

# DETERMINAÇÃO DAS RESPOSTAS DE CONVERSORES DE POTÊNCIA EM REGIME PERMANENTE

D. A. Fernandes<sup>§</sup>, S. R. Naidu<sup>†</sup>, F. F. Costa<sup>\*</sup>

<sup>§</sup> Diretoria de Educação e Tecnologia Industrial - DIETIND

Unidade de Eletrotécnica, IFRN

CEP:59015-000, Natal – RN, Brasil

<sup>†</sup> Laboratório de Alta Tensão - LAT

Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica, UFCG

CEP:58109-090, Campina Grande – PB, Brasil

<sup>\*</sup> Departamento de Engenharia Elétrica, UFRN

CEP: 59072-970, Natal – RN, Brasil

Fone/Fax: +55(84)4005-2635

e-mails: darlan.fernandes@ifrn.edu.br, naidu@dee.ufcg.edu.br, ffcostabr@yahoo.com.br

**Resumo** – Neste trabalho é apresentada uma técnica para simular as respostas de conversores de potência em regime permanente. Ela é baseada na representação dos elementos do circuito por matrizes impedância ou admitância a partir de formas de onda periódicas. O método de Newton-Raphson é então utilizado para solucionar as equações dos circuitos não-lineares. Modelos detalhados de dispositivos semicondutores podem ser facilmente incluídos no processo. As respostas de conversores eletrônicos de potência típicos são calculadas e suas formas de onda são apresentadas. A técnica desenvolvida também é capaz de simular as respostas de circuitos autônomos e não-autônomos.

**Palavras-Chave** – Circuitos Não-lineares, Resposta em Regime Permanente, Simulação de Conversores de Potência.

## STEADY-STATE RESPONSE ANALYSIS OF POWER ELECTRONIC CONVERTERS

**Abstract** – A technique for directly simulating the steady-state response of power electronic converters has been proposed. It is based on the representation of circuit elements by impedance or admittance matrices for periodic waveforms. A Newton-Raphson procedure is then used to solve the nonlinear circuit equations. Detailed semiconducting device models may be easily included in the computations. The responses of typical power electronic converters have been computed and their waveforms have been presented. The technique is able to simulate non-autonomous and autonomous circuits.

**Keywords** - Nonlinear Circuits, Simulation of Power Converters, Steady-state Response.

---

Artigo submetido em 02/06/2010. Aceito para publicação em 10/02/2011 por recomendação do editor João Onofre P. Pinto.

## NOMENCLATURA

SM	<i>Shooting Method</i>
D	Matriz Derivada.
G	Matriz Condutância.
Y	Matriz Admitância.
Z	Matriz Impedância.
N	Número de amostras por período.
ODE	<i>Ordinary Differential Equation.</i>
T <sub>s</sub>	Período de amostragem.

## I. INTRODUÇÃO

Existem dois métodos que são bem conhecidos para calcular a resposta transitória de circuitos não-lineares. No primeiro, a parte linear do circuito é reduzida ao seu equivalente de Thèvenin, e o método de Newton-Raphson é utilizado para calcular as correntes nos elementos não-lineares. O teorema da compensação é posteriormente utilizado para determinar as tensões nodais na parte linear do circuito [1]. Este procedimento tem sido implementado em versões comerciais de programas computacionais de transitórios eletromagnéticos [2] e também no programa SPICE [3]. No segundo método, o circuito é modelado por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem que são solucionados com a ajuda do método numérico ODE. Este é o procedimento utilizado pela plataforma Matlab/Simulink. A determinação da resposta transitória de circuitos eletrônicos de potência tem sido descrita em vários artigos [4]-[7].

A simulação da resposta transitória de conversores de potência é importante e necessária para a verificação e avaliação de um projeto. No entanto, o projeto de circuitos requer a simulação da resposta em regime permanente. Parâmetros tais como ganho, distorção harmônica e impedâncias de entrada e saída são estudados no modo de operação de regime permanente. Além disso, a maior parte dos parâmetros de modelos de pequenos sinais são obtidos de um ponto de operação em regime permanente.

Uma técnica para determinar diretamente a resposta de regime permanente é a da força bruta, a qual calcula a resposta transitória ao longo de um grande número de períodos até que o regime permanente seja alcançado. Geralmente, esta técnica não é viável devido à resposta

transitória de conversores de potência possivelmente requisitar um tempo muito longo para alcançar o regime permanente.

Nos sistemas elétricos de potência, o problema de determinar o regime permanente periódico é também conhecido como o problema de inicialização. Nele, o estado inicial requisitado para simular qualquer fenômeno transitório é o sistema de potência não-linear operando em regime permanente. O método do balanço de harmônicos é o preferido nesta área [8]-[10]. No entanto, este método não é adequado para simular conversores de potência pois as formas de onda de regime permanente contêm harmônicos.

Um dos primeiros métodos no domínio do tempo para calcular a resposta de regime permanente de circuitos não-lineares foi o “*Shooting Method*” (SM) e descrito em [11]. Nesse trabalho, o SM faz a busca do estado inicial até que a resposta transitória desse estado coincida com a resposta de regime permanente. A convergência geralmente é obtida se a estimativa inicial é suficientemente próxima da solução correta. A base matemática desse método foi descrita em [12] e [13].

A aplicação do SM a conversores de potência foi descrita em [14]-[18]. Um método para a determinação acelerada de regime permanente foi descrito em [14]. Nesse artigo, o efeito da variação do tempo de comutação na matriz Jacobiana foi cuidadosamente levado em conta. No entanto, a técnica é aplicada somente a circuitos não-autônomos com uma frequência de comutação fixa e conhecida. Em [15], a resposta de regime permanente de circuitos autônomos foi determinada adicionando-se uma condição de comutação à condição de regime permanente periódico. Mas a base teórica para a condição de comutação não foi descrita. Programas comerciais como PSpice e Mathematica foram utilizados em [16] para implementar os algoritmos. Em [17] é feita a comparação entre várias variantes do SM e relata que a técnica de extrapolação descrita em [18] é bastante competitiva.

Neste artigo é apresentada uma técnica para obter diretamente a resposta de regime permanente de circuitos eletrônicos de potência. Ela é baseada em um princípio que é descrito em [19]. No entanto, tem-se encontrado vantagens em combinar esse princípio com a representação dos elementos de circuitos por matrizes impedância ou admitância esparsas. Isso tem sido possível pela definição de uma matriz derivada para realizar uma aproximação do operador diferencial. As equações matriciais são descritas a partir dos circuitos estudados e isto requer somente a aplicação das leis de Kirchhoff.

Independentemente das modificações descritas acima, uma atenção especial é dada para assegurar que o algoritmo converge para a solução. Para este propósito, um estudo preliminar é feito em relação à influência do parâmetro controlado na resposta de regime permanente e um valor inicial apropriado é estabelecido para o procedimento iterativo que segue. Após essa etapa, a correção completa das variáveis controladas não é aplicada para a finalização da iteração de Newton-Raphson. Ao invés disso, uma busca linear é realizada para encontrar a correção ótima que deve ser aplicada. Estas precauções tem resultado no algoritmo proposto que é capaz de analisar circuitos eletrônicos de

potência complexos tais como circuitos com amplificadores de ganho elevado no caminho de realimentação e circuitos com frequência variável.

As soluções de vários circuitos, autônomos e não-autônomos são apresentadas. A maior vantagem do algoritmo proposto é sua simplicidade. Em particular, os cálculos das matrizes Jacobianas são evitados. O esforço computacional medido pelo tempo de simulação é bastante competitivo quando comparado ao SM.

## II. ALGORITMO PROPOSTO

Conversores de potência com controle em malha fechada pode ser dividido em (i) circuito de potência, incluindo o controle dos interruptores, diodos e fontes; (ii) a realimentação; e (iii) controle do ciclo de trabalho dos interruptores. O algoritmo proposto determina a resposta de regime permanente do circuito sob análise abrindo-se a malha de realimentação. Isso não resulta em nenhuma perda de generalidade mas ajuda a evitar instabilidade numérica devido ao ganho elevado de amplificadores no caminho de realimentação [20],[21].

O primeiro passo no algoritmo é a busca de um intervalo do parâmetro controlado que cerca a solução. Se o ciclo de trabalho de um interruptor é o parâmetro controlado, então a solução de regime permanente do circuito de potência é obtida para uma faixa de valores deste parâmetro. A representação matricial dos elementos do circuito se faz necessária nesse estágio. No fim desse passo, uma estimativa inicial apropriada está disponível para iniciar as iterações.

No segundo passo, uma função objetivo  $F$  é definida e uma busca iterativa é realizada para a resposta de regime permanente que resulta no valor da função objetivo menor do que uma tolerância especificada. O algoritmo proposto utiliza o método de Newton-Raphson com as derivadas calculada numericamente. No fim de cada iteração, o método de Newton-Raphson fornece a correção que deve ser adicionada ao parâmetro controlado. Nesse ponto, o algoritmo proposto realiza uma busca linear e determina o valor da correção que pode ser considerada a correção ótima. Esta precaução assegura a convergência em cada circuito analisado.

No caso de circuitos autônomos, existem dois ou mais parâmetros que são controlados. O algoritmo proposto utiliza laços iterativos para determinar a resposta de regime permanente de circuitos autônomos.

### A. Matriz Derivada

Considere uma forma de onda periódica  $x(t)$  cujo período da fundamental  $T$  é conhecido. O vetor  $\mathbf{x}$  de  $N$  amostras equidistantes ao longo do período  $T$  é a representação do vetor da forma de onda no domínio do tempo. Considere que  $\mathbf{y}$  seja a representação do vetor amostrado da forma de onda derivada  $y(t)$ . A matriz derivada  $\mathbf{D}$  é uma matriz  $N \times N$  tal que  $\mathbf{y} = \mathbf{D} \mathbf{x}$ .

Algumas matrizes derivadas foram propostas na literatura [22]. No entanto, estas matrizes são densas e não são precisas quando aplicadas a formas de onda que não são amortecidas. Uma matriz derivada esparsa e precisa é dada por:

$$\mathbf{D} = \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{24} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{24} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{12} & \frac{5}{8} & \frac{1}{12} & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{24} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{24} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{24} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{5}{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

O procedimento para obter esta matriz é mostrado no Apêndice.

A função “chapéu”  $h(t)$  mostrada na Figura 1 é uma outra função que pode ser testada pela matriz derivada. O cálculo da forma de onda derivada é mostrada nessa figura. A matriz derivada é precisa em todos os instantes exceto quando a derivada é descontínua. Nestes instantes, picos podem ser observados na forma de onda derivada. No entanto, eles são rapidamente amortecidos.

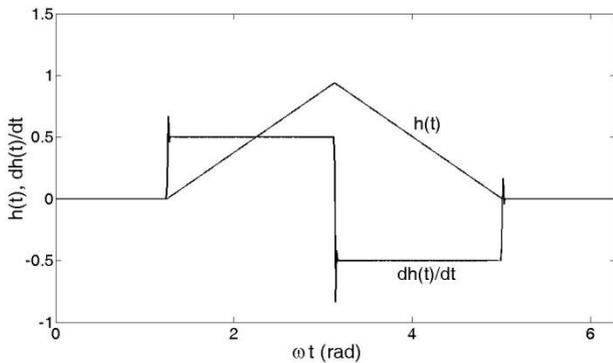


Fig. 1. Função “chapéu” e sua derivada.

### B. Representação Matricial dos Elementos

Considere a aplicação da matriz derivada para calcular a forma de onda de corrente em um circuito RL série excitado por uma forma de onda periódica  $e(t)$ . Dado que o período da forma de onda de excitação seja  $T$  e o intervalo de amostragem dado por  $\Delta t = T/N$ . Então,

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) = e(t) \quad (2)$$

Aplicando a matriz derivada:

$$L \mathbf{D} \mathbf{i}_L + R \mathbf{U} \mathbf{i}_L = \mathbf{e} \quad (3)$$

sendo  $\mathbf{U}$  a matriz identidade. De (3):

$$\mathbf{Z}_{RL} \mathbf{i}_L = \mathbf{e} \quad (4)$$

sendo  $\mathbf{Z}_{RL} = (L\mathbf{D} + R\mathbf{U})$ . Note que  $\mathbf{Z}_{RL}$  é uma matriz esparsa e portanto, sua inversa pode ser calculada de forma eficiente. Além disso, ela é uma matriz não-singular, apesar de  $\mathbf{D}$  ser uma matriz singular.

A admitância capacitiva é obtida de uma forma similar. Considere a equação que relaciona a corrente capacitiva e a tensão:

$$C \frac{de_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (5)$$

Aplicando a matriz derivada:

$$C \mathbf{D} \mathbf{e}_C = \mathbf{i}_C \quad (6)$$

De (6):

$$\mathbf{Y}_C \mathbf{e}_C = \mathbf{i}_C \quad (7)$$

Sendo  $\mathbf{Y}_C = C \mathbf{D}$ .

Para a combinação paralela de R e C:

$$C \frac{de_C(t)}{dt} + (1/R)e_C(t) = i_{RC}(t) \quad (8)$$

e obtém-se:

$$\mathbf{Y}_{RC} = C \mathbf{D} + (1/R) \mathbf{U} \quad (9)$$

Um exemplo utilizando a representação matricial para calcular a resposta de regime permanente de um conversor buck é descrito na próxima subseção.

### C. Resposta de Regime Permanente de um Regulador Buck

A Figura 2 mostra um conversor buck com um amplificador de ganho elevado no caminho de realimentação [14]. A separação do conversor em circuito de potência e realimentação é mostrado na mesma figura. Os valores dos parâmetros são dados na Tabela I. Na análise que segue, o período de comutação é dividido em  $N$  subintervalos iguais de duração  $\Delta t$ . Assim,  $N$  é também o número de amostras equidistantes da forma de onda por período de comutação.

O algoritmo inicia com a localização do intervalo do ciclo de trabalho para o interruptor onde encontra-se a resposta de regime permanente requisitada. Para este objetivo é necessário determinar a resposta de regime permanente do conversor quando o ciclo de trabalho do comutador varia na faixa 0-1. Atribui-se um valor  $d_r$  para o ciclo de trabalho permitindo que as matrizes impedância e condutância sejam formadas. A matriz derivada possibilita a representação do indutor  $L$  e o capacitor  $C$  por uma matriz impedância  $\mathbf{Z}_L$  e uma matriz admitância  $\mathbf{Y}_C$ , respectivamente. Note que a matriz impedância  $\mathbf{Z}_L$  inclui uma resistência série no indutor. A carga resistiva e a resistência em série com o capacitor são ambas representadas por matrizes condutância diagonal  $\mathbf{G}_R$  e  $\mathbf{G}_{RC}$ , respectivamente.

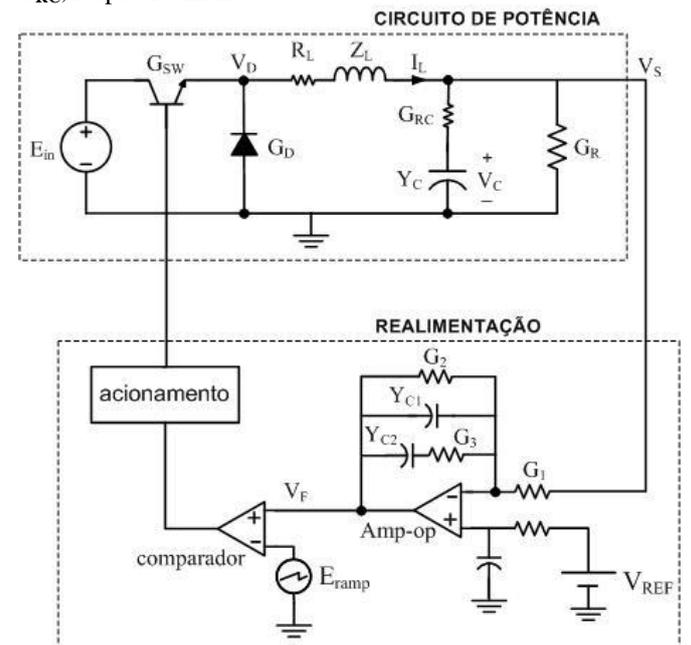


Fig. 2. Conversor buck com controle realimentado.

**TABELA I**  
**Valores dos Componentes para o Conversor Buck Regulado**

Conversor Buck	Controlador	
$E_{in} = 20V$	$E_{ramp} = 0 - 10V$	$f_s = 20kHz$
$L = 200\mu H$	$C_1 = 2\mu F$	$V_{REF} = 5V$
$R_L = 0,25\Omega$	$C_2 = 3,3\mu F$	
$C = 1000\mu F$	$R_1 = 600\Omega$	
$R_C = 0,1\Omega$	$R_2 = 300k\Omega$	
$R = 5\Omega$	$R_3 = 4,7k\Omega$	

Os diodos e interruptores são tratados como resistores de dois estados e ainda representados por matrizes condutância diagonal. Os elementos da diagonal são os valores da condutância em um subintervalo. Assim, se  $g_N, g_F$  são as condutâncias de um dispositivo semiconductor no estado ON/OFF, a condutância do dispositivo em um subintervalo qualquer é dada por:

$$g_i = f g_N + (1 - f) g_F, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Na equação (10),  $f$  é a fração do subintervalo durante a qual o interruptor está conduzindo. Assim, se  $f=0$  o interruptor não está conduzindo durante um subintervalo, e  $g_i=g_F$ . Similarmente, se  $f=1$ , então  $g_i=g_N$ . Considerações semelhantes são aplicadas ao diodo. No entanto, a matriz condutância  $G_D$  para o diodo depende de sua forma de onda de tensão.

A partir da Figura 2, pode-se escrever as seguintes equações:

$$G_{SW}(V_D - E_{in}) + G_D V_D + I_L = 0, \quad (11)$$

$$Z_L I_L + V_S - V_D = 0, \quad (12)$$

$$Y_C V_C + G_{RC}(V_C - V_S) = 0, \quad (13)$$

$$G_R V_S + G_{RC}(V_S - V_C) - I_L = 0. \quad (14)$$

Note que as equações são matriciais e cada uma das variáveis é um  $N$ -vetor representando uma forma de onda periódica. As equações também são não-lineares devido a dependência de  $G_D$  em  $V_D$ .

Assumindo a solução teste para  $V_D$ , as equações (12) a (14) podem ser resolvidas para  $I_L, V_S$  e  $V_C$ . No entanto, a primeira equação não será satisfeita e seu lado direito será igual a corrente remanescente  $\delta C_{VD}$ . A linearização das equações (11)-(14) para pequenas variações resulta em:

$$(G_{SW} + G_D)\delta V_D + \delta I_L = -\delta C_{VD}, \quad (15)$$

$$Z_L \delta I_L + \delta V_S - \delta V_D = 0, \quad (16)$$

$$(Y_C + G_{RC})\delta V_C - G_{RC}\delta V_S = 0, \quad (17)$$

$$-G_{RC}\delta V_C + (G_R + G_{RC})\delta V_S = 0. \quad (18)$$

As equações (15)-(18) são resolvidas para correção de  $\delta V_D$  e é adicionada a forma de onda teste  $V_D$ . Note que o sinal negativo no lado direito da equação (15) é para assegurar que a forma de onda corrigida será levada à menor corrente remanescente. O erro ao fim da iteração é definido como sendo  $\varepsilon = \|\delta C_{VD}/I_L\|$  e a tolerância para o erro foi considerada  $10^{-8}$ . O algoritmo passa para a próxima iteração, executando ao todo poucas iterações (geralmente duas), realizando a convergência para o regime permanente com um dado valor do ciclo de trabalho.

A forma de onda de tensão de saída do circuito é a entrada para a realimentação e a saída dessa é o ciclo de trabalho  $d_f$ .

A função objetivo para determinar a resposta de regime permanente do conversor é  $F(d_r) = d_r - d_f$ , e procura-se o valor de  $d_r$  para o qual  $F = 0$ . A análise de regime permanente é repetida com o ciclo de trabalho ( $d_r + \delta d_r$ ) e  $F(d_r + \delta d_r)$  é calculada. A derivada  $(\Delta F / \Delta d_r)$  é então disponibilizada. O procedimento de Newton-Raphson é aplicado para determinar o zero da função objetivo fazendo:

$$d_r^{i+1} = d_r^i - \frac{F}{(\Delta F / \Delta d_r)}, \quad (19)$$

O superescrito na equação (19) refere-se ao número de iterações. O algoritmo proposto consiste de dois laços iterativos aninhados. O laço interno extrai as variáveis do circuito para um dado ciclo de trabalho e o laço externo converge para o ciclo de trabalho correto. O fluxograma para esta situação é mostrado na Figura 3.

A Figura 4 mostra as formas de onda da tensão de saída e corrente no indutor em regime permanente para o conversor buck. A estimativa inicial para o ciclo de trabalho é 0,2619 e o ciclo de trabalho correto é 0,26193793. O tempo de processamento de simulação é de 2,8s.

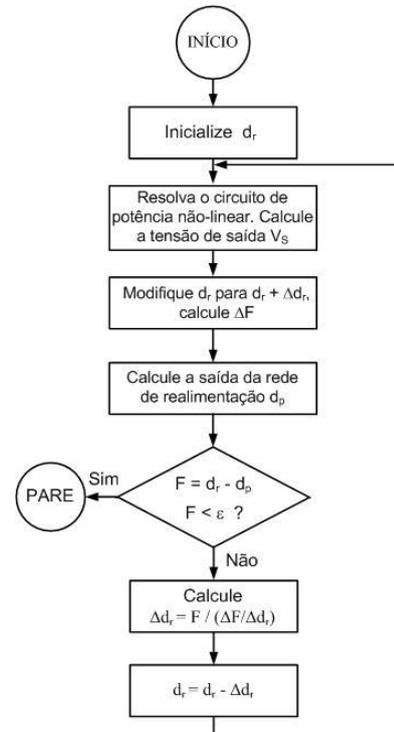
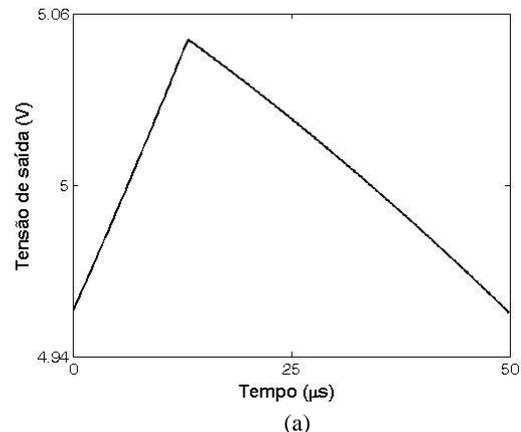


Fig. 3. Fluxograma para a determinação do ciclo de trabalho.



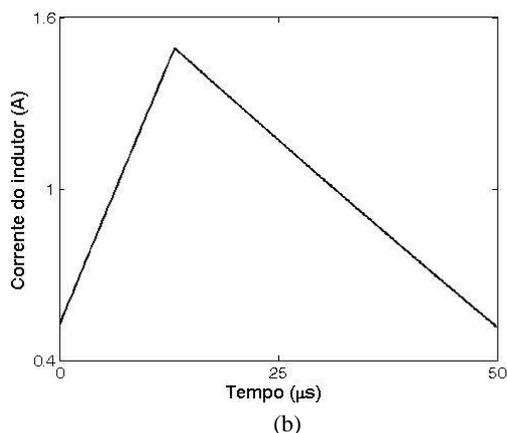


Fig. 4. Formas de onda de regime permanente para o conversor buck. (a) Tensão de saída, (b) Corrente do indutor.

### III. EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

#### A. Conversor Buck de Corrente Programada

O conversor buck de corrente programada é mostrado na Figura 5 [23]. As variáveis de entrada da realimentação são a corrente do indutor e a tensão de saída. O ciclo de trabalho correto está no intervalo 0,515-0,5175 e sua estimativa inicial é 0,5162. A convergência para o ciclo de trabalho correto  $d_r = 0,51637$  é obtido em 8 iterações e o tempo de processamento é de 2,8s. A Figura 6 mostra as formas de onda de regime permanente do conversor buck de corrente programada.

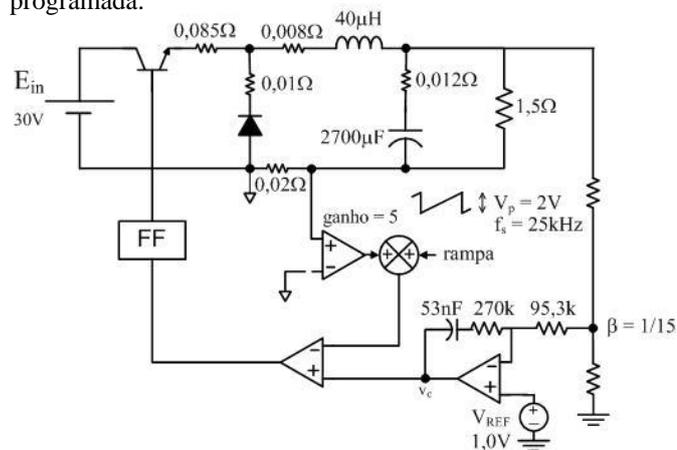


Fig. 5. Conversor buck de corrente programada.

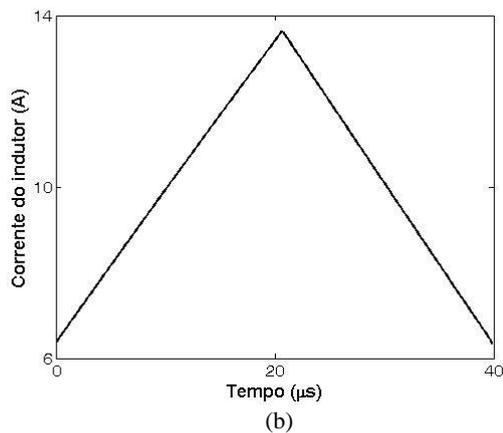
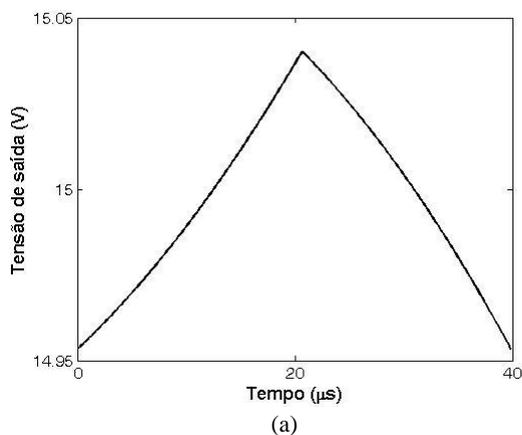


Fig. 6. Formas de onda em regime permanente do conversor buck de corrente programada. (a) Tensão de saída, (b) Corrente do indutor.

#### B. Regulador Buck Autônomo

O algoritmo proposto é capaz de determinar o regime permanente periódico de conversores de potência autônomos. A Figura 7 mostra o conversor buck autônomo [15]. O sistema realimentado foi projetado para controlar dois dos parâmetros da resposta de regime permanente. A tensão de referência  $V_{REF}$  controla o valor médio da tensão de saída. Por outro lado, a referência  $V_h$  controla a *ripple* na tensão de saída para estar dentro de  $\pm V_h$ . Isto é alcançado pelo controle da frequência de chaveamento.

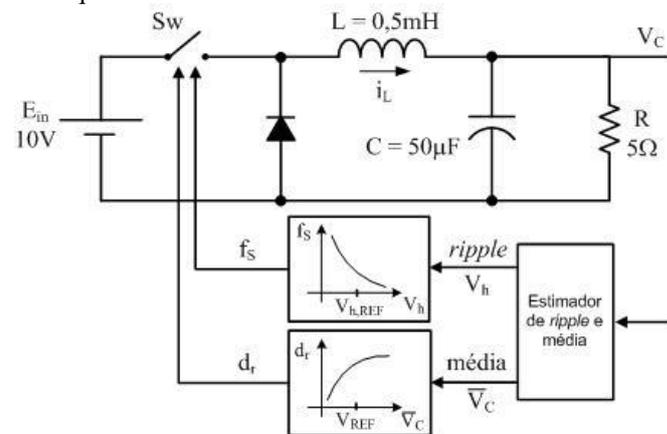


Fig. 7. Conversor buck autônomo.

O algoritmo proposto utiliza três laços iterativos aninhados. O laço mais interno calcula as variáveis do circuito para um dado ciclo de trabalho. No próximo laço, o ciclo de trabalho do interruptor é determinado tal que o valor médio da tensão de saída é igual a  $V_{REF}$ , dentro de uma tolerância especificada. Para este laço, a frequência de comutação é fixada. O laço mais externo ajusta a frequência de comutação para que o *ripple* seja menor do que  $\pm V_h$ .

As Figuras 8 e 9 mostram as formas de onda em regime permanente para  $V_{REF} = 2V$  e  $V_{REF} = 5V$ , respectivamente. A amplitude de referência do *ripple*  $V_h$  é 0,01V. O tempo de processamento para os dois casos são 4s e 4,6s, respectivamente.

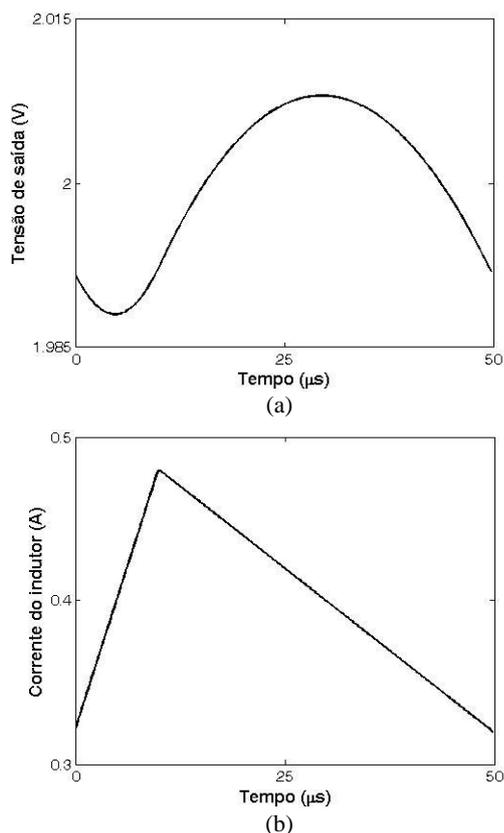


Fig. 8. Formas de onda em regime permanente para o conversor buck autônomo,  $V_{REF} = 2V$ . (a) Tensão de saída, (b) Corrente do indutor.

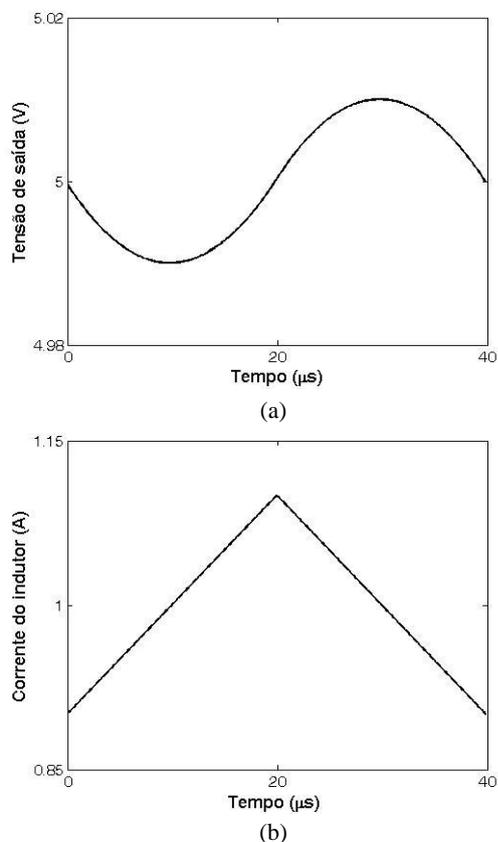


Fig. 9. Formas de onda em regime permanente para o conversor buck autônomo,  $V_{REF} = 5V$ . (a) Tensão de saída, (b) Corrente do indutor.

### C. Conversor Buck Quase-ressonante de Frequência Variável

A Figura 10 mostra o conversor buck quase-ressonante de frequência variável [21]. Os valores dos parâmetros para este circuito são dados na Tabela II.

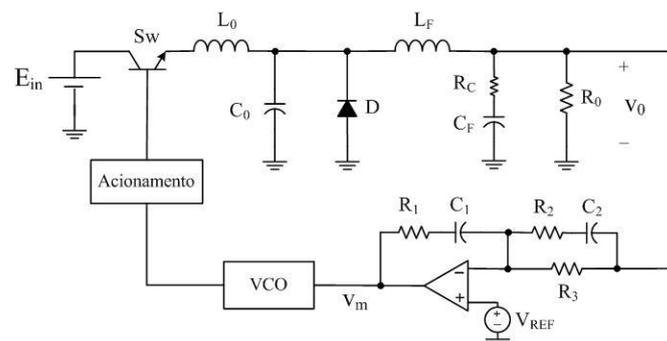


Fig. 10. Conversor buck quase-ressonante de frequência variável.

**TABELA II**  
**Parâmetros do Circuito da Figura 10**

Parâmetro	Valor	Unidade
$R_0$	0,5	$\Omega$
$R_1$	11,97	k $\Omega$
$R_2$	2,74	k $\Omega$
$R_3$	3,1	k $\Omega$
$R_C$	10,0	m $\Omega$
$C_0$	0,3	$\mu F$
$C_1$	4,85	nF
$C_2$	0,99	nF
$C_F$	63,0	$\mu F$
$L_0$	30,0	nH
$L_F$	5,7	$\mu H$
$E_{in}$	12,0	V
$V_{REF}$	5,0	V

A realimentação é a conexão série de um amplificador diferencial, um oscilador controlado de tensão (VCO) e um circuito de acionamento. O circuito de acionamento foi projetado para fornecer um nível alto constante e com duração de 350 ns para o interruptor de potência Sw. No entanto, a frequência de comutação  $f_s$  é variada pelo VCO. Essa frequência é de 0,32 MHz por tensão de saída do amplificador. Assim, o ciclo de trabalho de Sw é diretamente proporcional à saída do amplificador da realimentação:

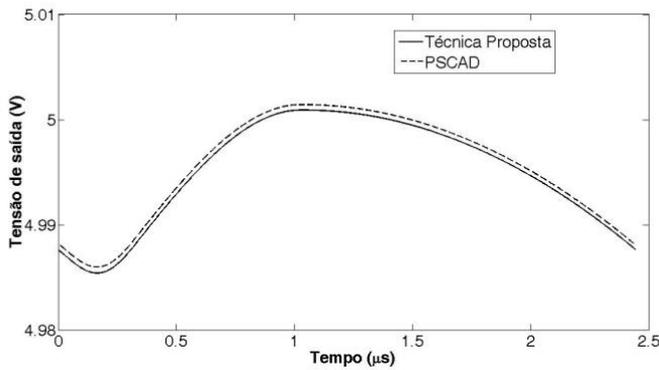
$$D_f = G_M v_m, \quad (19)$$

sendo  $G_M = 0,112$ .

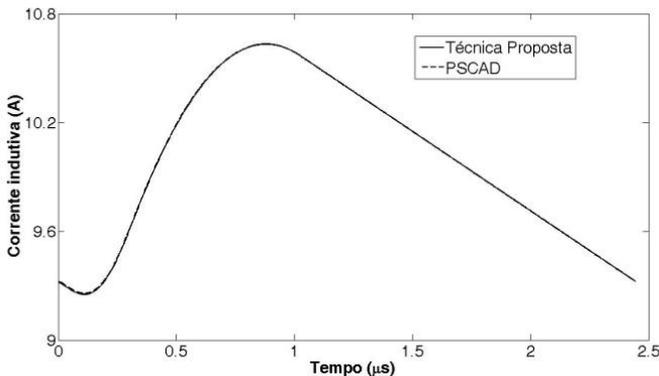
A determinação do ciclo de trabalho correto requer 3 iterações. Para cada uma dessas iterações, o circuito de potência requer 4 iterações para convergir ao regime permanente. O tempo de processamento de simulação é de 4s. A Figura 11 mostra as formas de onda de regime permanente do conversor de frequência variável. Esta figura mostra também os resultados de simulação utilizando o programa PSCAD/EMTDC. O erro médio quadrático é 0,1% entre as formas de onda de tensão e 0,05% entre as formas de onda de corrente.

## IV. CONSIDERAÇÕES SOBRE O ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo proposto tem sido aplicado a conversores eletrônicos de potência. Embora sua aplicação a outros cir-



(a)



(b)

Fig. 11. Formas de onda de regime permanente do conversor buck quase-ressonante. (a) Tensão de saída, (b) Corrente indutiva.

cuitos não-lineares seja claramente possível, tais aplicações estão fora dos propósitos deste artigo. Os programas foram escritos em Matlab utilizando a programação em arquivos-M (*M-file*). Estes programas foram executados em um *laptop* com um processador Intel T5200. Todo o tempo de processamento inclui o tempo requisitado para a busca das condições iniciais adequadas.

Todas as matrizes impedância e admitância são diagonal ou triangular. Portanto, as necessidades de armazenamento em memória estão adequadas ao *laptop*. O algoritmo não calcula a resposta transitória do conversor nem utiliza a matriz Jacobiana. Embora os dispositivos semicondutores tenham sido modelados por resistores de dois estados, modelos mais detalhados fornecidos por um usuário pode ser inserido dentro do algoritmo.

O algoritmo proposto utiliza um passo de tempo fixo, isto é, um intervalo de amostragem fixo. Isso não resultou em uma desvantagem significativa devido ao algoritmo estar focado em um único período e não calcular a resposta transitória ao longo do mesmo.

Em todos os exemplos mostrados acima, o número de amostras  $N$  por período de comutação é 256 e o subintervalo utilizado nas simulações é  $\Delta t = T_s/256$ . Este valor é particularmente conveniente para utilizar a transformada rápida de Fourier.

Considerando o conversor buck de corrente programada da Figura 5, o efeito do número de amostras por período de comutação no pico da tensão de saída é mostrado na Tabela III. Assim, se o pico da tensão de saída para  $N = 1024$  é considerado exato, então o pico da tensão de saída tem um

erro de -0,0013% quando  $N = 256$ . Portanto, a escolha de 256 amostras por período de comutação é adequada.

**TABELA III**  
Efeito de  $N$  no Pico da Tensão de Saída do Conversor Buck de Corrente Programada

$N$	Pico da tensão de saída (V)	Erro (%)
128	15,0428	-0,0033
256	15,0431	-0,0013
512	15,0432	-0,0007
1024	15,0433	considerado exato

## V. CONCLUSÕES

Uma nova técnica para simular diretamente as respostas de regime permanente de conversores de potência foi proposta. Ela é baseada na representação dos elementos de circuito por matrizes impedância e admitância para formas de onda periódicas. A técnica de Newton-Raphson é então utilizada para resolver as equações de circuitos não-lineares. Foi enfatizada a construção do algoritmo para assegurar a convergência ao regime permanente, caso exista. Modelos de dispositivos semicondutores detalhados podem ser facilmente incluídos no procedimento. Respostas típicas de conversores eletrônicos de potência foram calculadas e suas formas de onda foram apresentadas. Com essa mesma técnica ainda é possível simular circuitos não-autônomos e autônomos.

## APÊNDICE - DEMONSTRAÇÃO DA MATRIZ DERIVADA

Considere que a forma de onda derivada seja representada pelo vetor  $y$  e de ordem  $N$ . Procura-se uma aproximação da forma:

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{2}{\Delta t} [bx(t + \Delta t) + a_0x(t) + a_1x(t - \Delta t) + a_2x(t - 2\Delta t) + a_3x(t - 3\Delta t)]. \quad (21)$$

Admitiu-se que o intervalo de amostragem é  $\Delta t$  e que  $N\Delta t = T_s$  é o período de amostragem. Como a forma de onda é periódica,  $x(k\Delta t) = x((k - N)\Delta t)$  para  $k > N$ . De maneira semelhante,  $x(k\Delta t) = x((k + N)\Delta t)$  para  $0 \leq k < N$ . Aplicando a transformada de Fourier para a equação (21):

$$j\omega X(j\omega) \approx \frac{2}{\Delta t} [be^{j\omega\Delta t} + a_0 + a_1e^{-j\omega\Delta t} + a_2e^{-j2\omega\Delta t} + a_3e^{-j3\omega\Delta t}]X(j\omega). \quad (22)$$

Expandindo as exponenciais em (22) e igualando os coeficientes de potência  $(j\omega\Delta t)$  em ambos os lados da equação, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 2^2 & 3^2 \\ -1 & 0 & 1 & 2^3 & 3^3 \\ 1 & 0 & 1 & 2^4 & 3^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Os termos de maior ordem foram desprezados na expansão. A solução da equação (23) fornece:

$$b = \frac{1}{8}, \quad a_0 = \frac{5}{12}, \quad a_1 = \frac{-3}{4}, \quad a_2 = \frac{1}{4}, \quad a_3 = \frac{-1}{24}. \quad (24)$$

Aplicando a equação (21) para cada amostra de  $y$ , a matriz da equação (1) é obtida.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e CAPES pelo suporte financeiro.

#### REFERÊNCIAS

- [1] H.W. Dommel, "Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase network", *IEEE Trans. on Pow. Apparatus and Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 388-399, April 1969.
- [2] *PSCAD/EMTDC™ User's Guide*, Manitoba HVDC Research Centre Inc., Canada, 2005.
- [3] A. Vladimirescu, *The Spice Book*, John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [4] C. C. Chan, T. T. Chau, "A fast and exact time-domain simulation of switched-mode power regulators", *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, vol. 39, pp. 341-350, August 1992.
- [5] H. Chung, "Simulation of PWM switched regulators using linear output predictions and corrections", *IEEE Trans. Circ. and Syst. I*, vol. 44, pp. 636-639, July 1997.
- [6] D. Bedrosian, J. Vlach "Time domain analysis of networks with internally controlled switches", *IEEE Trans. Circ. and Syst. I*, vol. 39, pp. 199-212, March 1992.
- [7] P. Pejovic, D. Maksimovic, "A method for fast time-domain simulation of network with switches", *IEEE Trans. Pow. Electron.*, vol. 9, pp. 449-456, July 1994.
- [8] G. Murere, S. Lefebvre, X. D. Do, "A generalized harmonic balance method for EMTP initialization", *IEEE Trans. Pow. Del.*, vol. 10, no. 3, pp. 1353-1359, July 1995.
- [9] X. Lombard, J. Mahasredjian, S. Lefebvre, C. Kieny, "Implementation of a new harmonic initialization method in the EMTP", *IEEE Trans. Pow. Del.*, vol. 10, no. 3, pp. 1343-1352, July 1995.
- [10] G. T. Hedyt, J. Jun, "Rapid calculation of the periodic steady-state for electronically switched, time-varying power system loads", *IEEE Trans. Pow. Del.*, vol. 11, no. 11, pp. 1860-1867, October 1996.
- [11] T. J. Aprille, T. N. Trick, "Steady-state analysis of nonlinear circuits with periodic inputs", *Proceedings of IEEE*, vol. 1, pp. 108-114, January 1972.
- [12] L. O. Chua, P. M. Lin, *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Technique*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1975.
- [13] S. Skelboe, "Time-domain steady-state analysis of nonlinear electrical systems", *Proceedings of IEEE*, vol. 70, no. 10, pp. 1210-1228, October 1982.
- [14] D. G. Bedrosian, J. Vlach, "An accelerated steady-state analysis of an autonomous power electronic system by a modified shooting method", *IEEE Transactions on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, no. 7, pp. 520-530, July 1992.
- [15] T. Kato, W. Tachibana, "Periodic steady-state analysis of an autonomous power electronic system by a modified shooting method", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 3, pp. 522-527, May 1998.
- [16] D. Maksimovic, "Automated steady-state analysis of switching power converters using a general-purpose simulation tool", in *Proc. of Power Electronics Specialists Conference*, vol. 1, pp. 1352-1358, 1997.
- [17] D. Li, R. Tymerski, "Comparison of simulation algorithms for accelerated determination of periodic steady-state of switched networks", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, no. 6, pp. 1278-1285, December 2000.
- [18] S. Skelboe, "Computation of the periodic steady-state response of nonlinear networks by extrapolation methods", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design, CAD-27*, pp. 161-175, March 1980.
- [19] S. R. Naidu, A. M. N. Lima, W. J. Trindade, "Methodology for simulating the response of nonlinear power circuits", *IEE Generation, Transmission and Distribution*, vol. 146, no. 6, pp. 568-572, November 1999.
- [20] B. K. H. Wong, H. S. H. Chung, "Steady-state analysis of PWM DC/DC switching regulators using iterative cycle time-domain simulation", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 45, pp. 421-432, June 1998.
- [21] N. Femia, G. Spagnuolo, M. Vitelli, "Steady-state analysis of hard and soft switching DC-to-DC regulators", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, no. 1, pp. 51-64, January 2003.
- [22] L. N. Trefethen, *Spectral Methods in Matlab*, Siam, Philadelphia, 2000.
- [23] R. D. Middlebrook, "Modeling current-programmed buck and boost regulators", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 4, no.1, pp. 36-52, January 1989.

#### Dados Biográficos

**Darlan A. Fernandes** é professor do Departamento da Indústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – Campus Natal Central. Recebeu o título de engenheiro eletricitista pela Universidade Federal da Paraíba, em 2002 e os títulos de Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Campina Grande, em 2004 e 2008, respectivamente. Suas áreas de interesse são circuitos não-lineares, aplicações de circuitos eletrônicos de potência em sistemas de potência e qualidade de energia.

**S. R. Naidu** é professor titular da Universidade Federal de Campina Grande. Recebeu o título de Ph.D em Engenharia Elétrica pela Universidade de Liverpool, U.K., em 1975.

Professor Naidu esteve como visitante na Universidade de British Columbia, Vancouver, e na Universidade de Wisconsin, Madison, de 1986 a 1988 e 2000 a 2001, respectivamente. Suas áreas de interesse incluem circuitos não-lineares, transitórios eletromagnéticos e aplicações de eletrônica de potência em sistemas de potência.

**Fabiano F. Costa** possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (1997), mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Campina Grande, (2001) e (2005), respectivamente. Atualmente é professor adjunto da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Seus atuais temas de interesse são: Processamento de sinais aplicado ao estudo da qualidade de energia em sistemas elétricos de potência; Desenvolvimento de sistemas de controle de dispositivos dedicados à mitigação de problemas de qualidade de energia; Localização de faltas em sistemas elétricos de potência e; Caracterização dinâmica de fotodetectores.