

MODELO DE PEQUENOS SINAIS DO CONVERSOR ZETA OPERANDO NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA

Renan Caron Viero, Fernando Soares dos Reis

Laboratório de Eletrônica de Potência, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul: PUCRS
Porto Alegre - RS, Brasil
e-mail: f.dosreis@gmail.com

Resumo - Este trabalho apresenta o estudo e o desenvolvimento da modelagem dinâmica de pequenos sinais do conversor ZETA operando no modo de condução descontínua. Um exame detalhado do comportamento dinâmico do conversor é realizado através da abordagem do modelo médio no espaço de estados, obtido por meio da generalização do modelo médio do interruptor. Por fim, o modelo dinâmico analítico de pequenos sinais é validado através de simulações computacionais e através de ensaios laboratoriais em um protótipo especialmente elaborado para este fim.

Palavras-Chave - Análise de Pequenos Sinais, Conversor ZETA, Modelagem Dinâmica.

SMALL SIGNAL MODEL OF THE ZETA CONVERTER OPERATING IN DCM

Abstract - This paper presents the study and the development of small-signal dynamic modeling of the ZETA converter operating in discontinuous conduction mode. A detailed examination of the dynamic behavior of the converter is accomplished through the state-space averaging modeling approach, obtained by generalized switch averaging method. Finally, the analytical small-signal dynamic model is validated through computer simulations and by laboratory tests on a prototype specially developed for this purpose.

Keywords - Dynamic Modeling, Small Signal Analysis, ZETA Converter.

I. INTRODUÇÃO

O projeto ótimo de qualquer sistema de controle está baseado no conhecimento do comportamento do sistema que se deseja controlar, isto é, na modelagem do mesmo [1].

Conversores comutados estão sujeitos a diversas não-linearidades. A principal delas é chamada não-linearidade estrutural e se deve ao fato de que conversores comutados possuem diversas etapas de operação [2]. Porquanto, durante os transitórios, decorrentes de perturbações de entrada e/ou de carga, a duração de cada etapa de funcionamento é variável. Isto é, durante os transitórios, o conversor muda de

uma etapa de funcionamento para a próxima em instantes que diferem de um ciclo para outro, os quais estão limitados, fisicamente, pela saturação dos sinais de controle [1]. Outra não-linearidade é quanto à descontinuidade de corrente que caracteriza o modo de condução descontínua desses conversores, uma vez que o mesmo conversor possui comportamento distinto dependendo do modo de condução em que opera [3]. Igualmente, as não linearidades introduzidas pelos transformadores, indutores e dos semicondutores, reforçam o caráter não linear dos conversores comutados. Contudo, estes aspectos são usualmente negligenciados [1].

A modelagem em regime permanente (CC) dos conversores, usualmente, baseia-se no transformador de corrente contínua e no interruptor PWM (do inglês *Pulse Width Modulation*), propostos por Middlebrook e Vorperian, respectivamente [4]-[6]. Os modelos obtidos através da análise em regime permanente, embora válidos para o projeto dos conversores, apresentam-se como uma solução insatisfatória na análise do controle em malha fechada, e.g., uma vez que não consideram regimes transitórios de operação.

O modelo CA de um conversor comutado é aquele que prediz como variações de baixa frequência na razão cíclica (em relação a frequência de comutação) afetam a saída do conversor, isto é, a variável a ser controlada, já que tal modelo ignora a ondulação (*ripple*) das variáveis de estado decorrente da comutação dos semicondutores, assim como os harmônicos de chaveamento e suas dinâmicas, quando isto não afeta a sua precisão [7].

A modelagem de conversores comutados baseada nos modelos médios, pode ser obtida usando o modelo médio no espaço de estados [4] (do inglês *State-Space Averaging Modeling Approach* — SSAMA) ou através da representação média de circuito (do inglês *Circuit Averaging Method*) [8]-[9]. No espaço de estados médio, as equações de espaço de estado dos conversores são escritas para as diferentes etapas de funcionamento do circuito. Assim, se o conversor opera no modo de condução contínua (MCC) as duas etapas de funcionamento são combinadas em uma única equação, a qual é obtida através da média ponderada da duração destas etapas. Analogamente no modo de condução descontínua (MCD) as três etapas são ponderadas em função da razão cíclica para a obtenção do modelo médio [3]. A principal vantagem da abordagem no espaço de estado médio é a sua generalidade. Para tanto, basta determinar as equações diferenciais para cada uma das etapas de funcionamento e realizar a média ponderada de todas estas equações. Além do modelo médio no espaço de estados, destacam-se o modelo

¹Artigo submetido em 15/08/2014. Primeira revisão em 22/09/2014. Segunda revisão em 29/01/2015. Aceito para publicação em 18/05/2015, por recomendação do Editor Cassiano Rech.

do interruptor PWM [5] e o modelo do resistor sem perdas [10], [11].

A modelagem dinâmica de conversores no MCD utilizando diretamente a técnica SSAMA apresenta algumas limitações, principalmente devido à característica de transferência estática dependente da carga [3], [12], [13] e das grandes ondulações de corrente nos indutores [14]. Isto torna o modelo impreciso ou limitado quando aplicado diretamente a conversores de ordem elevada, como o conversor SEPIC [15]. Porém, a técnica apresenta bons resultados na análise dinâmica de conversores de ordem elevada quando os mesmos operam no MCC [16].

As técnicas acima citadas já foram utilizadas na modelagem dos conversores básicos no modo de condução descontínua e contínua [3]. Vários são os trabalhos que estudam a aplicação dessas técnicas a conversores de ordem elevada operando no MCD [15], [17]-[20]. O emprego dessas técnicas ao conversor ZETA, por sua vez, só fora comprovadamente realizada com sucesso no MCC [15], [21]. Em [17], a técnica do interruptor PWM é utilizada para obtenção das funções de transferência que modelam este conversor. Os resultados de [17], no entanto, não são validados experimentalmente. Inclusive, cabe salientar que em [17] não se apresenta nenhuma modelagem no espaço de estados, e que os resultados obtidos pelo modelo apresentado na forma de funções de transferência não se mostraram muito acurados com relação aos resultados obtidos mediante simulação.

Sendo assim, ainda existe espaço para trabalhos que busquem contribuir na modelagem dinâmica do conversor ZETA no MCD. Em especial, quando a descrição no espaço de estados é obtida, tendo em vista que nenhum modelo de pequenos sinais para o conversor ZETA no MCD (excetuando estudos preliminares publicados em anais de conferências pelos autores deste trabalho) foi encontrada na literatura.

Muito embora a representação empregando funções de transferência e a transformada de Laplace - amplamente difundida e utilizada - seja adequada para projetar uma grande variedade de controladores, as técnicas de controle no domínio do tempo são baseadas em realimentação de estados, e portanto, pressupõem uma representação matricial do sistema, utilizando a descrição no espaço de estados. Para contemplar e proporcionar o projeto desses controladores - e também de observadores de estado - este artigo apresenta um modelo dinâmico médio no espaço de estados, empregando a técnica de modelagem *Generalized Switch Averaging - GSA*, descrita em [5], através do modelo do resistor sem perdas [9], de modo a compensar as imprecisões observadas na aplicação direta da técnica. Esta generalização será discutida em detalhes na sequência deste trabalho, para o conversor ZETA operando no MCD, bem como sua validação. A abordagem GSA é aqui descrita em detalhes e aplicada a modelagem do conversor ZETA no MCD, reunindo assim, de forma analítica, a experiência adquirida no grupo de pesquisa [2], [22]-[27]. Em [23] e [24] foi apresentado um modelo de simulação funcional, mesmo que analiticamente incompleto. Já em [25] e [26] a técnica foi aplicada a um conversor ZETA desenvolvido como parte integrante em um sistema de microgeração de energia conectado à rede

elétrica. Contudo, a topologia não contava com o capacitor de filtragem de saída, para cominar ao sistema um comportamento de fonte de corrente, o que reduzia a ordem do sistema. O presente artigo se difere dos anteriores por apresentar um modelo analítico de pequenos sinais para o conversor ZETA considerando a sua topologia completa, incluindo o capacitor de filtragem.

A técnica GSA utilizada neste trabalho, foi descrita em [3], e ali é exemplificada em detalhes para o conversor redutor. A vantagem desta técnica reside na sua capacidade de utilizar um determinado modelo previamente obtido utilizando a técnica SSAMA [4], [9], para um determinado conversor operando no MCC para a obtenção do seu respectivo modelo no MCD. Isto se dá mediante à inclusão de um ramo de realimentação cujo equacionamento utiliza a técnica do resistor sem perdas [10], [11].

II. CONVERSOR ZETA NO MCD

O conversor ZETA é um conversor estático CC-CC de quarta ordem, ou seja, possui quatro elementos de armazenamento de energia elétrica, sendo dois indutores e dois capacitores. Este conversor apresenta característica de fonte de corrente em sua saída, o que o torna uma interessante opção em sistemas que necessitem impor a corrente de saída à carga com baixo conteúdo harmônico.

A análise em regime permanente deste conversor já foi apresentada em diversos trabalhos, destacando-se [28]. Assim sendo, este capítulo apresentará apenas as etapas de operação, formas de onda, e característica de transferência estática deste conversor, sem detalhes demasiados.

A operação do conversor ZETA no MCD se caracteriza por apresentar três etapas de operação, representadas esquematicamente na Figura 1. Na primeira etapa de operação, representada na Figura 1.a, ocorre a transferência de energia elétrica da fonte de entrada para os indutores L_m e L_o . Na segunda etapa de operação, apresentada na Figura 1.b, os indutores transferem a energia elétrica armazenada na primeira etapa para o circuito. A última etapa de operação, ilustrada na Figura 1.c, inicia-se quando a corrente no diodo se anula. Nesta etapa, as correntes nos indutores não experimentam variação. As principais formas de onda do conversor ZETA operando no MCD são apresentadas na Figura 2.

A característica de transferência estática $g(t)$ deste conversor operando no MCD é facilmente obtida pela análise das etapas de operação e formas de onda, através do balanço de fluxo nos indutores, e é dada por:

$$g(t) = \frac{v_o(t)}{v_g(t)} = \frac{d(t)}{D_I} \quad (1)$$

onde:

- $d(t)$ - Razão cíclica imposta ao interruptor.
- D_I - Razão cíclica de condução do Diodo.

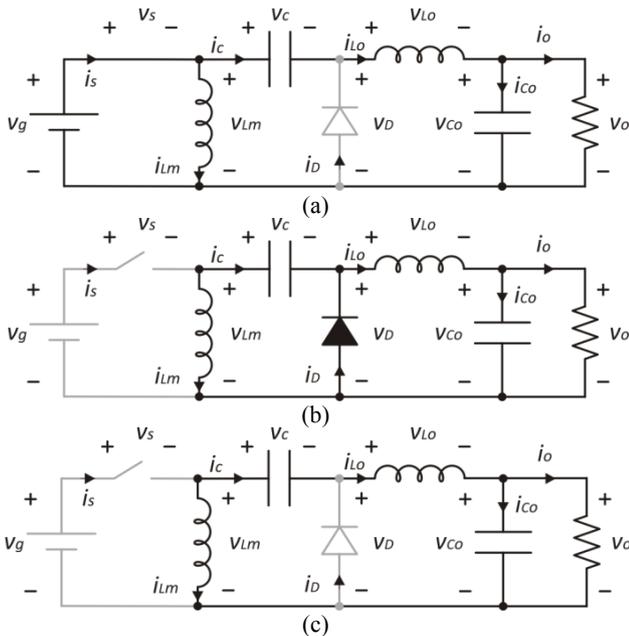


Fig. 1. Etapas de operação do conversor ZETA no MCD.

A razão de condução do diodo, por sua vez, é dependente da frequência de comutação f do conversor, da carga R e de sua indutância equivalente, através de:

$$D_1 = \sqrt{\frac{2L_{eq}f}{R}} \quad (2)$$

onde L_{eq} é a indutância equivalente do conversor, dada por:

$$L_{eq} = \frac{L_m L_o}{L_m + L_o} \quad (3)$$

Fica claro, a partir de (1) e (2), que se não houver variações na carga, na indutância equivalente ou na frequência de comutação, a característica de transferência estática desse conversor operando no MCD é uma função linear da razão cíclica $d(t)$.

Outra propriedade especialmente atraente originada da operação deste conversor no MCD é que a potência média instantânea de entrada deste conversor $p_{md}(t)$ independe da carga conectada em sua saída, sendo dada por:

$$p_{md}(t) = \frac{(v_g(t))^2}{Re(d)} \quad (4)$$

onde:

$$Re(d) = \frac{2L_{eq}f}{(d(t))^2} \quad (5)$$

Nota-se que (4) obedece a Lei de Ohm. $Re(d)$ é chamada resistência equivalente do interruptor, e como é possível observar em (5) não é dependente da carga. Isto torna a aplicação deste conversor em sistemas de correção de fator de potência muito interessante, como percebido em [29].

Porém, a modelagem em regime permanente de conversores não é suficiente para prever o comportamento dinâmico dos mesmos. A próxima seção apresenta a modelagem de pequenos sinais para o conversor ZETA operando no MCD.

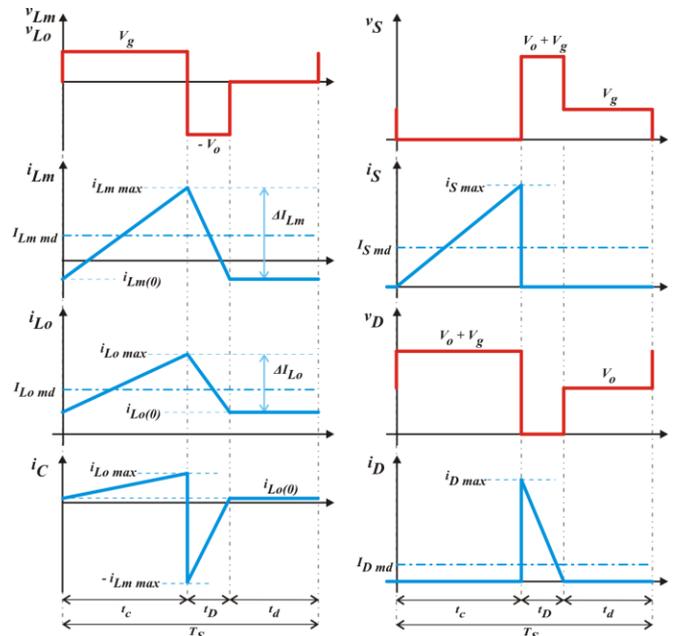


Fig. 2. Principais formas de onda do Conversor ZETA no MCD.

III. MODELAGEM DINÂMICA DO CONVERSOR ZETA

Nesta seção será estudada a modelagem dinâmica do conversor ZETA utilizando-se a generalização do modelo médio do interruptor aplicado ao MCD [3], [12], [13]. Considera-se, neste estudo, que a resposta dinâmica do conversor ZETA seja substancialmente mais lenta que o período de comutação do conversor. Deste modo, pode-se desconsiderar a influência de ondulações de alta frequência no valor médio da variável. É julgado também que a impedância R conectada a saída do conversor não experimenta variações.

De modo a facilitar o perfeito entendimento da técnica aqui utilizada, é necessário, primeiramente, introduzir certas simbologias utilizadas na seção. Variáveis grafadas somente em letra minúscula representam o comportamento instantâneo da mesma. Quando o comportamento médio da mesma variável em um intervalo de comutação do conversor é estudado, a variável é simbolizada entre parênteses angulares. Pequenas variações na análise em pequenos sinais são denotadas com o sinal circunflexo sobre a variável. Quando a variável é representada através de letra maiúscula, trata-se de seu valor de regime permanente. As dependências temporais das variáveis serão omitidas sempre que possível, de modo a tornar as equações matemáticas mais simples.

A Figura 3 apresenta graficamente essas distinções, considerando a corrente em um indutor hipotético.

A. Generalização do Modelo Médio do Interruptor

O modelo médio do interruptor generalizado para o conversor ZETA operando no MCD, desenvolvido neste trabalho, baseia-se naquele descrito em [3] para conversores básicos de segunda ordem. A técnica permite que modelos obtidos na análise dinâmica no MCC sejam empregados na análise dos mesmos conversores no MCD. A técnica fundamenta-se na ideia de que apenas a rede de comutação, formada pelo interruptor S e pelo diodo D, altera as características dinâmicas do modelo, uma vez que se trata do mesmo conversor.

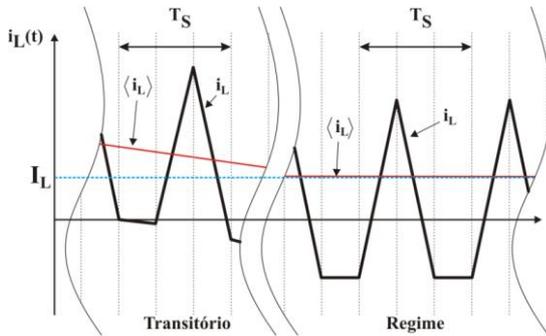


Fig. 3. Transiente e regime permanente.

Basicamente, a técnica consiste na obtenção de dois sistemas distintos, sendo um formado pelos dispositivos que conferem ao sistema sua característica não-linear (interruptor e diodo), e o sistema resultante formado pelos componentes passivos, sendo conceitualmente um sistema não variante no tempo. O sistema não-linear obtido nessa análise recebe o nome de rede de comutação. A Figura 4 apresenta o diagrama de blocos do modelo médio do conversor no MCD, onde:

- $u(t)$ - Variáveis de entrada do conversor.
- $u_c(t)$ - Entrada de controle do conversor.
- $u_s(t)$ - Variáveis de entrada da rede de comutação.
- $y_s(t)$ - Variáveis de saída da rede de comutação.
- $y(t)$ - Variáveis de saída do conversor.

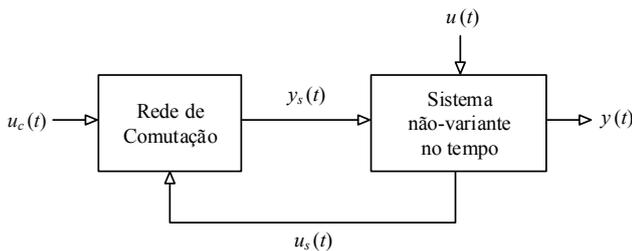


Fig. 4. Diagrama de blocos do modelo no MCD.

A entrada de controle de conversores que utilizam modulação por largura de pulso (PWM) é a razão cíclica, i.e.,

$$u_c = [d]. \quad (6)$$

É possível representar $y_s(t)$ em função das variáveis de entrada da rede de comutação e da entrada de controle do conversor, i.e.:

$$y_s(t) = f(u_c(t), u_s(t)). \quad (7)$$

Por meio da rede de comutação modelada no MCD (utilizando a técnica do resistor sem perdas), pode-se facilmente obter a chamada razão de conversão do interruptor (do inglês *switch conversion ratio*) [3] que pode ser utilizada no lugar da razão cíclica em qualquer modelo do mesmo conversor obtido no MCC.

B. Razão de Conversão do Interruptor

A razão de conversão do interruptor é representada pela letra grega μ . A razão de conversão do interruptor μ nada mais é do que uma generalização da razão cíclica d presente nos modelos obtidos na análise dinâmica no MCC. Assim, essa variável pode substituir a razão cíclica no modelo não-variante obtido através da análise no MCC, $\mu = d$ [3]. Contudo, no MCD esta condição não se verifica. A razão de conversão é obtida avaliando-se o modelo do resistor sem perdas. Sem mais detalhes, na Figura 5.a é apresentado o diagrama da rede de comutação, e na Figura 5.b o equivalente gerado do modelo do resistor sem perdas.

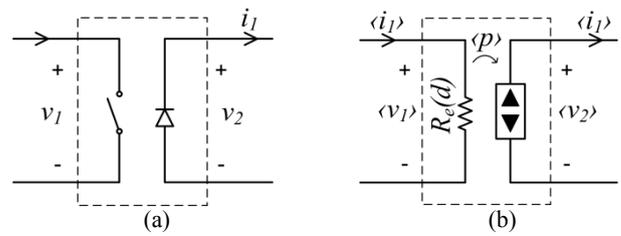


Fig. 5. Modelo do resistor sem perdas.

Na Figura 5, as variáveis da rede de comutação são exatamente as tensões e correntes no interruptor e no diodo, i.e.,

$$\begin{aligned} i_1 &= i_S & v_1 &= v_S & i_2 &= i_D & v_2 &= v_D \\ \langle i_1 \rangle &= \langle i_S \rangle & \langle v_1 \rangle &= \langle v_S \rangle & \langle i_2 \rangle &= \langle i_D \rangle & \langle v_2 \rangle &= \langle v_D \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Tendo em vista que este modelo pressupõe perdas nulas, é evidente que os valores médios das potências de entrada e saída são iguais, assim:

$$\langle i_1 \rangle \langle v_1 \rangle = \langle i_2 \rangle \langle v_2 \rangle = \frac{\langle v_1 \rangle^2}{R_e(d)} = R_e(d) \langle i_1 \rangle^2 = \langle p \rangle. \quad (9)$$

Lembrando que variáveis entre parênteses angulares representam o comportamento médio da variável em um intervalo de comutação do conversor. Assim, $\langle p \rangle$ é a potência transferida do interruptor para o diodo (e da fonte de entrada para a carga) em um intervalo de comutação.

É necessário definir os parâmetros de entrada e saída da rede de comutação, u_s e y_s , respectivamente. Segundo [3], em uma rede de comutação com n parâmetros, deve-se arbitrar metade dos parâmetros como entradas da rede de comutação, sendo o restante dos parâmetros considerados saídas da rede. Porém, devem-se selecionar pares corrente-tensão, de modo a utilizar as relações dispostas em (9). Assim, podem ocorrer:

$$u_s = [i_1 \quad v_2]^T \quad y_s = [i_2 \quad v_1]^T \quad (10)$$

$$u_s = [i_2 \quad v_1]^T \quad y_s = [i_1 \quad v_2]^T. \quad (11)$$

A escolha dos parâmetros de entrada e saída da rede de comutação irá resultar em razões de conversão equivalentes [14]. Assim, considerando a escolha dos parâmetros como em (11), a razão de conversão do interruptor para o conversor ZETA é dada por:

$$\mu(\langle i_2 \rangle, \langle v_1 \rangle, d) = \left[1 + \frac{\langle i_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} R_e(d) \right]^{-1}. \quad (12)$$

C. SSAMA

Como fora mencionado na seção anterior, o advento da rede de comutação permite a utilização de modelos matemáticos considerando apenas as etapas de operação do conversor operando no MCC, através da utilização da razão de conversão do interruptor (μ) ao invés de se utilizar diretamente a razão cíclica (d).

O modelo neste trabalho utilizado para representar o sistema não-variante no tempo é o modelo médio no espaço de estados. A técnica consiste em se obter as equações que descrevem o circuito em cada etapa de operação, e depois de feito isso, aplica-se uma média ponderada de acordo com o tempo de funcionamento de cada etapa.

Como o próprio nome da técnica propõe, a análise será realizada através da descrição matricial das variáveis conhecida como espaço de estados. Essa análise permite a utilização de ferramentas computacionais para solucionar o modelo. Em especial, a formulação do modelo em MATLAB[®] permite o desenvolvimento da estratégia de controle de maneira mais rápida e precisa do que a desenvolvida em ferramentas de simulação de circuitos.

Novamente omitindo detalhes, o modelo SSAMA para este conversor é:

$$\begin{cases} \dot{\langle x \rangle} = \bar{A} \langle x \rangle + \bar{B} \langle u \rangle \\ \langle y \rangle = \bar{C} \langle x \rangle + \bar{E} \langle u \rangle \end{cases} \quad (13)$$

onde $\langle y \rangle$ representa o valor médio da saída do sistema em um intervalo de comutação, e:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A_1 \mu + A_2 \mu' \\ \bar{B} &= B_1 \mu + B_2 \mu' \\ \bar{C} &= C_1 \mu + C_2 \mu' \\ \bar{E} &= E_1 \mu + E_2 \mu'. \end{aligned} \quad (14)$$

Nota-se que já se utilizou a substituição de d por μ em (14) sendo μ' o complemento de μ ($\mu' = 1 - \mu$). As variáveis de estado adotadas são as correntes nos indutores e as tensões nos capacitores, ou seja:

$$\langle x \rangle = \left[\langle i_{L_m} \rangle \quad \langle i_{L_o} \rangle \quad \langle v_C \rangle \quad \langle v_{C_o} \rangle \right]^T. \quad (15)$$

O vetor $\langle u \rangle$ contém o comportamento médio das variáveis de entrada independentes do conversor. Na maioria das análises, esse vetor só contém a tensão de entrada do conversor, porém em alguns casos pode conter também a corrente de saída e/ou influências externas sobre a mesma. No tocante deste trabalho $\langle u \rangle$ representa o valor médio da tensão de entrada:

$$\langle u \rangle = \left[\langle v_g \rangle \right]. \quad (16)$$

O modelo como apresentado em (13) é dito modelo de grandes sinais, uma vez que descreve completamente o comportamento dinâmico do sistema. Porém, devido à característica não linear da razão de conversão do interruptor, é um sistema não linear. Portanto, deve ser realizada uma linearização do sistema caso se almeje a representação do mesmo através de uma função de transferência.

D. Linearização

A linearização da razão de conversão do interruptor é realizada considerando-se pequenas perturbações em torno de um ponto de operação (valor de regime), tal como:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 + \hat{\mu} \quad d = D + \hat{d} \\ v_1 &= V_1 + \hat{v}_1 \quad i_2 = I_2 + \hat{i}_2 \end{aligned} \quad (17)$$

onde: μ_0 é o valor de regime da razão de conversão do interruptor.

Através da expansão de Taylor da função (12), realizada em torno do ponto de operação definido em (17), pode-se concluir que:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \mu(I_2, V_1, D) \\ \hat{\mu} &= \hat{i}_2 k_{i_2} + \hat{v}_1 k_{v_1} + \hat{d} k_d \end{aligned} \quad (18)$$

onde os ganhos k_{v1} , k_{i2} e k_d são avaliados considerando a derivada parcial referente a respectiva variável, computando-a em seu ponto de operação, i.e.:

$$\begin{aligned} k_{i_2} &= \left. \frac{\partial \mu(i_2, V_1, D)}{\partial i_2} \right|_{i_2=I_2} \\ k_{v_1} &= \left. \frac{\partial \mu(I_2, v_1, D)}{\partial v_1} \right|_{v_1=V_1} \\ k_d &= \left. \frac{\partial \mu(I_2, V_1, d)}{\partial d} \right|_{d=D}. \end{aligned} \quad (19)$$

A partir de (6) e (11) pode-se reescrever a razão de conversão linearizada do interruptor na forma matricial, tal como:

$$\hat{\mu} = k_s \hat{u}_s + k_d \hat{u}_c \quad (20)$$

onde:

$$k_s = \begin{bmatrix} k_{i_2} & k_{v_1} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

De modo similar ao realizado com a razão de conversão do interruptor, a linearização do modelo SSAMA é desenvolvida considerando as perturbações em torno de um ponto de operação:

$$\begin{cases} \langle x \rangle = X + \hat{x} & \langle y \rangle = Y + \hat{y} \\ \langle u \rangle = U + \hat{u} & \mu = \mu_0 + \hat{\mu} \end{cases} \quad (22)$$

considerando que:

$$\begin{cases} X \gg \hat{x} & Y \gg \hat{y} \\ U \gg \hat{u} & \mu_0 \gg \hat{\mu}. \end{cases} \quad (23)$$

Através da substituição de (23) em (13) e (14) chega-se a:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + B_s\hat{\mu} \\ \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu} \end{cases} \quad (24)$$

onde:

$$\begin{cases} A = A_1\mu_0 + A_2(1-\mu_0) \\ B = B_1\mu_0 + B_2(1-\mu_0) \\ C = C_1\mu_0 + C_2(1-\mu_0) \\ E = E_1\mu_0 + E_2(1-\mu_0) \\ B_s = (A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \\ E_s = (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U. \end{cases} \quad (25)$$

A matriz X é facilmente obtida através da solução da equação de regime do conversor apresentada em (26), da qual é possível obter o valor de regime das variáveis de estado, bem como o valor de regime da saída do sistema.

$$\begin{cases} X = -A^{-1}BU \\ Y = (-CA^{-1}B + E)U. \end{cases} \quad (26)$$

O sistema, como apresentado em (24), é linear e chamado de modelo equivalente de pequenos sinais, uma vez que representa o comportamento do sistema em torno de um ponto de operação. O modelo dinâmico do conversor operando no MCD pode agora ser desenvolvido, uma vez que se dispõe de uma descrição linear para a rede de comutação e para o sistema não-variante no tempo.

E. Modelo de Pequenos Sinais no MCD

Avaliando-se (8) e (11) é possível escrever:

$$\hat{u}_s = [\hat{i}_2 \quad \hat{v}_1]^T = [\hat{i}_D \quad \hat{v}_s]^T. \quad (27)$$

Admitindo-se que seja possível obter a corrente no diodo e a tensão no interruptor através da equação de saída do sistema (24), pode-se deduzir que:

$$\hat{u}_s = \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu}. \quad (28)$$

Pode-se reescrever (24) considerando duas equações de saída. Uma delas é referente às variáveis que serão

consideradas como entradas na rede de comutação. A outra saída relacionará as variáveis de estado com a saída do sistema através da matriz Z . Assim:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + B_s\hat{\mu} \\ \hat{u}_s = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu} \\ \hat{y}_o = Z\hat{x}. \end{cases} \quad (29)$$

É importante lembrar que a razão de conversão μ não representa a razão cíclica imposta ao conversor. Ela é somente uma abstração matemática que possibilita a utilização do modelo SSAMA do MCC para a obtenção do modelo do conversor no MCD. Assim, de modo a obter a relação controle-saída do conversor, μ deve ser suprimido de (29) em favor de d . Isto é alcançado observando que μ é função de d por meio da entrada de controle u_c .

Substituindo (28) em (20) e lembrando que $u_c = [d]$ chega-se a:

$$\hat{\mu} = \frac{k_s C}{(1 - k_s E_s)} \hat{x} + \frac{k_s E}{(1 - k_s E_s)} \hat{u} + \frac{k_d}{(1 - k_s E_s)} \hat{d}. \quad (30)$$

Aplicando (30) na equação de estados do sistema (29), mantendo apenas a saída y_o do sistema, se obtém:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_{CL}\hat{x} + B_{CL}\hat{u} + B_d\hat{d} \\ \hat{y}_o = Z\hat{x} \end{cases} \quad (31)$$

onde:

$$\begin{cases} A_{CL} = A + \frac{B_s k_s C}{(1 - k_s E_s)} \\ B_{CL} = B + \frac{B_s k_s E}{(1 - k_s E_s)} \\ B_d = \frac{B_s k_d}{(1 - k_s E_s)}. \end{cases} \quad (32)$$

Neste trabalho, a matriz A_{CL} é chamada matriz de estados em malha fechada para o MCD, em alusão a realimentação representada na Figura 4. A matriz de entrada em malha fechada para o MCD é simbolizada por B_{CL} . B_d é a matriz de entrada da razão cíclica.

O sistema apresentado em (31) é um sistema linear de pequenos sinais, e descreve o comportamento das variáveis de estado do conversor ZETA operando no MCD em torno de um ponto de operação, definido quando da linearização dos modelos do resistor sem perdas e do modelo no SSAMA.

F. Aplicação ao Conversor ZETA

É necessário, primeiramente, definir as variáveis de estado do modelo, as variáveis de entrada independentes, as variáveis de entrada da rede de comutação, e as variáveis de entrada de controle. Nessa análise será considerada como entrada independente apenas a tensão de entrada v_g do conversor. As variáveis escolhidas como entrada da rede de comutação são a tensão no interruptor S e a corrente no diodo D , v_s e i_D respectivamente. As variáveis de estado escolhidas são, não por acaso, as correntes nos indutores e as

tensões nos capacitores, i_{Lm} , i_{Lo} , v_C , v_{Co} . Como já discutido, a entrada de controle do conversor é a razão cíclica d .

$$\begin{aligned} u &= [v_g] & u_s &= [v_s \quad i_D]^T \\ u_c &= [v_g] & x &= [i_{Lm} \quad i_{Lo} \quad v_C \quad v_{Co}]^T \end{aligned} \quad (33)$$

A escolha dos parâmetros de entrada da rede de comutação dispostos em (33) permite reescrever μ . Desta forma, substituindo (33) em (12) se chega a:

$$\mu(\langle i_D \rangle, \langle v_s \rangle, d) = \left[1 + \frac{\langle i_D \rangle}{\langle v_s \rangle} R_e(d) \right]^{-1} \quad (34)$$

Assim, aplicando (34) em (18), se obtém o valor de regime da razão de conversão do interruptor:

$$\mu_0 = \frac{D}{D+D_1} \quad \therefore \quad \mu'_0 = (1-\mu_0) = \frac{D_1}{D+D_1} \quad (35)$$

Avaliando as derivadas parciais dispostas em os ganhos da rede de comutação são obtidos:

$$k_d = \frac{2D_1}{(D+D_1)^2} \quad (36)$$

$$k_s = [k_{i_2} \quad k_{v_1}] = \left[-\frac{R_e(D)}{V_g} \left(\frac{D}{D+D_1} \right)^2 \quad \frac{1}{V_g} \frac{DD_1}{(D+D_1)^2} \right] \quad (37)$$

A obtenção das equações que descrevem o sistema será realizada utilizando-se a Figura 1.a e 1.b, as quais ilustram as duas primeiras etapas de operação do conversor ZETA. Consideram-se os dispositivos semicondutores ideais.

Para descrever o comportamento da primeira etapa de operação, representada esquematicamente na Figura 1.a, são obtidas as seguintes equações, através da aplicação das leis de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} \frac{di_{Lm}}{dt} &= \frac{v_g}{L_m} \\ \frac{di_{Lo}}{dt} &= -\frac{1}{L_o} v_C - \frac{1}{L_o} v_{Co} + \frac{1}{L_o} v_g \\ \frac{dv_C}{dt} &= \frac{i_{Lo}}{C} \\ \frac{dv_{Co}}{dt} &= \frac{1}{C_o} i_{Lo} - \frac{1}{C_o R} v_{Co} \\ v_s &= 0 & i_D &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

As equações que regem a segunda etapa de operação do conversor (Figura 1.b), por sua vez, são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{di_{Lm}}{dt} &= \frac{v_C}{L_m} \\ \frac{di_{Lo}}{dt} &= -\frac{v_{Co}}{L_o} \\ \frac{dv_C}{dt} &= -\frac{i_{Lm}}{C} \\ \frac{dv_{Co}}{dt} &= \frac{1}{C_o} i_{Lo} - \frac{1}{C_o R} v_{Co} \\ v_s &= v_g - v_C & i_D &= i_{Lm} + i_{Lo}. \end{aligned} \quad (39)$$

Reescrevendo (38) em forma matricial se obtém as matrizes A_1 , B_1 , C_1 e E_1 , apresentadas em (40). O mesmo procedimento para (39) produz as matrizes A_2 , B_2 , C_2 e E_2 , dispostas em (41).

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} & \frac{1}{L_o} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & E_1 &= [0 \quad 0]^T \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} & B_2 &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & E_2 &= [0 \quad 1]^T \end{aligned} \quad (41)$$

Aplicando as matrizes (40) e (41), bem como (35) em (25), obtém-se:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu'_0}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{L_m} & \frac{\mu_0}{L_o} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ C &= \begin{bmatrix} \mu'_0 & \mu'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu'_0 & 0 \end{bmatrix} & E &= [0 \quad \mu'_0]^T \end{aligned} \quad (42)$$

O valor de regime das variáveis de estado é obtido através de:

$$X = \begin{bmatrix} I_{Lm} \\ I_{Lo} \\ V_C \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R} \left(\frac{D}{D_1} \right)^2 & \frac{V_g}{R} \left(\frac{D}{D_1} \right) & -V_g \frac{D}{D_1} & V_g \frac{D}{D_1} \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

As matrizes B_s e E_s podem agora ser obtidas, substituindo (42) e (43) em (25):

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_m} \frac{1}{\mu'_0} & \frac{V_g}{L_o} \frac{1}{\mu'_0} & \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$E_s = \begin{bmatrix} -\frac{V_g}{R} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} & -V_g \frac{1}{\mu'_0} \end{bmatrix}^T. \quad (44)$$

É possível agora, após algumas manipulações algébricas, obter as matrizes de malha fechada para o MCD (A_{CL} e B_{CL}), bem como a matriz de entrada da razão cíclica B_d , dispostas em (45). A partir de (31) é possível obter as mais variadas funções de transferência do sistema, bastando para tanto a definição das variáveis de entrada e saída de interesse e o ponto de operação onde se deseja fazer a análise.

$$A_{CL} = \begin{bmatrix} \frac{-R_e(D)\mu_0^2}{L_m} & \frac{-R_e(D)\mu_0^2}{L_m} & \frac{(\mu'_0)^2}{L_m} & 0 \\ \frac{-R_e(D)}{L_o} \mu_0^2 & \frac{-R_e(D)}{L_o} \mu_0^2 & \frac{-\mu_0(1+\mu'_0)}{L_o} & \frac{-1}{L_o} \\ \frac{-\mu'_0(1+\mu_0)}{C} & \frac{\mu_0^2}{C} & \frac{-\mu_0^2}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{RC_o} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$B_{CL} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{L_m}(1+\mu'_0) & \frac{\mu_0}{L_o}(1+\mu'_0) & \frac{\mu_0^2}{RC} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{2}{D} \frac{V_g}{L_m} \mu_0 & \frac{2}{D} \frac{V_g}{L_o} \mu_0 & \frac{2}{D} \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Define-se a variável de saída por meio da matriz de saída Z do sistema, podendo esta ser exatamente a variável de estado ou uma combinação linear de uma ou mais variáveis. Definida a variável de saída, pode-se obter duas funções de transferência. Uma relaciona a saída do sistema e a entrada de controle d , enquanto a outra relaciona a saída do sistema e a entrada independente v_g . Essas funções são obtidas negligenciando uma ou outra entrada, obtendo-se:

$$G_{y_o d}(s) = \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{d}(s)} = Z(sI - A_{CL})^{-1} B_d$$

$$G_{y_o v_g}(s) = \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{u}(s)} = Z(sI - A_{CL})^{-1} B_{CL}. \quad (46)$$

IV. RESULTADOS

De modo a validar a resposta dinâmica do modelo de pequenos sinais desenvolvido neste trabalho para o conversor ZETA operando no MCD, foram realizados estudos no domínio da frequência e do tempo. Assim, inicialmente o diagrama de Bode da tensão de saída com relação a razão cíclica (d) foi traçado a partir de $G_{y_o d}(s)$, considerando como saída a tensão no capacitor (v_{C_o}), isto é, a tensão na carga. Subsequentemente, o modelo foi submetido tanto a variações na razão cíclica do tipo degrau quanto a variações no capacitor de filtragem (C_o), conforme estabelecido na TABELA I. Para realização destes estudos foi desenvolvido um algoritmo no software MATLAB®, este algoritmo resolve numericamente as equações apresentadas em (46) retornando

as respectivas funções de transferência e as matrizes da equação de estados do espaço de estados (31) (A_{CL}), (B_{CL}) e (B_d), descritas em (45). O modelo também foi sujeito a uma análise em malha fechada, utilizando para tanto um controlador do tipo proporcional no ramo direto, e os resultados foram analisados para diferentes valores de ganho.

Os resultados apresentados foram obtidos no software MATLAB® a partir do modelo proposto. Tais resultados foram confrontados com resultados de simulação gerados no software PSIM® e com a resposta obtida através de vários ensaios realizados em um protótipo do conversor ZETA, elaborado segundo os parâmetros apresentados na Tabela I.

TABELA I
Valores dos Componentes Utilizados para a Verificação da Resposta ao Degrau do Conversor ZETA

Caso	C_o	D	R	C	L_o	L_m	f	V_g
1	1,57µF							
		0,5	170Ω	690nF	23mH	90µH	20kHz	34V.
2	660 nF							

O protótipo utilizado para a validação do modelo é parte de um inversor módulo-integrado de 100W concebido para ser utilizado em sistemas de micro geração alimentados por painéis fotovoltaicos. Dessa maneira, é projetado para operar com característica de fonte de corrente em sua saída. Isso confere ao conversor uma baixa capacitância de saída C_o e uma alta indutância de saída L_o . Esse conversor foi projetado para operação no MCD para valores elevados de razão cíclica (no caso, até 0,85), com isso, sua indutância de magnetização é baixa.

Na realização física do protótipo, optou-se pela utilização de capacitores de polipropileno, propositalmente configurados em associação paralela para minimizar os efeitos da resistência série equivalente.

Como interruptores, selecionou-se o MOSFET IRFP460 e dois diodos MUR820 associados em paralelo. Esses dispositivos são compatíveis com os níveis de tensão e corrente a eles aplicados, uma vez que a tensão de saída máxima do conversor é de 180 V e sua tensão de alimentação é de 34 V.

O protótipo mostrou-se robusto e os testes indicaram um rendimento médio de aproximadamente 88%. O projeto completo, bem como especificações detalhadas do protótipo, pode ser encontrado em [30].

A. Resposta em Frequência

O diagrama de Bode do sistema, apresentado na Figura 6, foi traçado no MATLAB®, a partir da função de transferência $G_{y_o d}(s)$ expressa na primeira das duas equações apresentadas em (46) a qual relaciona a tensão de saída do conversor estático com a razão cíclica (d).

Através da resposta em frequência de $G_{y_o d}(s)$ é possível a realização de uma análise comparativa entre o desempenho do modelo dinâmico desenvolvido, neste trabalho, para o conversor ZETA operando no MCD e o comportamento real deste conversor. Para avaliar a resposta em frequência real do conversor um protótipo de laboratório foi desenvolvido. Este

protótipo a sua vez foi excitado através do uso de uma lei de variação da razão cíclica dada por:

$$d(t) = 0,5 + \frac{\text{sen}(2\pi f_b t)}{10} \quad (47)$$

Logo $d(t)$ é composto por uma onda senoidal de baixa amplitude e frequência variável sobreposto a um nível CC. O nível CC é relativo ao ponto de operação em torno do qual a linearização do sistema foi realizada. O resultado desta análise é apresentado no próprio diagrama de Bode da Figura 6 com a utilização de pontos dispostos sobre a curva. Os resultados foram adquiridos em um protótipo do conversor ZETA, cujos componentes são descritos na TABELA II.

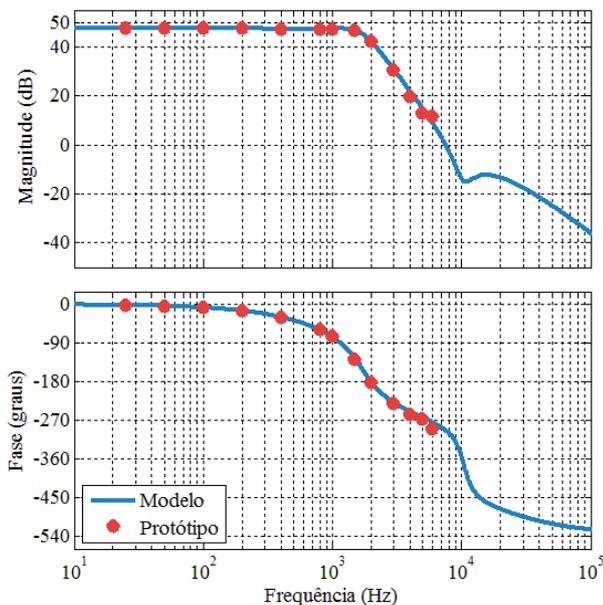


Fig. 6. Diagrama de Bode de $G_{yod}(s)$.

TABELA II
Valores dos Componentes Utilizados na Obtenção da Resposta em Frequência do Conversor ZETA

D	R	C_o	C	L_o	L_m	f	V_g
0,5	170 Ω	820nF	690nF	23mH	90 μ H	20kHz	34V.

Fica claro que o comportamento do protótipo se aproxima muito da curva obtida a partir do modelo desenvolvido. Notório também observar que, de acordo com o teorema de *Nyquist*, a obtenção da resposta do sistema para frequências elevadas ($f/2$) é comprometida. Para frequências elevadas (a partir de 2 kHz) já é possível notar pequenas discrepâncias entre o modelo e o resultado obtido a partir do protótipo.

B. Resposta ao Degrau

Nestes ensaios, a razão cíclica aplicada ao conversor é um degrau variando de zero até 50% (ponto de linearização). Tanto a tensão de entrada quanto a carga do conversor permaneceram em seus valores nominais.

A seguir são apresentados os resultados relativos a resposta ao degrau do sistema em estudo para duas diferentes situações (Figura 7 e Figura 8). Buscou-se avaliar o modelo

considerando diferentes valores para o capacitor de filtragem. Contudo, apenas dois casos são apresentados conforme se explicita na TABELA I, devido a limitações no tamanho deste artigo. As figuras apresentadas exibem resultados experimentais do protótipo do conversor ZETA, resultados obtidos utilizando simulação no software PSIM[®], e resultados obtidos a partir do modelo desenvolvido para o conversor ZETA operando no modo de condução descontínuo empregando o software MATLAB[®]. Visando facilitar a análise comparativa dos resultados, os mesmos estão sobrepostos em cada uma das figuras apresentadas. Em todos os casos, a linearização foi realizada utilizando o ponto de operação $D = 0,5$. As respostas ao degrau para o modelo do conversor em estudo foram obtidas considerando-se como saída do sistema a tensão no capacitor de saída, i.e.:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_{CL}\hat{x} + B_d\hat{d} \\ \hat{y}_o = [0 \ 0 \ 0 \ 1]\hat{x} \end{cases} \quad (48)$$

onde:

$$\hat{x} = [\hat{i}_{L_m} \ \hat{i}_{L_o} \ \hat{v}_C \ \hat{y}_o]^T \quad (49)$$

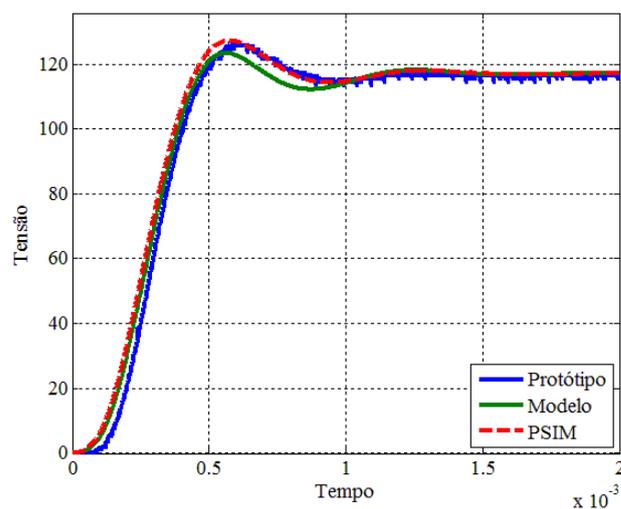


Fig. 7. Resposta ao degrau. Caso 1.

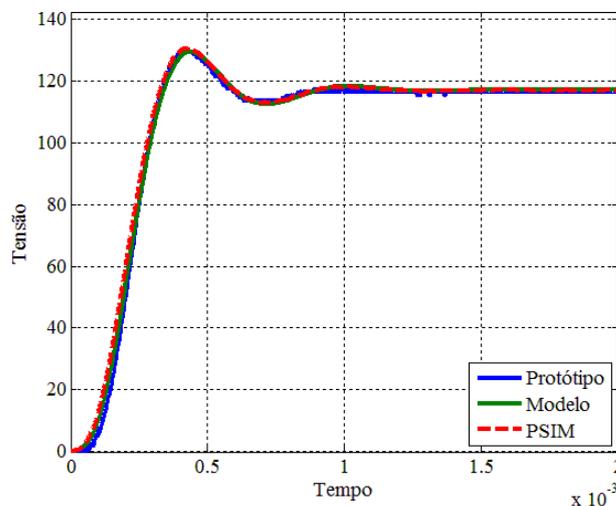


Fig. 8. Resposta ao degrau. Caso 2.

Os excelentes resultados obtidos em ambas as situações indicam que o modelo apresentado é bastante representativo do comportamento dinâmico do conversor ZETA operando no MCD.

A Figura 9 apresenta simulações do comportamento dinâmico da tensão de saída frente a pequenas perturbações na razão cíclica em torno de um ponto de operação. Nesta simulação, a razão cíclica inicialmente aplicada ao conversor é de 50%, e o mesmo encontra-se em regime permanente. Em 4ms, a razão cíclica é alterada para 55%. Em 6ms, a razão é novamente alterada para 45%. Neste ensaio, tanto a tensão de entrada quanto a carga do conversor permaneceram em seus valores nominais. Tais resultados foram obtidos utilizando os valores de componentes apresentados na Tabela II. Os resultados apresentados evidenciam a acurácia e a precisão do modelo.

Como será mostrado na próxima seção, o modelo comportou-se de maneira satisfatória, mesmo não levando em consideração a resistência série equivalente (RSE) dos elementos do circuito. A inserção da RSE no modelo, no entanto, pode ser realizada quando da modelagem das etapas de funcionamento, bastando acrescentá-los aos circuitos da Figura 1.a e Figura 1.b.

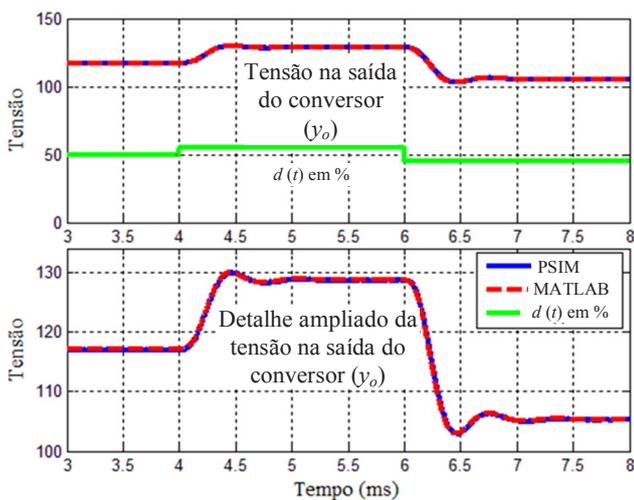


Fig. 9. Comportamento frente a pequenas perturbações em $d(t)$.

C. Resposta em Malha Fechada

Os resultados da análise em frequência e da resposta ao degrau, até então apresentados, são sólidos, porém são incompletos. Para de fato validar um modelo dinâmico desenvolvido para o projeto de controladores é fundamental a análise do mesmo em sistemas realimentados. Dessa maneira foram realizadas simulações do modelo no MATLAB®, e os resultados dessa análise foram comparadas com um circuito equivalente simulado no software PSIM®. A Figura 10 apresenta o diagrama de blocos para os testes em malha fechada.

O sistema inicialmente foi submetido a um sinal de referência do tipo degrau, de maneira a se almejar a obtenção de uma tensão de 50 V na saída do conversor. Após a estabilização, uma pequena variação foi imposta ao sinal de referência (10%), dessa maneira foi possível observar o comportamento da saída do sistema em malha fechada frente a pequenas variações do sinal de referência.

O sistema foi submetido à três distintos valores de ganho do controlador ($K = 0,1$; $K = 0,5$ e $K = 1$) para possibilitar um estudo comparativo da localização dos polos em malha fechada do modelo e do conversor. Os valores dos componentes empregados nessa análise são os mesmos da Tabela II. Como sensor foi utilizado um divisor de tensão cujas resistências assumem os valores de 10 k Ω e 560 Ω . As respostas do sistema considerando os três valores de K podem ser observadas nas Figuras 11, 12 e 13.

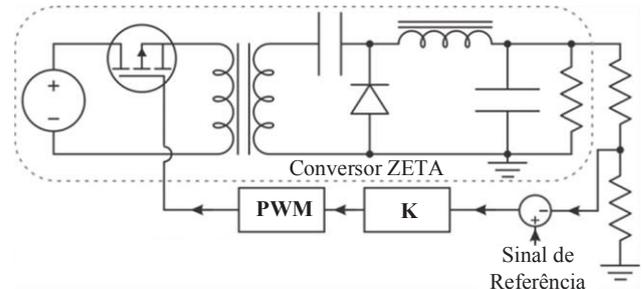


Fig. 10. Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

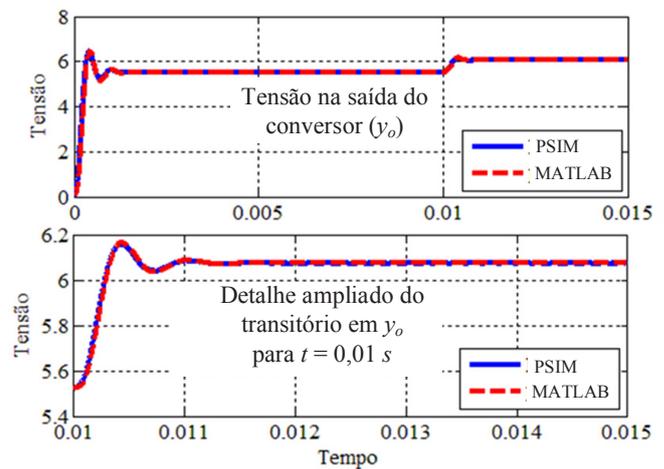


Fig. 11. Resposta em malha fechada para $K = 0,1$.

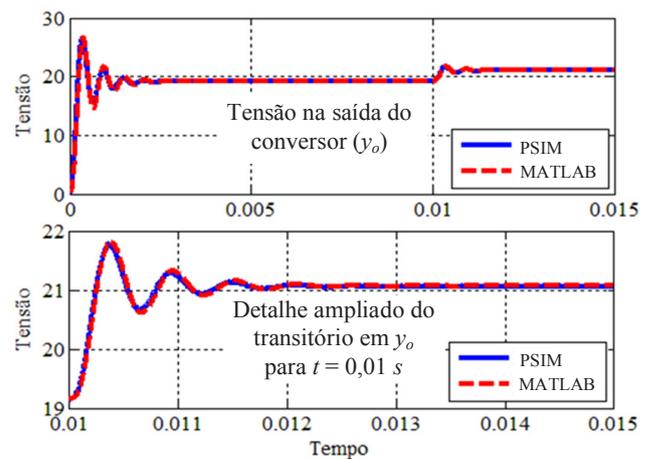


Fig. 12. Resposta em malha fechada para $K = 0,5$.

É evidente a presença de elevado erro em regime permanente, uma vez que a tensão de saída não se aproximou dos 50 V acima mencionados. Tal comportamento era

previsível, uma vez que, para obtenção de valores de erro de regime permanente pequenos, o valor do ganho K do controlador proporcional deve ser elevado. Contudo, a medida que se elevava o ganho do controlador a amplitude das oscilações crescia. Desta forma, como o objetivo desta seção é o estudo e a validação do modelo proposto em malha fechada, optou-se por empregar valores de K reduzidos, sem, entretanto, resultar em perda da generalidade dos resultados obtidos.

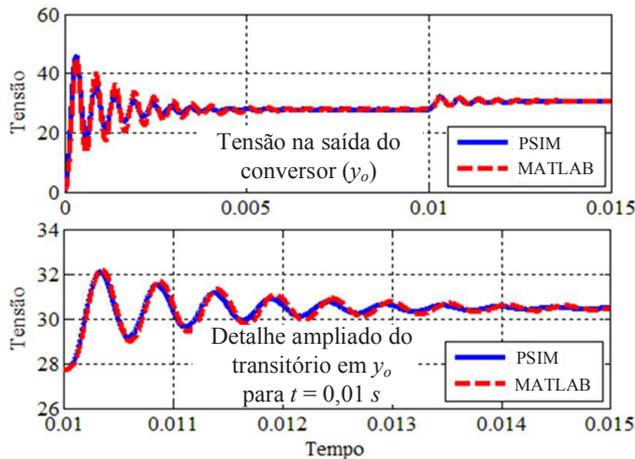


Fig. 13. Resposta em malha fechada para $K = 1$.

Analisando estas figuras, fica claro que o modelo se comporta de maneira muito satisfatória, a despeito da pequena diferença entre a resposta do modelo e a simulada, perceptível na Figura 13. Porém, tal discrepância já havia sido notada utilizando o diagrama de bode, uma vez que a frequência de oscilação da resposta é alta (aproximadamente 2 kHz). Ressalta-se ainda que, a exemplo dos ensaios anteriores, tanto a tensão de entrada quanto a carga do conversor permaneceram em seus valores nominais.

D. Comportamento Médio das Variáveis de Estado

Apenas a tensão na capacitância de saída fora observada até este momento, porém, é importante avaliar o comportamento das outras variáveis de estado frente a alterações na razão cíclica. Para comprovar a eficácia do modelo de pequenos sinais, a Figura 14 apresenta a corrente no indutor de saída e a tensão no capacitor de acoplamento. Nesta figura, estão sobrepostos o resultado obtido a partir do modelo e o resultado de simulação do conversor, considerando uma pequena variação na razão cíclica.

É notório que a característica transitória da tensão no capacitor de acoplamento comprova a presença de zeros no semiplano direito, uma vez que a tensão neste componente, antes de diminuir, sofre um ligeiro aumento (este fenômeno pode ser verificado através de uma atenta observação da Figura 14 no instante 2 ms). Sendo este comportamento típico de sistemas de fase não-mínima.

A Figura 14 atesta que o modelo pode ser utilizado no desenvolvimento, por exemplo, de um observador de estados de Luenberger para a concepção de um controlador por realimentação de estados com apenas um sensor. Além disso, o modelo pode ser empregado para o desenvolvimento de técnicas de controle robusto utilizando desigualdades

matriciais lineares (do inglês *Linear Matrix Inequalities* — LMIs).

De fato, o modelo representa o comportamento médio do conversor em um intervalo de comutação, conforme prevê a técnica SSAMA.

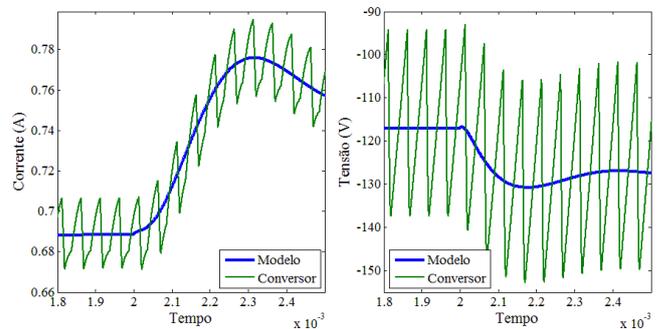


Fig. 14. Corrente no indutor de saída (esquerda) e tensão no capacitor de acoplamento (direita).

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a modelagem dinâmica de pequenos sinais do conversor ZETA operando no MCD. Primeiramente, a técnica utilizada para obtenção do modelo (generalização do modelo médio do interruptor) foi detalhadamente discutida e aplicada ao conversor, e um modelo dinâmico de pequenos sinais no espaço de estados foi obtido. Da representação no espaço de estados, a função de transferência que relaciona a tensão de saída e a razão cíclica foi determinada. Ensaios laboratoriais e simulações foram realizados de maneira a validar o modelo aqui apresentado.

No que se refere ao comportamento do modelo de pequenos sinais do conversor ZETA, pode-se facilmente verificar que o modelo de pequenos sinais apresenta zeros de fase não-mínima, resultando no significativo atraso de fase verificado no diagrama de Bode. A característica transitória da tensão no capacitor de acoplamento reforça essa conclusão. Além disso, o modelo apresentou um polo rápido devido ao valor reduzido da indutância de magnetização, característico da operação no MCD. Apesar da presença de um polo real mais lento, nota-se que a dinâmica dominante é causada pelo filtro LC presente no estágio de saída desse conversor.

A precisão do modelo não foi comprometida pela ausência, na modelagem, de elementos parasíticos, em especial das resistências série equivalentes dos indutores e dos capacitores. Porém, os autores sugerem como trabalho futuro o desenvolvimento de um modelo que inclua tais elementos.

Com base nos excelentes resultados obtidos em ensaios experimentais e computacionais de resposta ao degrau e no domínio da frequência, não há dúvidas de que o modelo de pequenos sinais desenvolvido representa de forma precisa o comportamento dinâmico do conversor ZETA no MCD. O comportamento do modelo em malha fechada também confirmou a sua eficácia.

O modelo comportou-se satisfatoriamente mesmo quando submetido a excitações de grande amplitude no sinal de entrada de controle ($0 < d(t) < 0,5$). Assim sendo, o modelo

se apresenta como uma valiosa ferramenta para o projeto de controladores para o conversor ZETA operando no MCD, possibilitando a utilização de ferramentas específicas para o projeto de compensadores, como por exemplo o MATLAB®.

Com o final desta etapa, inicia-se uma nova, na qual o modelo será empregado para o projeto de controladores no domínio da frequência e também no domínio do tempo utilizando a representação no espaço de estados médio.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o apoio da PUCRS (Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul), FAPERGS (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul), CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

REFERÊNCIAS

- [1] A. Ioinovici, *Power Electronics and Energy Conversion Systems*, Volume 1, John Wiley & Sons, Ltd, 2013, p. 864.
- [2] R. Viero, *Estudo da Modelagem Dinâmica de Pequenos Sinais do Conversor Zeta no MCD Alimentado a Partir de Painéis Fotovoltaicos para Conexão a Rede Elétrica*, Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, Agosto 2011.
- [3] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*, International Thomson Publishing, Maio 1997, p. 773.
- [4] R. Middlebrook, S. Ćuk, "A General Unified Approach to Modeling Switching-Converter Power Stages," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 73-86, 1976.
- [5] V. Vorperian, "Simplified Analysis of PWM converters Using the Model of PWM Switch. Continuous Conduction Mode," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, n° 3, pp. 490-496, Maio 1990.
- [6] V. Vorperian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. II. Discontinuous Conduction Mode," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, n° 3, pp. 497-505, Maio 1990.
- [7] S. I. Seleme Jr., "Técnicas de Modelagem e Controle de Conversores Estáticos," in *Anais da VI Conferência Internacional de Aplicações Industriais*, pp. 89, 2004.
- [8] S. Bacha, I. Munteanu, A. I. Bratcu, *Power Electronic Converters Modeling and Control*, London: Springer-verlag, 2014.
- [9] S. Ćuk, R. D. Middlebrook, "A General Unified Approach to Modeling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode," in *Power Electronics Specialists Conference*, pp. 36-57, 1977.
- [10] S. Singer, "Realization of Loss-Free Resistive Elements," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37, n° 1, pp. 54-60, Agosto 1990.
- [11] S. Singer, S. Ozeri, D. Shmilovitz, "Pure Realization of Loss-Free Resistor," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 51, n° 8, pp. 1639-1647, Agosto 2004.
- [12] A. F. Witulski, R. W. Erickson, "Extension of State-Space Averaging to Resonant Switches and Beyond," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 5, n° 1, pp. 98-109, Janeiro 1990.
- [13] D. Maksimovic, S. Ćuk, "A Unified Analysis of PWM Converters in Discontinuous Modes," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 6, n° 3, pp. 476-490, Julho 1991.
- [14] J. Sun, D. M. Mitchell, M. F. Greuel, P. Krein, R. M. Bass, "Averaged Modeling of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 16, n° 4, pp. 482-492, Julho 2001.
- [15] V. Eng, C. Bunlaksananusorn, "Modeling of a SEPIC Converter Operatng in Discontinuous Conduction Mode," in *6th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, pp. 140-143, 2009.
- [16] V. Eng, C. Bunlaksananusorn, "Dynamic Modeling of a Zeta Converter with State-Space Averaging Technique," in *5th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, pp. 969-972, 2008.
- [17] E. Niculescu, M. Niculescu, D. Purcaru, "Modelling the PWM Zeta Converter in Discontinuous Conduction Mode," in *The 14th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference*, pp. 651-657, 2008.
- [18] H. Y. Kanaan, K. Al-Haddad, "Modeling and Simulation of DC-DC Power Converters in CCM and DCM Using the Switching Functions Approach: Application to the Buck and Ćuk Converters," in *International Conference on Power Electronics and Drives Systems*, pp. 468-473, 2005.
- [19] J. Chen, K. Ngo, "Simplified Analysis of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode Using Alternate Forms of the PWM Switch Models," in *Proceedings of the IEEE Southeastcon*, pp. 505-509, 2000.
- [20] J. Sun, D. Mitchell, M. Greuel, P. Krein, R. Bass, "Modeling of PWM Converters in Discontinuous Conduction Mode - A Reexamination," in *29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 615-622, 1998.
- [21] E. Vuthchhayt, C. Bunlaksananusornl, H. Hirata, "Dynamic Modeling and Control of a Zeta Converter," in *International Symposium on Communications and Information Technologies*, pp. 498-503, 2008.
- [22] H. Lopez, *Inversor Módulo Integrado Utilizando um Conversor CC-CC ZETA com Controle MPPT Feedforward*, Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, Agosto 2009.
- [23] R. Viero, H. Lopez, C. Zollmann, F. S. Dos Reis, "Dynamic Computer Simulation Model for a ZETA Converter in DCM," in *XVIII Congresso Brasileiro de*

- Automática*, pp. 3649-3654, 2010.
- [24] R. Viero, H. Lopez, C. Zollmann, F. S. Dos Reis, "Dynamic Modeling of a Sinusoidal Inverter Based on ZETA Converter Working in DCM for PV Arrays," in *36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 439-444, 2010.
- [25] R. C. Viero, F. S. Dos Reis, "Dynamic Modeling of a ZETA Converter in DCM Applied to Low Power Renewable Sources," in *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 685-691, 2011.
- [26] R. Viero, F. B. Dos Reis, F. S. Dos Reis, "Computational Model of the Dynamic Behavior of the ZETA Converter in Discontinuous Conduction Mode," in *38th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 299-303, 2012.
- [27] R. Viero, F. S. Dos Reis, "Designing Closed-Loop Controllers Using a Matlab[®] Dynamic Model of the Zeta Converter in DCM," in *10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*, pp. 1-8, 2012.
- [28] D. Martins, I. Barbi, *Conversores CC-CC Básicos Não Isolados*, Florianópolis: Edição do Autor, 2008, p. 380.
- [29] D. M. Peres, I. Barbi, "ZETA Converter Applied in Power Factor Correction," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 1152-1157, 1994.
- [30] H. F. M. Lopez, F. S. Dos Reis, R. C. Viero, C. Zollmann, "Photovoltaic Panels Grid-tied by a Zeta Converter," in *Décimo Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência*, pp. 1-6, 2009.

Fernando Soares dos Reis, nascido a 13/11/1963 em Pelotas-RS, Brasil. Graduado em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS, em 1987, Mestre em Engenharia pela Universidade Federal de Santa Catarina em 1990 e Doutor em Eletrônica Industrial pela *Universidad Politécnica de Madrid* na Espanha em 1995. Iniciou suas atividades na PUCRS em 1990 como professor assistente e atualmente é professor Titular da Faculdade de Engenharia. Coordenador e fundador do laboratório de eletrônica de potência da PUCRS (LEPUC) onde desenvolve seus trabalhos desde 1996. Publicou mais de 100 artigos técnicos. Tendo especial interesse em Fontes de Energia Renováveis, em especial sistemas PV, PFCs, Reatores Eletrônicos e Qualidade de Energia. É membro da Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP) e do IEEE, foi conselheiro da SOBRAEP.

Renan Caron Viero, nascido a 03/12/1986 em Erechim-RS, Brasil. Graduado em Engenharia de Controle e Automação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) em 2009 e mestre em Engenharia Elétrica pela mesma instituição em 2011. É professor assistente na PUCRS desde 2012 e iniciou seu doutorado em Engenharia Elétrica no presente ano. Trabalha com modelagem de conversores estáticos de potência desde 2011.