”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no. 5, pp. 1281–1291, set. 2005.
- [3] P. J. D. O. Evald, R. V. Tambara, H. A. Gründling, “A Discrete-Time Robust MRAC Applied on Grid-Side Current Control of a Grid-Connected Three-Phase Converter”, *ELECTRIMACS 2019: Selected Papers-Volume 1*, vol. 604, pp. 45–50, abr. 2020.
- [4] M. Lindgren, J. Svensson, “Control of a voltage-source converter connected to the grid through an LCL-filter-application to active filtering”, in *29th Power Elect. Spec. Conf.*, vol. 1, pp. 229–235, maio 1998.
- [5] J. R. Massing, M. Stefanello, H. A. Gründling, H. Pinheiro, “Adaptive current control for grid-connected converters with LCL filter”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 12, pp. 4681–4693, nov. 2011.
- [6] H. Alenius, *Modeling and electrical emulation of grid impedance for stability studies of grid-connected converters*, Master’s thesis, TU, fev. 2018.
- [7] M. Liserre, R. Teodorescu, F. Blaabjerg, “Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values”, *IEEE Trans on Power Elect.*, vol. 21, no. 1, pp. 263–272, jan. 2006.
- [8] R. A. Guisso, T. Vargas, M. L. Martins, H. L. Hey, “Sistema de Controle Multi-malhas para Inversor Multiníveis Quasi-Z-Source com uma Única Fonte de Entrada”, *Revista Eletrônica de Potência*, vol. 24, no. 2, pp. 165–176, jun. 2019.
- [9] I. Gabe, H. Pinheiro, “Design and implementation of a robust current controller for VSI connected to the grid through an LCL filter”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 6, pp. 1444–1452, maio 2009.
- [10] R. V. Tambara, H. Pinheiro, H. A. Gründling, “A digital RMRAC controller based on a modified RLS algorithm applied to the control of the output currents of an LCL-filter connected to the grid”, in *15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE)*, pp. 1–8, IEEE, set. 2013.
- [11] L. T. Martins, M. Stefanello, H. Pinheiro, R. P. Vieira, “Current control of grid-tied LCL-VSI with a sliding mode controller in a multiloop approach”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 12, pp. 12356–12367, mar. 2019.
- [12] R. Tambara, H. Gründling, “A discrete-time MRAC-SM applied to grid connected converters with LCL-filter”, in *IEEE 19th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics*, pp. 1–6, jun. 2018.
- [13] A. Levant, “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control”, *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9–10, pp. 924–941, nov. 2003.
- [14] A. Msaddek, A. Gaaloul, F. M’sahli, “Comparative study of higher order sliding mode controllers”, in *2014 15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, pp. 915–922, IEEE, dez. 2014.
- [15] B. Guo, H. Dan, Z. Tang, B. Cheng, “A robust second-order sliding mode control for single-phase photovoltaic grid-connected voltage source inverter”, *IEEE Access*, vol. 7, pp. 53202–53212, abr. 2019.
- [16] S. Bouyahia, S. Semcheddine, B. Talbi, O. Boutalbi, Y. Terchi, “An adaptive super-twisting sliding mode algorithm for robust control of a biotechnological process”, *International Journal of Dynamics and Control*, pp. 1–11, maio 2019.
- [17] P. J. D. O. Evald, R. V. Tambara, H. A. Gründling, “A Direct Discrete-Time Reduced Order Robust Model Reference Adaptive Control for Grid-tied Power Converters with LCL Filter”, *Revista Eletrônica de Potência*, vol. 25, no. 3, pp. 361–372, set. 2020.

- [18] R. W. Erickson, D. Maksimovic, *Fundamentals of power electronics*, Springer Science, jul. 2007.
- [19] I. G. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*, Oxford university press, out. 1998.
- [20] P. Ioannou, K. Tsakalis, "A robust discrete-time adaptive controller", in *1986 25th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 838–843, IEEE, dez. 1986.
- [21] R. Cardoso, R. F. de Camargo, H. Pinheiro, H. A. Gründling, "Kalman filter based synchronisation methods", *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 2, no. 4, pp. 542–555, jun. 2008.

DADOS BIOGRÁFICOS

Guilherme Vieira Hollweg recebeu seu bacharelado e mestrado em Eng. Elétrica na UFSM em 2017 e 2019, respectivamente. Atualmente é doutorando em Eng. Elétrica na UFSM, pesquisador do GEPOC e membro da SOBRAEP. Suas principais áreas de interesse incluem teoria e aplicações de controle e controle adaptativo.

Paulo Jefferson Dias de Oliveira Evald recebeu seu bacharelado em Eng. de Automação e mestrado em Eng. de Computação pela FURG, em 2016 e 2018. Recebeu seu doutorado em Eng. Elétrica em 2021 pela UFSM. Atualmente, é Professor Assistente na UFN. Além disso, é pesquisador do GEPOC e membro da SOBRAEP. Seus principais tópicos de interesse incluem teoria de controle adaptativo, energias renováveis e aplicações em eletrônica de potência.

Gustavo Guilherme Koch, possui graduação (2013), mestrado (2015) e doutorado (2019) em Eng. Elétrica pela UFSM. Atualmente realiza Pós-doutorado na mesma instituição, onde desenvolve seus trabalhos no GEPOC. Seus interesses de pesquisa incluem controle robusto e teoria de controle aplicado.

Everson Mattos possui graduação em Eng. Elétrica (1999) pela UFSC, mestrado (2016) em Eng. Elétrica pela UFSM, onde atualmente realiza o doutorado em Eng. Elétrica e também participa no GEPOC.

Rodrigo Varella Tambara recebeu seu bacharelado (2008), mestrado (2010) e doutorado (2014) em Eng. Elétrica pela UFSM. É Professor Adjunto no CTISM e Coordenador Substituto do curso superior em Tec. em Eletrônica Industrial. É pesquisador do GEPOC, GSEC e membro da SOBRAEP. Seus principais tópicos de interesse incluem teoria e aplicação de sistemas de controle, instrumentação eletrônica e eletrônica de potência.

Hilton Abílio Gründling recebeu seu bacharelado em Eng. Eletrônica na PUCRS em 1977, mestrado em Eng. Elétrica pela UFSC em 1980 e doutorado em Eletrônica e Eng. de Computação pelo ITA em 1995. Trabalhou como Professor Titular na UFSM de 1980 a 2016. Desde 2017, é Professor Titular na UFSM-CS. Ainda, é um pesquisador do GEPOC. Suas principais área de interesse incluem automação eletrônica e controladores adaptativos robustos em tempo discreto.

Apêndice A - Análise de Estabilidade

Seja uma candidata à função de Lyapunov em tempo discreto definida por

$$V(k) = \bar{\phi}^T(k) \Gamma^{-1} \bar{\phi}(k) + e_1^2(k). \quad (24)$$

Subtraindo $\theta^*(k)$ de ambos os lados de (19), obtém-se

$$\bar{\phi}(k+1) = \bar{\phi}(k) - T_s \sigma(k) \Gamma \bar{\theta}(k) - \frac{T_s \Gamma \zeta(k) \varepsilon(k)}{m^2(k)}. \quad (25)$$

Então, a partir de (25), isolando $\bar{\phi}(k)$, chega-se em

$$\Delta \bar{\phi}(k) = -T_s \sigma(k) \Gamma \bar{\theta}(k) - \frac{T_s \Gamma \zeta(k) \varepsilon(k)}{m^2(k)}. \quad (26)$$

$\Delta \bar{\phi}(k) = \bar{\phi}(k+1) - \bar{\phi}(k)$, então pode-se definir $\bar{\phi}(k)$ como

$$\bar{\phi}(k) = \bar{\phi}(k+1) - \Delta \bar{\phi}(k). \quad (27)$$

Fazendo a discretização de (24), obtém-se

$$\Delta V(k) = \bar{\phi}^T(k+1) \Gamma^{-1} \bar{\phi}(k+1) - \bar{\phi}^T(k) \Gamma^{-1} \bar{\phi}(k) + e_1^2(k+1) - e_1^2(k). \quad (28)$$

Ainda, expandindo os termos e reescrevendo (28), tem-se

$$\Delta V(k) = 2\bar{\phi}^T(k+1) \Gamma^{-1} \Delta \bar{\phi}(k) + e_1^2(k+1) - e_1^2(k). \quad (29)$$

Substituindo $\Delta \bar{\phi}(k) = \bar{\phi}(k+1) - \bar{\phi}(k)$ em (29), segue que

$$\Delta V(k) \leq \bar{\phi}^T(k+1) \Gamma^{-1} \bar{\phi}(k+1) - \bar{\phi}^T(k) \Gamma^{-1} \bar{\phi}(k) + e_1^2(k+1) - e_1^2(k), \quad (30)$$

logo, $\Delta V(k)$ pode ser reescrita conforme

$$\Delta V(k) \leq \frac{T_s \gamma (\mu \eta(k))^2}{\bar{m}^2(k)} + e_1^2(k+1) - e_1^2(k). \quad (31)$$

Quando não há dinâmica não modelada no sistema, ou seja, $\mu = 0$, devido a controlabilidade de $G_0(z) = G(z)$, existe um $\bar{\theta} = \theta^*$, de modo que $\phi = [0]$. Dessa forma, tem-se o erro aumentado ε , de acordo com [20],

$$\varepsilon = \bar{\phi}^T \zeta + \mu \eta = 0. \quad (32)$$

e, consequentemente,

$$e_1(k) = 0. \quad (33)$$

Por outro lado, caso existam dinâmicas não modeladas no sistema, $\mu \neq 0$, e, devido a controlabilidade de $G_0(z)$, então

$$e_1(k) \propto \mu \eta(k), \quad (34)$$

$$e_1(k) = \alpha_0 \mu \eta(k), \quad (35)$$

onde $\eta(k) = \Delta(z)u$, sendo $\Delta(z)$ estável.

Seja:

$$\eta(k) = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} u(k) + \zeta(k), \quad (36)$$

e

$$\eta(k+1) = \alpha_2 \eta(k) + \alpha_1 u(k) + \zeta_1(k). \quad (37)$$

então substituindo a lei de controle u em (37), chega-se em

$$\alpha_0 \mu \eta(k+1) = \alpha_0 \mu \alpha_2 \eta(k) + \alpha_0 \mu \alpha_1 u_r(k) + \alpha_0 \mu \alpha_1 u_v(k) + \alpha_0 \mu \zeta_1(k). \quad (38)$$

Rearranjando (38) e usando a ação de controle SM, tem-se

$$\alpha_0 \mu \eta(k+1) = \alpha_0 \mu \alpha_2 \eta(k) + \alpha_0 \mu \alpha_1 u_r(k) + \theta_{STSM}(k)v(k) + \alpha_0 \mu \zeta_1(k). \quad (39)$$

Assim, substituindo (34) e (35) em (39), obtém-se

$$e_1(k+1) = \alpha_2 e_1(k) + \bar{u}_{STSM}(k) + \alpha_0 \mu \zeta_2(k), \quad (40)$$

ao subtrair $e_1(k)$ em ambos os lados da igualdade segue que

$$\Delta e_1(k) = (\alpha_2 - 1)e_1(k) + \bar{u}_{STSM}(k) + \alpha_0 \mu \zeta_2(k). \quad (41)$$

A seguir, dada a igualdade

$$e_1^2(k+1) - e_1^2(k) = e_1^2(k+1) - (e_1(k+1) - \Delta e_1(k))^2 = 2e_1(k+1)\Delta e_1(k) - \Delta e_1^2(k). \quad (42)$$

e substituindo (42) em (31), obtém-se

$$\Delta V(k) \leq \frac{T_s \gamma (\mu \eta(k))^2}{\bar{m}^2(k)} + 2e_1(k+1)\Delta e_1(k) - \Delta e_1^2(k). \quad (43)$$

Ainda, usando (41) e reescrevendo (42), chega-se em

$$2e_1(k+1)\Delta e_1(k) = 2\alpha_2(\alpha_2 - 1)e_1^2(k) + 2\alpha_2 \bar{u}_{STSM}(k)e_1(k) + 2\alpha_2 \alpha_0 \mu e_1(k)\zeta_2(k) + 2\bar{u}_{STSM}(k)(\alpha_2 - 1)e_1(k) + 2\bar{u}_{STSM}^2(k) + 4\alpha_0 \mu \bar{u}_{STSM}(k)\zeta_2(k) + 2\alpha_0 \mu (\alpha_2 - 1)e_1(k)\zeta_2(k) + 2(\alpha_0 \mu)^2 \zeta_2^2(k). \quad (44)$$

Com base em (41), tem-se que

$$-\Delta e_1^2(k) = -(\alpha_2 - 1)^2 e_1^2(k) - \bar{u}_{STSM}^2(k) - (\alpha_0 \mu)^2 \zeta_2^2(k) - 2(\alpha_2 - 1)e_1(k)\bar{u}_{STSM}(k) - 2\alpha_0 \mu (\alpha_2 - 1)e_1(k)\zeta_2(k) - 2\alpha_0 \mu \bar{u}_{STSM}(k)\zeta_2(k). \quad (45)$$

e substituindo (44) e (45) em (42), obtém-se

$$2e_1(k+1)\Delta e_1(k) - \Delta e_1^2(k) = 2\alpha_2(\alpha_2 - 1)e_1^2(k) + 2\alpha_2 \bar{u}_{STSM}(k)e_1(k) + 2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k) + \bar{u}_{STSM}^2(k) + 2\mu \alpha_0 \bar{u}_{STSM}(k)\zeta_2(k) + (\alpha_0 \mu)^2 \zeta_2^2(k) - (\alpha_2 - 1)^2 e_1^2(k), \quad (46)$$

que pode ser reescrita como

$$2e_1(k+1)\Delta e_1(k) - \Delta e_1^2(k) = (\alpha_2^2 - 1)e_1^2(k) + 2\alpha_2 \bar{u}_{STSM}(k)e_1(k) + 2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k) + (\bar{u}_{STSM}(k) + \alpha_0 \mu \zeta_2(k))^2. \quad (47)$$

Substituindo (47) em (43), advém

$$\Delta V(k) \leq \frac{T_s \gamma (\mu \eta(k))^2}{\bar{m}^2(k)} + (\alpha_2^2 - 1)e_1^2(k) + 2\alpha_2 \bar{u}_{STSM}(k)e_1(k) + 2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k) + (\bar{u}_{STSM}(k) + \alpha_0 \mu \zeta_2(k))^2, \quad (48)$$

que, ao analisar seu último termo, tem-se a seguinte condição

$$\bar{u}_{STSM}(k) = \theta_{STSM}(k)v(k) = -\alpha_0 \mu \zeta_2(k). \quad (49)$$

Portanto, a ação *Super Twisting Sliding Mode* deve se adaptar até que a condição mostrada em (49) seja atendida, e, dessa forma, a ação de controle STSM tende a zero quando o sistema se acomoda. Além disso, quanto aos demais termos, que são

$$2\alpha_2 \bar{u}_{STSM}(k)e_1(k) + 2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k), \quad (50)$$

pode-se fazer a substituição de (49) em (50), de modo que ambos os termos, reescritos, originem

$$2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k) + 2\mu \alpha_0 \alpha_2 e_1(k)\zeta_2(k) = 0. \quad (51)$$

Com a condição mostrada em (49) e com os termos reescritos em (51), os últimos três termos da função candidata a Lyapunov de (48) têm seus valores nulos. Assim, pode-se reescrever (48) excluindo os termos que já foram analisados,

$$\Delta V(k) \leq \frac{T_s \gamma (\mu \eta(k))^2}{\bar{m}^2(k)} + (\alpha_2^2 - 1)e_1^2(k). \quad (52)$$

Com base na condição mostrada em (49) e a equação do erro de rastreamento $e_1(k)$, representada em (40), tem-se

$$e_1(k+1) = \alpha_2 e_1(k). \quad (53)$$

Ao subtrair $e_1(k)$ em ambos os lados da igualdade, resulta em

$$\Delta e_1(k) = (\alpha_2 - 1)e_1(k). \quad (54)$$

Como α_2 é um valor contido dentro do círculo de raio unitário de z , tem-se que $-1 < \alpha_2 < 1$. Dessa forma, (54) é uma equação de diferenças discretas estável que tende a zero quando $k \rightarrow \infty$. Usando (34)-(35), pode-se escrever (55).

$$e_1^2(k) = \alpha_0^2 (\mu \eta(k))^2, \quad (55)$$

que, substituindo em (52), obtém-se

$$\Delta V(k) \leq \frac{T_s \gamma (\mu \eta(k))^2}{\bar{m}^2(k)} + (\alpha_2^2 - 1)\alpha_0^2 (\mu \eta(k))^2. \quad (56)$$

Ou ainda,

$$\Delta V(k) \leq (\mu \eta(k))^2 \left[(\alpha_2^2 - 1)\alpha_0^2 + \frac{T_s \gamma}{\bar{m}^2(k)} \right]. \quad (57)$$

Como $\alpha_2 < 1$, $(\alpha_2^2 - 1)$ resulta em uma constante negativa, consequentemente, $(\alpha_2^2 - 1)\alpha_0^2$ também resulta em um valor negativo. Assim, é suficiente analisar apenas o último termo de (57), de modo que seja possível encontrar valores de α_0 , α_2 e γ , que respeitem a seguinte restrição de projeto,

$$\frac{T_s \gamma}{\bar{m}^2(k)} \leq -(\alpha_2^2 - 1)\alpha_0^2. \quad (58)$$

Ao atender a condição imposta em (58), por conseguinte (57) será estável, pois ter-se-á $\Delta V(k) \leq 0$.