

# MODULAÇÃO PWM HÍBRIDA PARA INVERSORES FONTE-Z

E. C. dos Santos Jr., E. P. X. Pimentel Filho, J. H. Muniz, E. R. C. da Silva, C. B. Jacobina

Universidade Federal de Campina Grande

Departamento de Engenharia Elétrica

CEP 58429-900, Campina Grande - PB

Brasil

e-mail: euzeli@dee.ufcg.edu.br

**Resumo** – Este artigo apresenta a modulação PWM híbrida para conversores fonte-Z. A técnica combina a teoria do PWM vetorial com a fácil implementação do PWM escalar. Esta estratégia reduz o número de operações matemáticas do algoritmo. A introdução da razão de distribuição de roda livre nesta técnica, permite o desenvolvimento de uma abordagem sistemática para a implementação de técnicas convencionais (vetores nulos divididos igualmente entre o início e o final do período de chaveamento) ou de estratégias modificadas (com redução das perdas de chaveamento por grampeamento), ou ainda inclusão do vetor nulo de curto-circuito (*shoot-through*) inerente ao inversor fonte-Z. Além disso, o artigo propõe um algoritmo simples para geração da modulação híbrida para o inversor fonte-Z. Simulações e resultados experimentais demonstram a validade do método proposto.

**Palavras-Chave** – Conversor Fonte-Z, Modulação PWM híbrida.

## HYBRID PWM MODULATION FOR Z-SOURCE INVERTERS

**Abstract** – This paper presents a hybrid pulse width modulation for Z-source converters. The technique combines the theory of space-vector PWM with the ease of implementation of scalar approach. Such strategy reduces the number of mathematical operations of the algorithm. The introduction of the distribution ratio in this technique, allows the development of a systematic approach for implementation of the conventional techniques (null vectors equally distributed at the beginning and end of the switching frequency) or modified strategies (losses reduction with zero switching frequency operation), or including the shoot-through zero vectors inherent of Z-source inverter. Furthermore, the paper proposes a simple software algorithm to generate the hybrid modulation of Z-source inverter. Simulated and experimental results demonstrate the validity of the proposed method.

**Keywords** – Z-source converter, Hybrid PWM strategy.

Nota de rodapé na página inicial será utilizada apenas pelo editor para indicar o andamento do processo de revisão. Não suprima esta nota de rodapé quando editar seu artigo.

## I. INTRODUÇÃO

Os conversores estáticos de potência cc-ca podem ser divididos em dois grupos principais, são eles: conversores fonte de tensão e conversores fonte de corrente, cada um com suas características particulares. Uma proposta alternativa de conversor estático de potência foi formulada em [1]. Este conversor fornece uma característica única de operação *buck* e *boost* utilizando o mesmo circuito, esta característica não é encontrada em conversores convencionais. Este conversor emprega um circuito de impedância para conectar o conversor a uma fonte primária de energia, como pode ser observado na Fig. 1, e é conhecido como inversor fonte-Z.

Os inversores fonte-Z são particularmente interessantes quando, em um processo de conversão cc-ca, é preciso que o conversor desempenhe duas funções simultaneamente, de converter a tensão cc em ca e de elevação da tensão de saída (como por exemplo, em sistemas fotovoltaicos). Nesse caso, usando conversores convencionais seria necessário usar dois estágios, um de elevação e outro de conversão.

Existem alguns trabalhos com enfoque na modulação PWM para inversores fonte-Z. Por exemplo, em [2] é apresentada uma análise com várias estratégias convencionais de PWM aplicadas ao inversor fonte-Z, e as suas necessidades de ajuste para implementação no inversor fonte-Z. Em [3] um algoritmo apropriado de PWM foi proposto para o circuito composto pela integração do conceito topológico do inversor fonte-Z com a topologia básica do inversor multinível com diodo grampeado, enquanto [4] analisou o desempenho da modulação por largura de pulso aleatória aplicada ao inversor fonte-Z. A modelagem transitória e a análise do inversor fonte-Z com modulação PWM foi proposto em [5].

A implementação do PWM híbrido como uma solução com as mesmas vantagens do PWM vetorial, mas com a simplicidade do PWM escalar, foi inicialmente formulada em

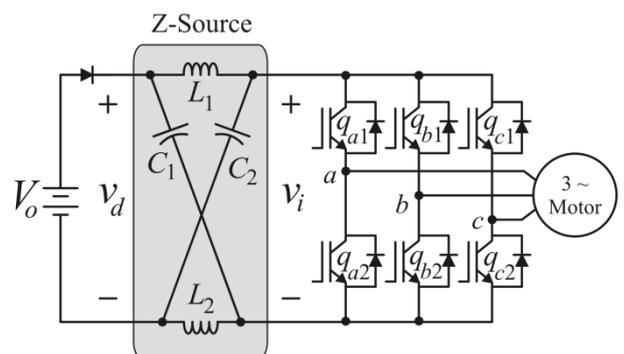


Fig. 1. Inversor Fonte Z

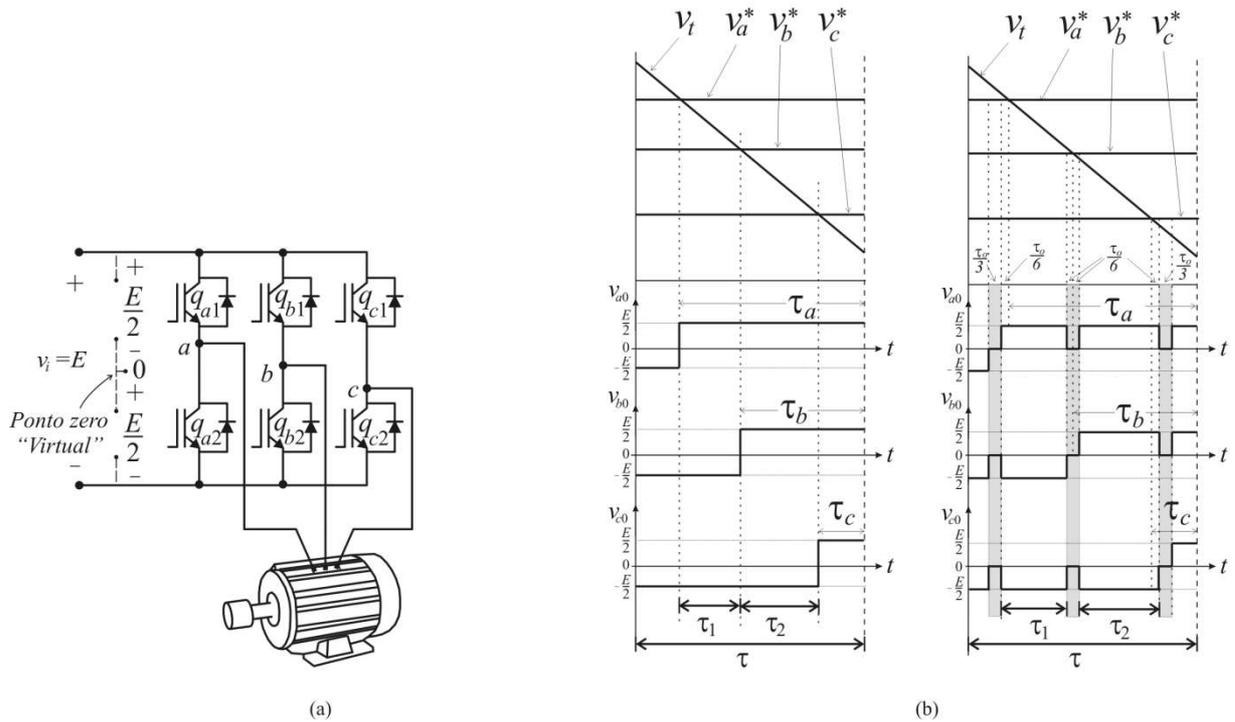


Fig. 2. (a) Inversor destacando o ponto zero virtual ("0"). (b) Geração das tensões de pólo a partir da modulação seno-triângulo do conversor convencional (lado esquerdo) e do inversor fonte-Z (lado direito).

[6] para o inversor fonte de tensão convencional, enquanto [7] apresenta uma modulação digital por largura de pulso para o mesmo inversor convencional.

Este artigo apresenta uma modulação PWM híbrida para o inversor fonte-Z, no qual combina a teoria do PWM vetorial com a fácil implementação do PWM escalar. Tal estratégia reduz o número de operações matemáticas do algoritmo.

A introdução da razão de distribuição de roda livre nesta técnica, permite o desenvolvimento de uma abordagem sistemática para a implementação de técnicas convencionais ou de estratégias modificadas. Simulações e resultados experimentais demonstram a validade do método proposto. Em [8] foi apresentado pelos autores deste trabalho um estudo que pode ser considerado a base deste artigo. Como avanços deste artigo, podemos citar: desenvolvimento detalhado das equações para obtenção do PWM híbrido, considerando neste caso que o curto-circuito causado por um braço afeta as tensões de pólo dos três braços do inversor e resultados de simulação e experimentais considerando todas as possibilidades encontradas na modulação híbrida.

## II. PWM – INVERSOR FONTE-Z

Nesta seção será apresentado, para o inversor fonte-Z, um procedimento para obter resultados equivalentes do PWM vetorial com a implementação do PWM escalar.

Para facilitar a demonstração do PWM híbrido aplicado ao inversor fonte-Z, a tensão na entrada do conversor (\$v\_i\$) é dividida em duas partes, criando assim o ponto zero virtual ("0"), como observado na Fig. 2(a).

Então, as tensões de pólo são definidas como a tensão do ponto central do braço para o ponto "0", o que significa que para o circuito mostrado na Fig. 1 existem três tensões de

pólo: \$v\_{a0}, v\_{b0}\$ e \$v\_{c0}\$. Mostra-se na Fig. 2(b) a geração das tensões de pólo por meio da comparação seno-triângulo para o conversor convencional e o conversor fonte-Z, respectivamente. Como descrito em [1], os vetores nulos de curto-circuito (*shoot-through*) são distribuídos entre os três braços do conversor, enquanto os vetores ativos equivalentes permanecem inalterados. Note que na Fig. 2(b) os tempos \$\tau\_1\$ e \$\tau\_2\$ (intervalos de tempo dos vetores ativos) do conversor fonte-Z [Fig. 2(b) - direita] têm os mesmos valores dos tempos (\$\tau\_1\$ e \$\tau\_2\$) da configuração convencional [Fig. 2(b) - esquerda] garantindo assim os mesmos vetores de tensão aplicados a carga. Durante o intervalo de tempo dos vetores nulos de curto-circuito (*shoot-through*) as tensões de pólo são iguais a zero, já que \$v\_i = 0\$.

Mostra-se na Fig. 3 os sinais que devem ser aplicados em cada chave do conversor para gerar as tensões de pólo da Fig. 2(b). As Figs. 3(a), 3(b) e 3(c) ilustram as variáveis utilizadas para definir o tempo de condução das chaves dos braços \$a, b\$ e \$c\$, respectivamente.

Cada tempo de condução necessita ser recalculado para inserir o tempo do vetor nulo de curto-circuito (\$\tau\_o\$), e este tempo deve ser igualmente distribuído entre os braços, i.e., \$\tau\_o/3\$ para cada braço.

As tensões de referência (\$v\_a^\*, v\_b^\*\$ e \$v\_c^\*\$) que aparecem na Fig. 2(b) e na Fig. 3 podem ser modificadas para garantir as mesmas vantagens do PWM vetorial com a fácil implementação do PWM escalar. Então, as tensões de referência modificadas \$v\_a^{\*'}, v\_b^{\*'}\$ e \$v\_c^{\*'}\$ podem ser definidas a partir das três tensões senoidais de referências (\$v\_a^\*, v\_b^\*\$ e \$v\_c^\*\$) como segue:

$$v_a^{*'} = v_a^* + v_\mu^* \quad (1)$$

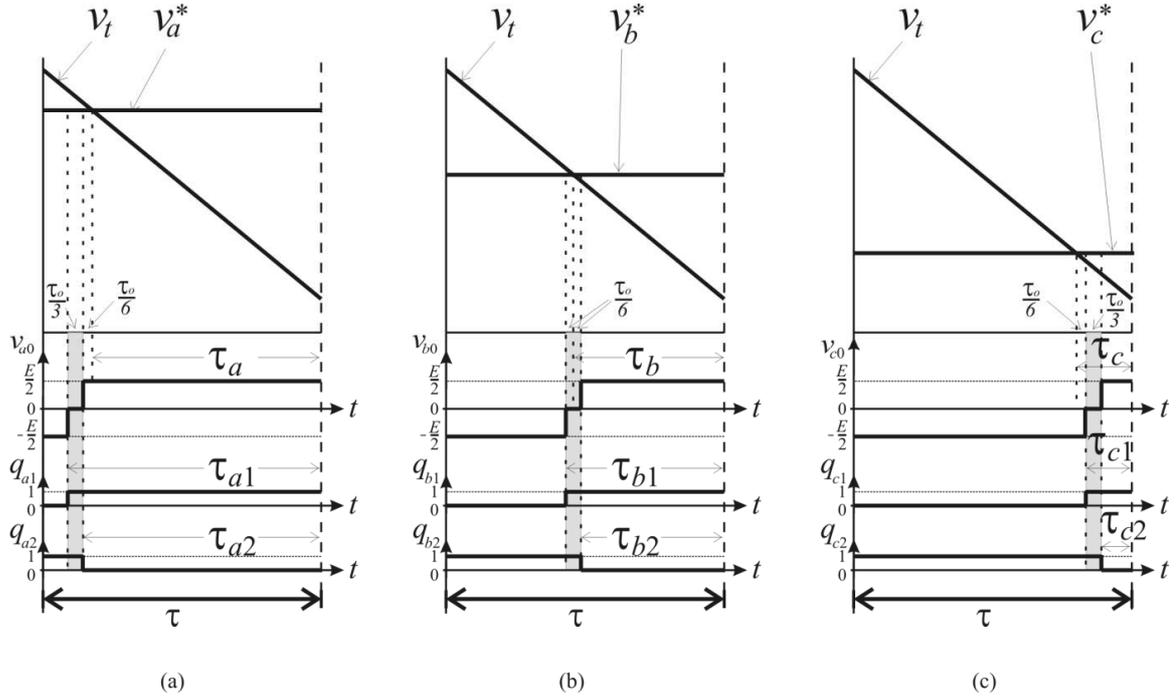


Fig. 3. Estado das chaves do inversor fonte-Z: (a)  $q_{a1}$  e  $q_{a2}$ , (b)  $q_{b1}$  e  $q_{b2}$  e (c)  $q_{c1}$  e  $q_{c2}$

$$v_b^{*'} = v_b^* + v_\mu^* \quad (2)$$

$$v_c^{*'} = v_c^* + v_\mu^* \quad (3)$$

$$v_c^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{c1} - \frac{\tau_o}{3}) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{c1} - \frac{2\tau_o}{3}) \right] \frac{1}{\tau} \quad (10)$$

$$v_c^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{c2}) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{c2} - \tau_o) \right] \frac{1}{\tau} \quad (11)$$

onde  $v_\mu^*$  é a tensão de seqüência zero, ou tensão homopolar.

Observe que (1)-(3) não pode ser resolvido se  $v_\mu^*$  não for obtido. A tensão  $v_\mu^*$  pode ser calculada levando em conta o fator de distribuição de roda livre ( $\mu$ ) como segue:

$$v_\mu^* = E \left( \mu - \frac{1}{2} \right) - \mu v_{max}^* + (\mu - 1) v_{min}^* \quad (4)$$

no qual  $v_{max}^* = \max V$  e  $v_{min}^* = \min V$ , sendo  $V = \{v_a^*, v_b^*, v_c^*\}$ . Esta expressão foi derivada usando a mesma abordagem empregada para obter a modulação PWM para o equivalente triásico considerando o conversor convencional [7], [6].

Os valores médios das tensões em (1) - (3) deve ser igual aos valores médios das tensões de pólo  $v_{a0}$ ,  $v_{b0}$  e  $v_{c0}$ , o que significa que:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau v_j^{*'}(\tau) d\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau v_{j0}(\tau) d\tau, \quad j = a, b, c \quad (5)$$

Reescrevendo a equação (5) e assumindo  $v_j^{*'}(j = a, b, c)$  constante ao longo de  $\tau$ , tem-se:

$$v_a^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{a1} - \tau_o) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{a1}) \right] \frac{1}{\tau} \quad (6)$$

$$v_a^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{a2} - \frac{2\tau_o}{3}) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{a2} - \frac{\tau_o}{3}) \right] \frac{1}{\tau} \quad (7)$$

$$v_b^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{b1} - \frac{2\tau_o}{3}) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{b1} - \frac{\tau_o}{3}) \right] \frac{1}{\tau} \quad (8)$$

$$v_b^{*'} = \left[ \frac{v_i}{2} (\tau_{b2} - \frac{\tau_o}{3}) - \frac{v_i}{2} (\tau - \tau_{b2} - \frac{2\tau_o}{3}) \right] \frac{1}{\tau} \quad (9)$$

A partir das equações (6)-(11) é possível calcular os intervalos de tempo  $\tau_{j1}$  e  $\tau_{j2}$ , ( $j = a, b$  e  $c$ ):

$$\tau_{a1} = \left( \frac{v_a^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau + \frac{\tau_o}{2} \quad (12)$$

$$\tau_{a2} = \left( \frac{v_a^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau + \frac{\tau_o}{6} \quad (13)$$

$$\tau_{b1} = \left( \frac{v_b^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau + \frac{\tau_o}{6} \quad (14)$$

$$\tau_{b2} = \left( \frac{v_b^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau - \frac{\tau_o}{6} \quad (15)$$

$$\tau_{c1} = \left( \frac{v_c^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau - \frac{\tau_o}{6} \quad (16)$$

$$\tau_{c2} = \left( \frac{v_c^*}{v_i} + \frac{1}{2} \right) \tau - \frac{\tau_o}{2} \quad (17)$$

Além disso, a Fig. 4 mostra que os tempos de aplicação do vetor ativo,  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , permanecem inalterados mesmo com a adição dos vetores nulos *shoot-through* e da tensão homopolar  $v_\mu^*$  adicionada às tensões de referência  $v_j^*(j = a, b$  e  $c)$ .

Este procedimento é válido para a condição apresentada nas Figs. 2, 3 e 4, no qual  $v_a^* > v_b^* > v_c^*$ . No entanto esta análise pode ser generalizada utilizando o conceito de máximo ( $\tau_M$ ), mínimo ( $\tau_m$ ) e intermediário ( $\tau_i$ ). No caso da Fig. 4, a ordem é  $\tau_M = \tau_a$ ,  $\tau_i = \tau_b$  e  $\tau_m = \tau_c$ . Reescrevendo (12) - (17), para fins de generalização, tem-se que:

$$\tau_{M1} = \tau_M + \frac{\tau_o}{2} \quad (18)$$

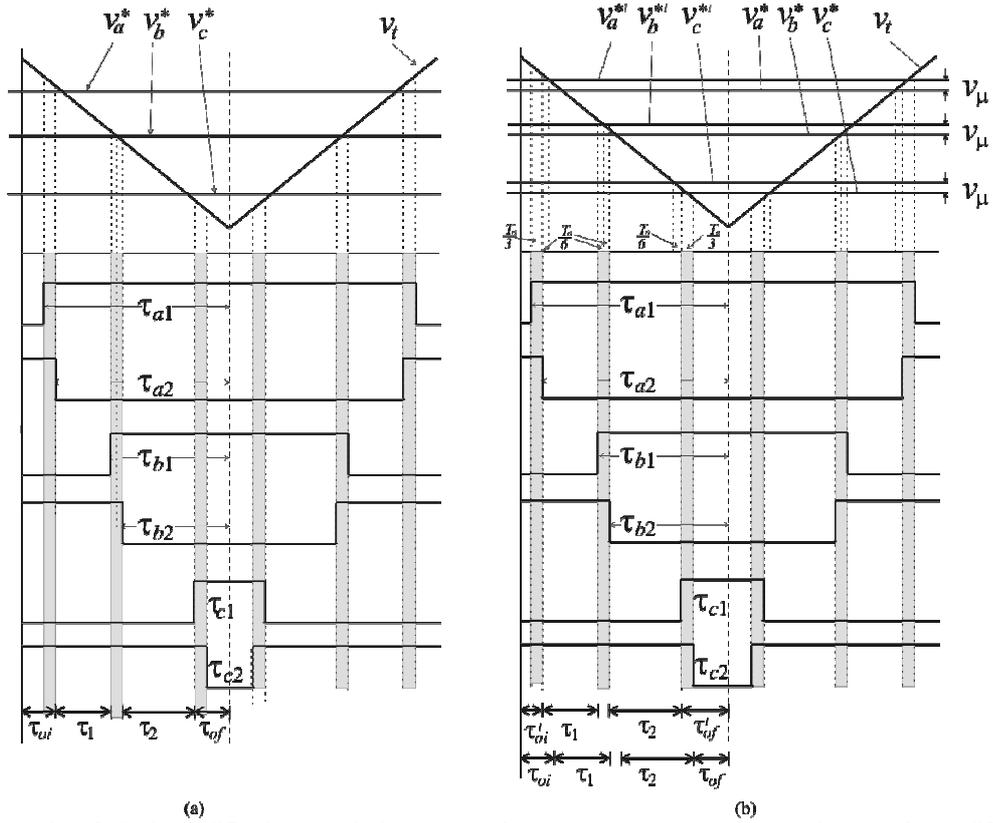


Fig. 4. Tensões de referência modificadas a partir do  $v_\mu^*$  para o inversor Fonte Z: (a) com  $v_\mu^* = 0$  e com (b)  $v_\mu^*$  diferente de zero

$$\tau_{M2} = \tau_M + \frac{\tau_o}{6} \quad (19)$$

$$\tau_{i1} = \tau_i + \frac{\tau_o}{6} \quad (20)$$

$$\tau_{i2} = \tau_i - \frac{\tau_o}{6} \quad (21)$$

$$\tau_{m1} = \tau_m - \frac{\tau_o}{6} \quad (22)$$

$$\tau_{m2} = \tau_m - \frac{\tau_o}{2} \quad (23)$$

no qual  $\tau_M = \max\{\tau_a, \tau_b \text{ e } \tau_c\}$ ,  $\tau_m = \min\{\tau_a, \tau_b \text{ e } \tau_c\}$  e  $\tau_i$  é o valor intermediário entre  $\{\tau_a, \tau_b \text{ e } \tau_c\}$ .

### III. IMPLANTAÇÃO DE SOFTWARE

O procedimento para obter resultados equivalentes ao PWM vetorial com a implementação do escalar consiste em:

1. Definir as tensões de referência  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  e  $v_c^*$ ;
2. Selecionar o valor desejado de  $\mu$  e calcular  $v_\mu^*$  a partir de (4);
3. Calcular  $v_a^{*'}$ ,  $v_b^{*'}$  e  $v_c^{*'}$  a partir das equações (1)-(3);
4. Ordenar pela magnitude dos intervalos de tempo os valores de  $\tau_M$ ,  $\tau_i$  e  $\tau_m$ ;
5. Calcular  $\tau_{j1}$  e  $\tau_{j2}$  ( $j = a, b \text{ e } c$ ) com as equações (18)-(23);
6. Programar os seis *timers* associados com as fases utilizando os valores de  $\tau_{j1}$  e  $\tau_{j2}$  ( $j = a, b \text{ e } c$ ).

A técnica para geração do PWM simétrico pode ser empregada, como observado na Fig. 4.

### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Os dados utilizados na simulação são apresentados na tabela I.

Figs. 5 e 6 apresentam os resultados das simulações do sistema da Fig. 1 com o algoritmo proposto. Figs. 5(a), (b) e (c) mostram o mesmo conjunto de variáveis para  $\mu = 0.0$ ,  $\mu = 0.5$  e  $\mu = 1.0$ , respectivamente, enquanto as Figs. 6(a), (b), (c) e (d) apresentam o mesmo conjunto de variáveis com o  $\mu$  variando entre 0 e 1 para diferentes ângulos de fase:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  respectivamente. O  $v_\mu^*$  foi obtido a partir de (4). Os resultados mostrados nestas figuras são respectivamente: a tensão de referência modificada  $v_a^{*'}$ ; o estado de uma das chaves ( $qa_1$ ); corrente na carga ( $i_a$ ); tensão na carga ( $v_a$ ); e a capacidade de *boost* do inversor fonte-Z ( $v_{cl}$  e  $V_o$ ). Note que, a estratégia PWM aplicada ao inversor fonte-Z garante a função *boost* do sistema de acionamento, bem como o controle da máquina trifásica, apesar da tensão  $v_\mu^*$ .

TABELA I

Frequência de chaveamento	10kHz
$C_1 = C_2$	1100 $\mu$ F
$L_1 = L_2$	2mH
$V_o$	100V
$\tau_o$	20 $\mu$ s
Índice de modulação	0,9

### V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As Figs. 7, 8, 9 e 10 mostram os resultados experimentais do sistema da Fig. 1, com o algoritmo proposto, para o

mesmo conjunto de variáveis variando apenas o valor de  $\mu$ :  $\mu=0.0$ ,  $\mu=0.5$ ,  $\mu=1.0$  e  $\mu$  variando entre 0 e 1 com uma defasagem de  $90^\circ$ , respectivamente. Nestas figuras apresenta-se respectivamente: (a) tensão de pólo de referência ( $v_a^*$ ); (b) tensão de pólo; (c) correntes de fase ( $i_a$ );

(d) tensão de fase ( $v_a$ ); (e) e a capacidade de *boost* do inversor fonte-Z ( $v_{cl}$  e  $V_o$ ). Note que a estratégia PWM aplicada ao inversor fonte-Z garante a função *boost* do sistema de acionamento, bem como o controle da máquina trifásica. A Fig. 11 mostra a foto da instalação experimental.

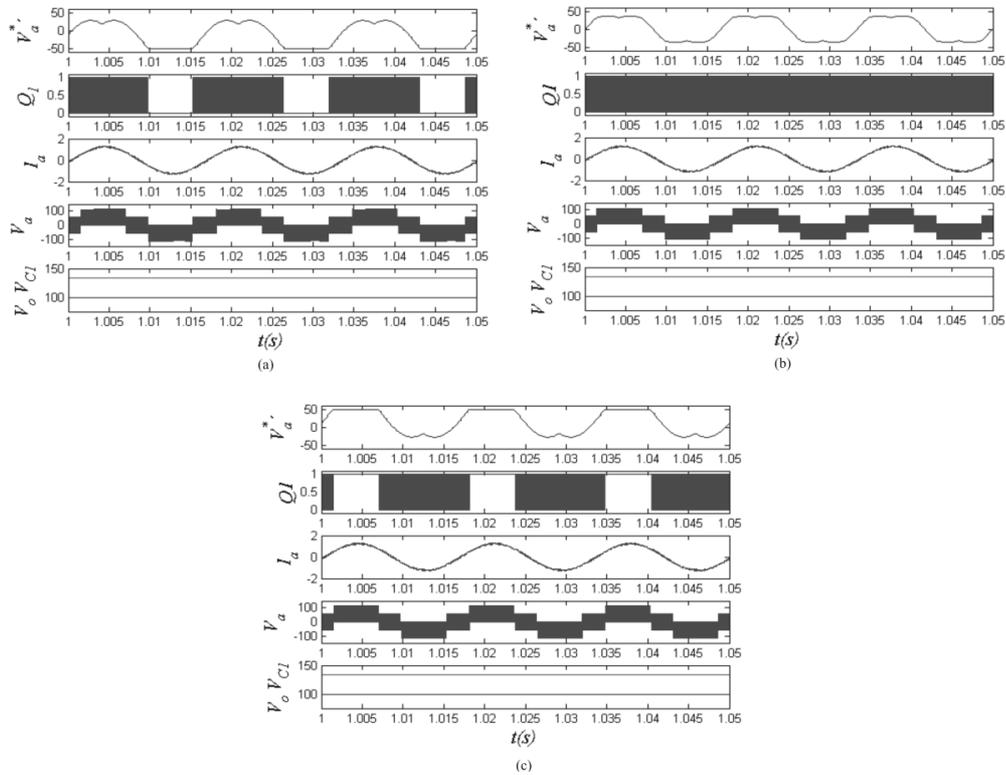


Fig. 5. Resultados de simulação para diferentes valores de  $\mu$ . (a)  $\mu=0.0$ , (b)  $\mu=0.5$  e (c)  $\mu=1.0$ .

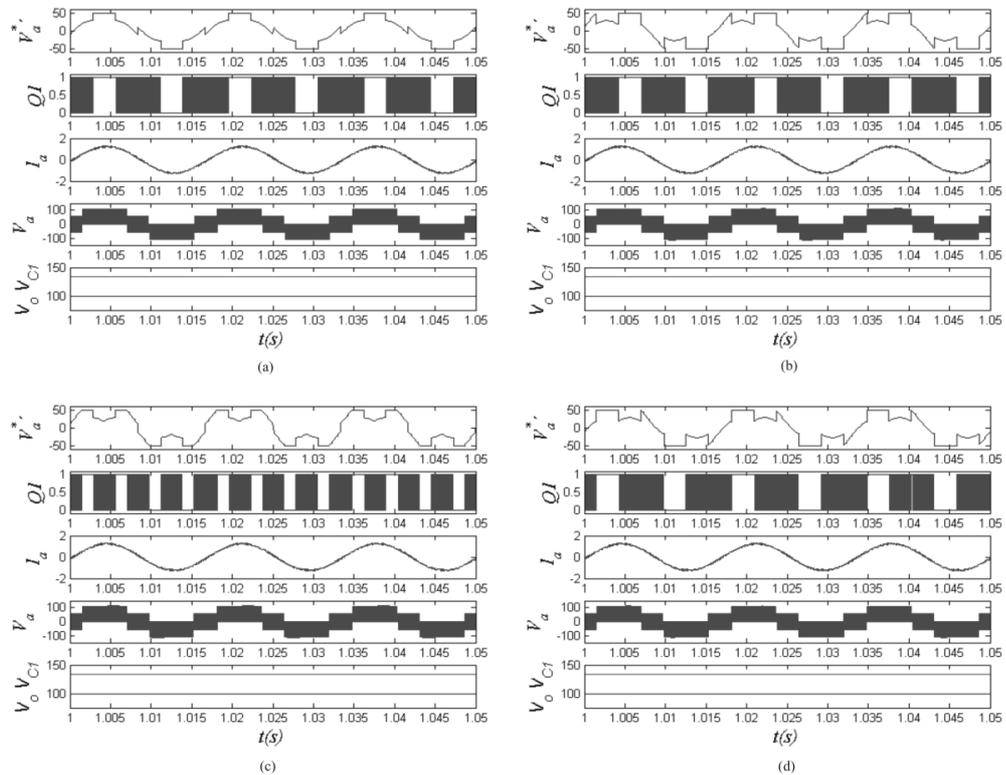
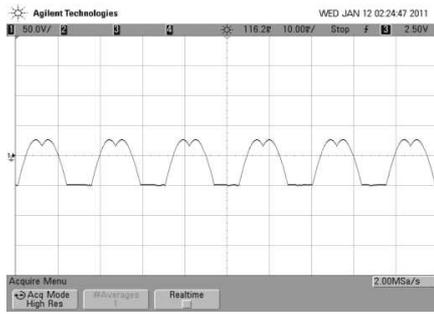
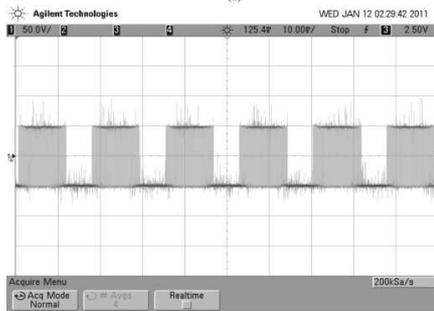


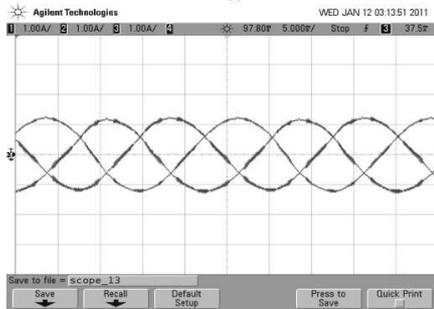
Fig. 6. Resultados de simulação para diferentes valores de  $\mu$  variando entre 0 e 1: (a)  $0^\circ$ , (b)  $30^\circ$ , (c)  $60^\circ$  e (d)  $90^\circ$



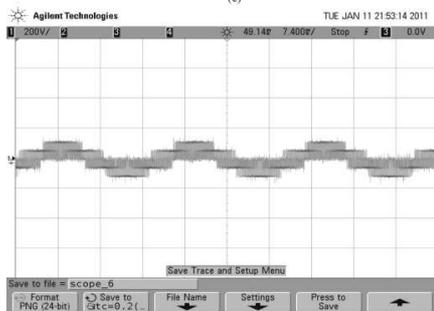
(a)



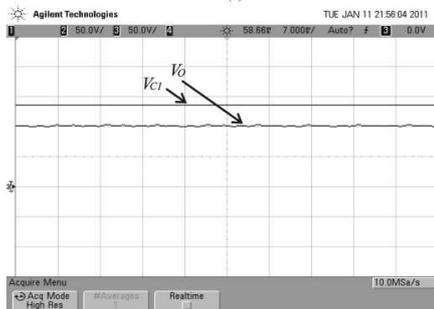
(b)



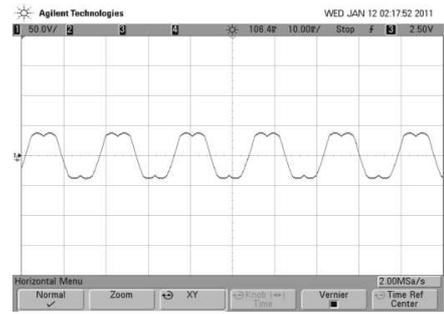
(c)



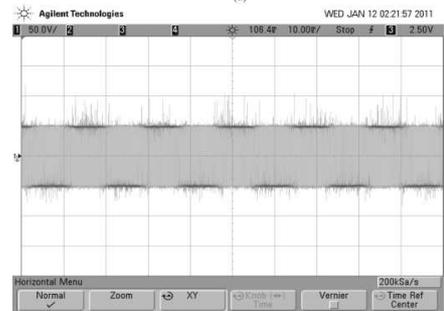
(d)



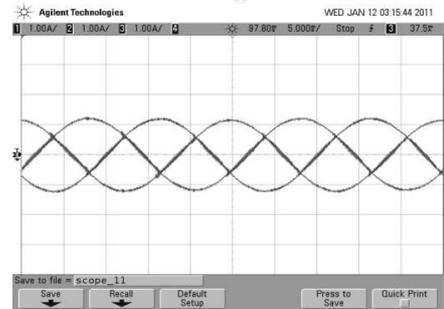
(e)



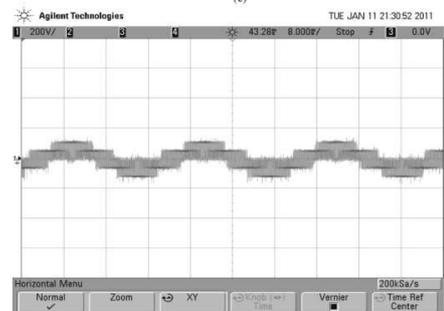
(a)



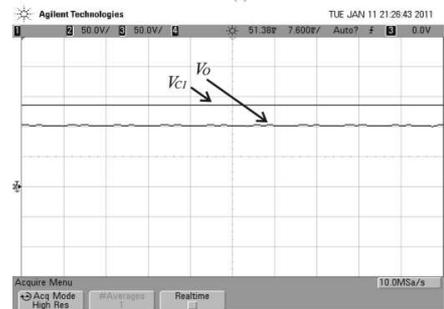
(b)



(c)



(d)



(e)

Fig. 7. Resultados experimentais para  $\mu = 0.0$ : (a) tensão de pólo de referência ( $v_a^* - 50V/div$ ), (b) tensão de pólo ( $50V/div$ ), (c) correntes de fase ( $i_a - 1A/div$ ), (d) tensão de fase ( $v_a - 200V/div$ ) e (e) capacidade de boost do inversor fonte-Z ( $v_{c1}$  e  $V_o - 50V/div$ ).

Fig. 8. Resultados experimentais para  $\mu = 0.5$ : (a) tensão de pólo de referência ( $v_a^* - 50V/div$ ), (b) tensão de pólo ( $50V/div$ ), (c) correntes de fase ( $i_a - 1A/div$ ), (d) tensão de fase ( $v_a - 200V/div$ ) e (e) capacidade de boost do inversor fonte-Z ( $v_{c1}$  e  $V_o - 50V/div$ ).

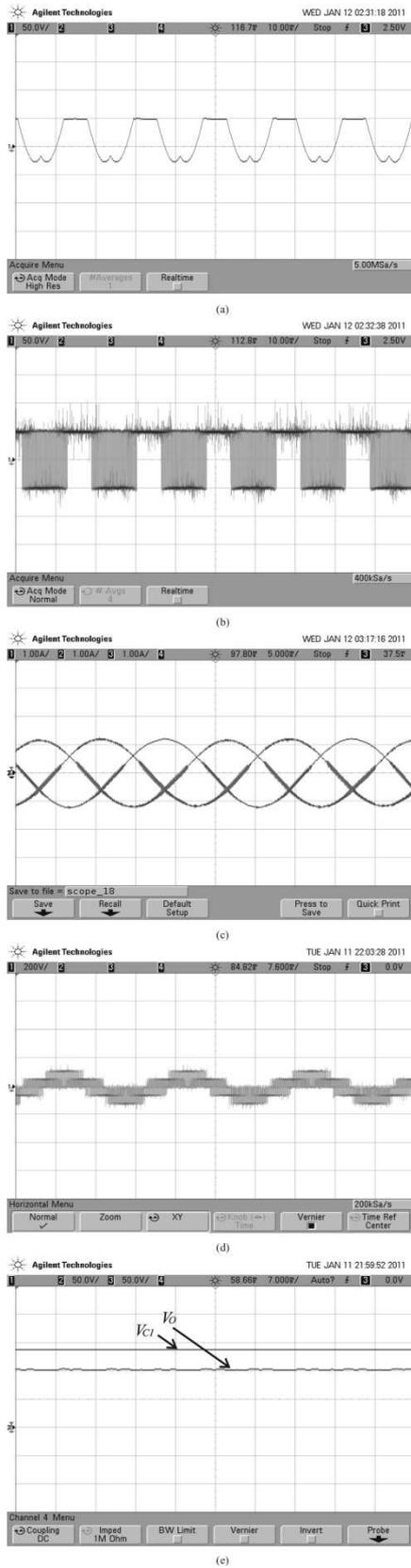


Fig. 9. Resultados experimentais para  $\mu = 1.0$ : (a) tensão de pólo de referência ( $v_a^* - 50V/div$ ), (b) tensão de pólo ( $50V/div$ ), (c) correntes de fase ( $i_a - 1A/div$ ), (d) tensão de fase ( $v_a - 200V/div$ ) e (e) capacidade de *boost* do inversor fonte-Z ( $v_{c1}$  e  $V_o - 50V/div$ ).

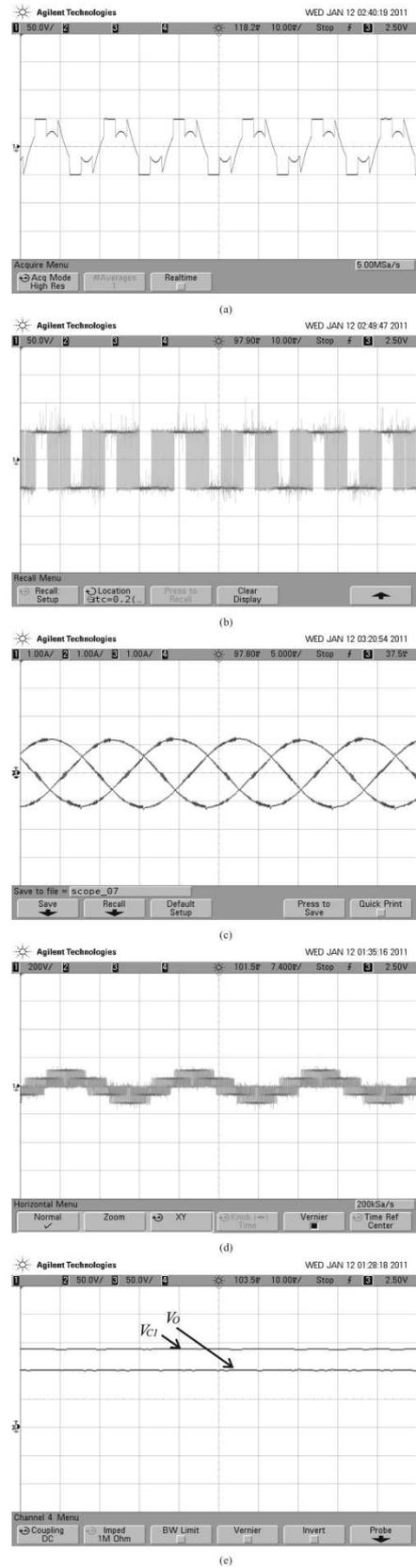


Fig. 10. Resultados experimentais para  $\mu$  variando entre 0 e 1 com defasagem de  $90^\circ$ : (a) tensão de pólo de referência ( $v_a^* - 50V/div$ ), (b) tensão de pólo ( $50V/div$ ), (c) correntes de fase ( $i_a - 1A/div$ ), (d) tensão de fase ( $v_a - 200V/div$ ) e (e) capacidade de *boost* do inversor fonte-Z ( $v_{c1}$  e  $V_o - 50V/div$ ).

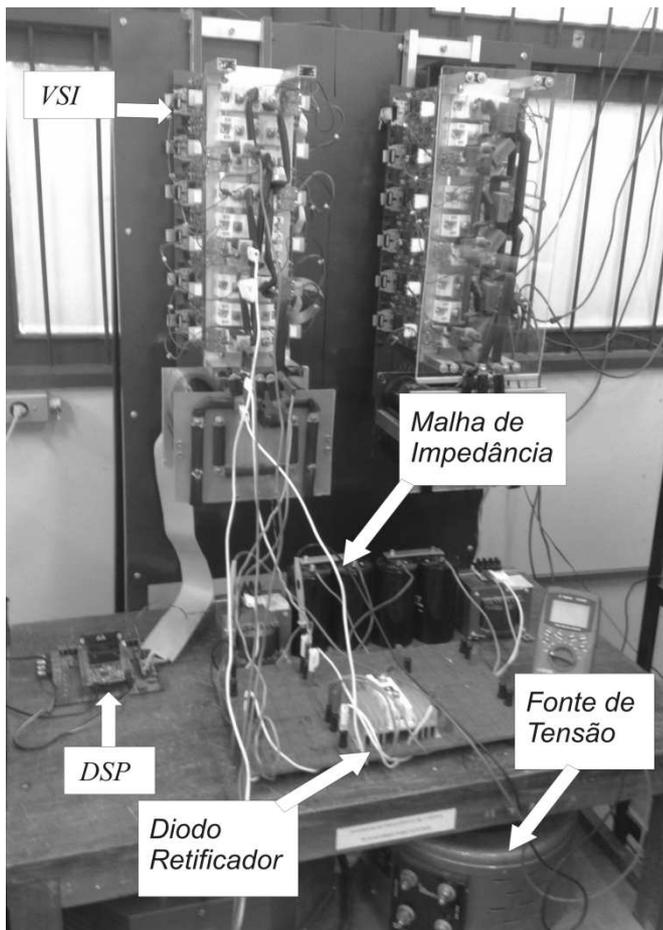


Fig. 11. Instalação experimental

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho é apresentada uma estratégia híbrida de PWM aplicada ao inversor fonte-Z. Esta técnica de modulação aplicada ao inversor fonte-Z combina o PWM vetorial com a fácil implementação do PWM escalar. A introdução de uma razão de distribuição nesta técnica permite o desenvolvimento de uma abordagem sistemática para a implementação tanto das técnicas convencionais quanto para as estratégias modificadas por vetor, incluindo até mesmo o vetor *shoot-through*, nulo, inerente ao inversor fonte-Z. Resultados experimentais demonstram a viabilidade do PWM híbrido para o inversor fonte-Z. A estratégia proposta foi comparada com a modulação vetorial a partir do número de operações matemáticas realizadas em cada um dos algoritmos, o resultado desta comparação é que a estratégia proposta apresenta uma redução de aproximadamente 50% no número de operações.

## VII. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro à realização deste trabalho.

## VIII. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. Z. Peng, "Z-source inverter," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, pp. 504 – 510, March/April 2003.
- [2] P. C. Loh, D. M. Vilathgamuwa, Y. S. Lai, G. T. Chua, and Y. Li, "Pulse-width modulation of z-source inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, pp. 1346 – 1355, Nov. 2005.
- [3] P. C. Loh, F. Gao, F. Blaabjerg, S. Y. C. Feng, and K. N. J. Soon, "Pulse-width modulated of z-source neutral-point-clamped inverter," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 43, pp. 1295 – 1308, Sep./Oct. 2007.
- [4] F. Gao, P. C. Loh, D. M. Vilathgamuwa, and F. Blaabjerg, "Performance analysis of random pulse-width modulated z-source inverter with reduced common mode switching," in *Proc. IEEE PESC*, pp. 1 – 7, 2006.
- [5] P. C. Loh, D. M. Vilathgamuwa, C. J. Gajanayake, y. R. Lim, and C. W. Teo, "Transient modeling and analysis of pulse-width modulated z-source inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, pp. 498 – 507, March 2007.
- [6] V. Blasko, "Analysis of a hybrid PWM based on modified space-vector and triangle-comparison methods," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 33, pp. 756 – 764, May/June 1996.
- [7] C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, E. R. C. da Silva, R. N. C. Alves, and P. F. Seixas, "Digital scalar pulse-width modulation: a simple approach to introduce non-sinusoidal modulation waveforms," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 16, pp. 351 – 359, May 2001.
- [8] Santos Jr., E. C. dos, Pimentel Filho, E. P. X., Oliveira, A. C. and Silva, E. R. C., "Hybrid Pulse Width Modulation for Z-Source Inverters.," *IEEE Energy Conversion Congress & Expo, 2010, Atlanta. ECCE 2010*, 2010.