

IMPLEMENTAÇÃO DE MODELOS DE INDUTORES SATURÁVEIS EM PROGRAMAS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA SEQÜENCIAL AUTOMÁTICA

Denizar Cruz Martins e Luiz Cláudio S. dos Santos

Universidade Federal de Santa Catarina
Depto. de Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico
Instituto de Eletrônica de Potência
Cx. Postal 5119 - 88040-970 – Florianópolis – SC
Fone: (048) 331-9204 – FAX: (048) 234-5422

Resumo - O objetivo deste trabalho é realizar uma síntese a respeito dos modelos de indutores saturáveis, apresentando estudos comparativos entre os modelos de melhor desempenho publicados na literatura nos últimos vinte anos. Entre os diversos modelos já apresentados destacam-se: o modelo linear por partes a dois ou mais níveis, o modelo hiperbólico e o modelo polinomial. Cada um desses modelos será estudado observando-se os itens relativos a: facilidade de implementação, precisão e velocidade de cálculo. O modelo escolhido será implementado em um programa de simulação numérica seqüencial automática, destinado à análise de conversores estáticos de potência. Serão apresentados resultados de simulação e experimentais obtidos a partir de um protótipo de laboratório.

b) Simulação Seqüencial: o conversor é tratado sob a forma de uma rede de malhas elétricas. O funcionamento global do sistema estudado é decomposto em uma sucessão de seqüências elementares definidas pela condução ou não dos semicondutores. Dois métodos podem ser apresentados:

b.1) Com a Priori: algumas seqüências de funcionamento são previamente conhecidas. Este método não pode ser empregado no estudo de novas topologias ou conversores clássicos sujeitos a funcionamento anormal (defeitos).

b.2) Sem a Priori ou Automática: nenhuma seqüência de funcionamento poderá ser eliminada. O encadeamento das seqüências é efetuado automaticamente através das propriedades funcionais dos modelos dos semicondutores. Este método é aplicável ao estudo de qualquer tipo de estrutura sob qualquer condição de comando e/ou controle.

Portanto, é fácil concluir que o método de simulação seqüencial sem “a priori”, comumente denominado na literatura como método de simulação seqüencial automática (simulação global), é o método naturalmente indicado para o estudo e análise global dos conversores estáticos.

No início da década de 80, alguns modelos de indutores saturáveis aplicados à simulação seqüencial automática de conversores estáticos foram desenvolvidos. Rumsey [2] foi o primeiro a apresentar um modelo de indutor não linear em paralelo com uma indutância linear, onde o resistor passava de um alto valor ($M\Omega$) para um baixo valor ($m\Omega$), em função do grau de saturação do indutor. Esse método requer um conjunto relativamente elevado de circuitos auxiliares para produzir a não linearidade do resistor. Outros métodos mais elaborados foram propostos [3], [4], [5], e mais recentemente o modelo de Harada & Sakamoto [6], aplicado aos conversores quase ressonantes com comutação do tipo ZVS (Zero Voltage Switching), que teve boa aceitação pela comunidade científica da área, embora o modelo em si seja exclusivamente desenvolvido para o conversor especificado acima.

Dentre os modelos propostos, três deles apresentam compatibilidade com o método de simulação seqüencial automática, são eles: modelo linear por partes, modelo hiperbólico e modelo polinomial. É intenção dos autores realizar neste artigo um estudo criterioso comparando esses modelos no que concerne à simplicidade de implementação, precisão e velocidade de cálculo. Os modelos mencionados foram implementados no programa PROSCES [7].

I. INTRODUÇÃO

A simulação numérica de indutores levando em conta o problema de saturação é uma preocupação constante dos Engenheiros da área elétrica. Nos últimos vinte anos vários modelos matemáticos foram propostos e estudados, apresentando soluções compatíveis com os resultados experimentais obtidos em laboratório. Um dos modelos mais utilizados foi proposto por Bowers & Sedore [1] no início da década de 70, que consiste em um modelo linear por partes a vários níveis, sendo que o modelo a dois níveis é empregado com maior frequência, devido principalmente à sua simplicidade de implementação.

O grande problema dos modelos apresentados na década de 70 consistia na dificuldade de sua aplicabilidade em programas de simulação global, ou seja, programas de simulação numérica seqüencial automática. Em geral os algoritmos desenvolvidos eram utilizados na solução de circuitos específicos não tendo o caráter abrangente, ou seja, global.

Na elaboração de um programa de simulação numérica de conversores estáticos é possível destacar-se duas famílias:

a) Simulação Funcional: neste método o conversor é encarado como um bloco que realiza uma dada função (função retificador, função conversor CC-CC, função inversor, etc.). Essa representação funcional do conversor nem sempre é possível; é o caso de quando há uma forte interdependência entre o conversor e os outros elementos do sistema, por exemplo: condução descontínua, gradador, etc.

II. PRINCÍPIO TEÓRICO DO INDUTOR NÃO LINEAR

Como ponto de partida para este estudo, considerar-se-á que o material ferromagnético apresenta o ciclo de histerese mostrado na Figura 1.

A equação (1) mostra a lei de Ampère válida para materiais ferromagnéticos, sendo que o termo i_M é definido como corrente de magnetização, cujo valor representa o efeito do núcleo de ferro e i representa a corrente real que percorre a bobina.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \cdot (i + i_M) \quad (1)$$

onde: B - indução magnética (Tesla)
 l - comprimento do núcleo (m)
 μ_0 - permeabilidade do vácuo (H/m)

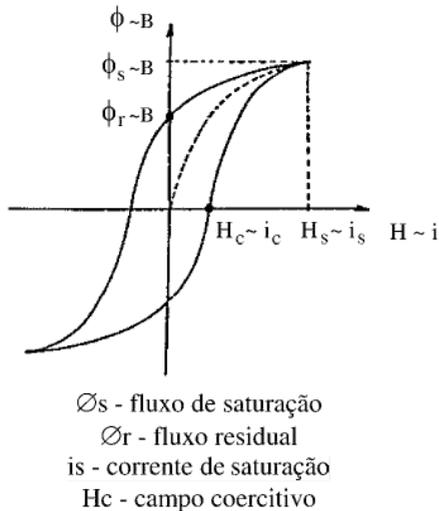


Figura 1: Curva de Magnetização

A corrente i_M está relacionada com a magnetização do material a partir da expressão seguinte:

$$\oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = i_M \quad (2)$$

A magnetização \mathbf{M} é definida como sendo igual ao momento magnético por unidade de volume do material ferromagnético, isto é:

$$d\mathbf{v} = \mathbf{M} \cdot (\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) \quad (3)$$

onde, $d\mathbf{v}$ é a soma vetorial de todos os dipolos atômicos contidos no material ferromagnético, \mathbf{A} é a área da seção reta e $(\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$ é a unidade de volume do material considerado. Portanto:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \cdot i + \mu_0 \cdot \oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} \quad (4)$$

ou ainda:

$$\oint \left(\frac{\mathbf{B} - \mu_0 \cdot \mathbf{M}}{\mu_0} \right) \cdot d\mathbf{l} = i \quad (5)$$

A grandeza $\left(\frac{\mathbf{B} - \mu_0 \cdot \mathbf{M}}{\mu_0} \right)$ é definida como intensidade de campo magnético \mathbf{H} , e a partir dela é obtida a curva de magnetização (Figura 1).

$$\mathbf{H} = \left(\frac{\mathbf{B} - \mu_0 \cdot \mathbf{M}}{\mu_0} \right) \quad \therefore \quad \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H} + \mu_0 \cdot \mathbf{M} \quad (6)$$

onde, $(\mu_0 \cdot \mathbf{H})$ é a parcela linear e $(\mu_0 \cdot \mathbf{M})$ parcela não linear que depende das propriedades magnéticas do material. No vácuo, onde não há nenhum dipolo magnético para ser orientado, a magnetização \mathbf{M} é nula, portanto $\mu_0 \cdot \mathbf{M} = 0$. Em geral a relação B_s/B_r (Figura 1) deve ser baixa, na ordem de 0,1 [5]. A lei de Ampère pode ser escrita agora de uma maneira mais simples, que ainda é válida na presença de meios magnéticos.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i \quad (7)$$

A expressão do fluxo magnético concatenado é dada pela equação (8). Através dela é possível se obter o valor de indutância, tendo em vista que esta última é definida pela inclinação da curva $\phi \times I$.

Assim:

$$\phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (8)$$

$$L = \frac{d\phi}{dI} \quad (9)$$

III. ANÁLISE DOS MODELOS

Estudos realizados selecionaram três modelos potencialmente em condições de serem aplicados em um método de simulação seqüencial automática. Algumas adaptações foram necessárias nos modelos originais para torná-los compatíveis com o método de simulação proposto. Neste parágrafo serão apresentados os modelos e discutidas suas principais características. É importante salientar, que nesta primeira fase dos estudos, a histerese magnética não foi considerada.

A. Modelo linear por partes (2 estágios)

Este modelo é definido pela curva $\phi \times I$ mostrada na Figura 2. A equação que o define é a seguinte:

$$\phi(I) = \begin{cases} \frac{\phi_s}{I_s} \cdot I, & p/ \quad 0 \leq I \leq I_s \\ \phi_s + L_s (I - I_s), & p/ \quad I \geq I_s \end{cases} \quad (10)$$

$$\phi(I) = \phi_s + L_s (I - I_s), \quad p/ \quad I \geq I_s$$

onde:

$$L_s = \left. \frac{d\phi}{dI} \right|_{I \rightarrow \infty} \quad (11)$$

Esse valor representa a indutância que o indutor assume após atingir a saturação (I_s é a corrente de saturação).

Portanto, sabendo que $L_s = \frac{d\phi}{dI}$ obtém-se a seguinte relação, que pode ser observada graficamente na Figura 3.

$$L(I) = \begin{cases} \frac{\phi_s}{I_s}, & p/ \ 0 \leq I \leq I_s \\ L_s, & p/ \ I \geq I_s \end{cases} \quad (12)$$

Percebe-se dessa maneira que, para o modelo linear a dois estágios, o indutor assume apenas dois valores fixos, dependendo somente da corrente que o atravessa ter atingido ou não a saturação. Este modelo, por sua própria característica, é o mais simples de todos, por essa razão, na literatura, ele também é conhecido como modelo simplificado.

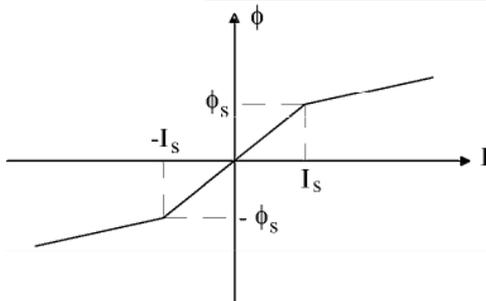


Figura 2: Modelo Linear por Partes a Dois Estágios

— Uma versão mais elaborada desse modelo consiste em realizar uma linearização em três, quatro ou mais estágios, dependendo do grau de aperfeiçoamento que se deseja do modelo. Com isso, o indutor assume tantos valores fixos quanto forem os estágios de linearização. É fácil perceber que à medida que a quantidade de estágios lineares aumenta, o grau de dificuldade para implementação do modelo torna-se maior e a velocidade de resposta diminui, contudo a qualidade dos resultados é sensivelmente melhorada.

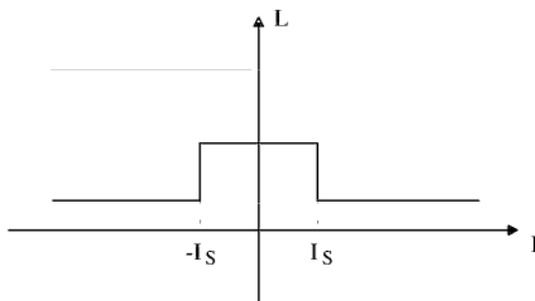


Figura 3: Representação Gráfica de $L(I)$ para o Modelo Linear a Dois Estágios

B. Modelo Polinomial

Este modelo é caracterizado pela curva $\phi \times I$ representada na Figura 4. Do ponto de vista matemático, ele é representado pela equação (13) [5].

$$\begin{aligned} \phi(I) &= \alpha_1 \cdot I + \alpha_2 \cdot I^2 + \alpha_3 \cdot I^3, & p/ \ 0 \leq I \leq I_s \\ \phi(I) &= \phi_s + L_s(I - I_s), & p/ \ I \geq I_s \end{aligned} \quad (13)$$

$$\phi(-I) = -\phi(I)$$

onde:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= L_0 \\ \alpha_2 &= \frac{3 \cdot \phi_s}{I_s^2} - \frac{(2 \cdot L_0 - L_s)}{I_s} \\ \alpha_3 &= \frac{(L_s - L_0)}{I_s^2} - \frac{2 \cdot \phi_s}{I_s^3} \end{aligned}$$

Como pode-se perceber, α_1 , α_2 e α_3 são valores constantes que dependem apenas de determinados parâmetros do indutor, tais como: L_0 , que é o valor que o indutor assume quando a corrente que o atravessa é nula; L_s , que foi visto anteriormente na equação (11); corrente de saturação e fluxo de saturação.

A partir da equação (13) obtém-se a relação da indutância:

$$\begin{aligned} L(I) &= \alpha_1 + 2 \cdot \alpha_2 \cdot I + 3 \cdot \alpha_3 \cdot I^2, & p/ \ 0 \leq I < I_s \\ L(I) &= L_s, & p/ \ I \geq I_s \end{aligned} \quad (14)$$

A representação gráfica da equação (14) é mostrada na Figura 5.

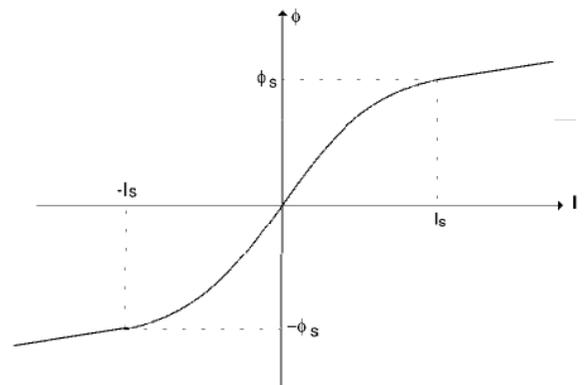


Figura 4: Modelo Polinomial

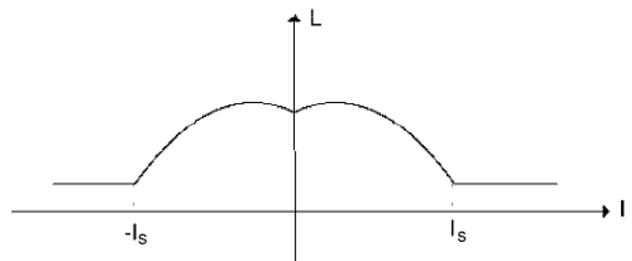


Figura 5: Representação Gráfica de $L(I)$ para o Modelo Polinomial

C. Modelo Hiperbólico

Este é um método clássico, cuja curva característica $\phi \times I$ vista na Figura 6 é descrita por uma única expressão, dada pela equação (15).

$$\phi(I) = L_s \cdot I + \tanh\left(\frac{L_o - L_s}{\phi_s} \cdot I\right) \quad (15)$$

Derivando-se essa expressão em função da corrente, obtém-se a equação (16) que define o valor da indutância:

$$L(I) = L_s + (L_o - L_s) \cdot \cosh^{-2}\left(\frac{L_o - L_s}{\phi_s} \cdot I\right) \quad (16)$$

Sua curva característica pode ser vista na Figura 7.

Observa-se que este método não apresenta descontinuidades como os anteriores e, que a corrente de saturação não aparece diretamente no equacionamento do algoritmo, o que mostra ser um modelo atraente para aplicações numéricas.

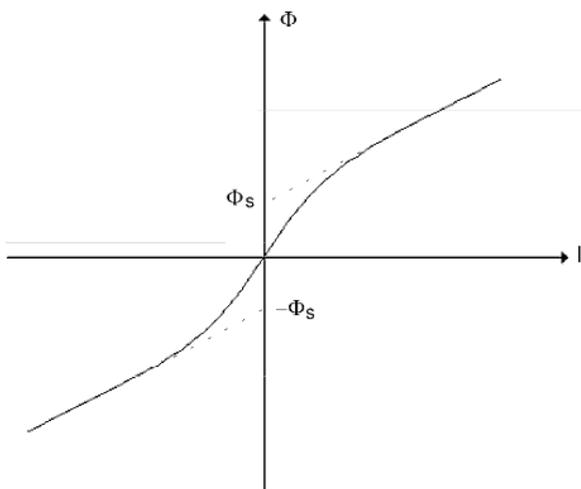


Figura 6: Modelo Hiperbólico

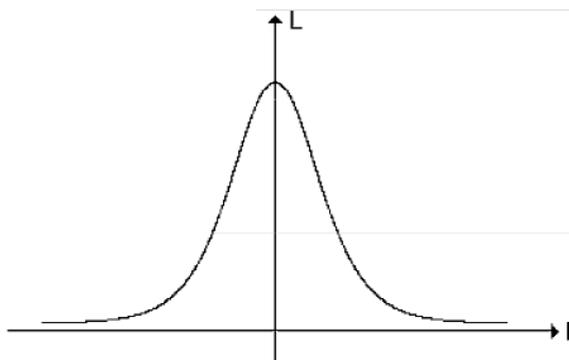


Figura 7: Representação Gráfica de L(I) para o Modelo Hiperbólico

IV. RESULTADOS OBTIDOS E COMENTÁRIOS

Os modelos apresentados no item 3 foram implementados no programa PROSCES, sendo realizados estudos comparativos de seus desempenhos.

Inicialmente, um circuito de laboratório empregando-se indutor não linear (Figura 8), foi montado para verificação dos resultados obtidos por simulação.

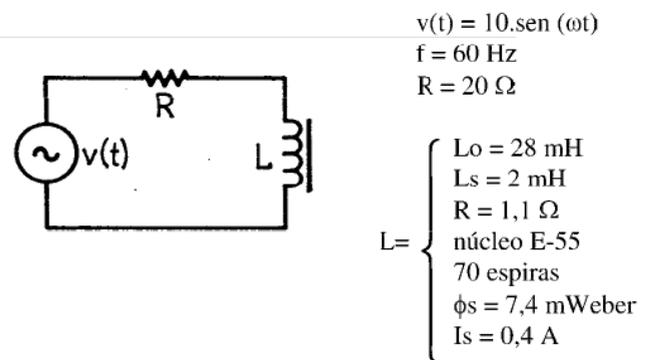


Figura 8: Circuito montado em laboratório

A Figura 9 mostra os resultados referentes à superposição entre os modelos hiperbólico e polinomial. Observa-se que a diferença de valores entre eles não chega a ser muito importante. É possível afirmar que, sob o ponto de vista de resultado final, eles são bastante próximos. Na Figura 10 estão representados os resultados superpostos dos modelos linear a dois níveis e polinomial. Neste caso, verifica-se diferenças de até 20%.

A Figura 11 apresenta a tensão e a corrente no indutor não linear obtidas por simulação para o modelo polinomial. Comparando esses resultados com os da Figura 12, obtida experimentalmente, verifica-se que os resultados são compatíveis, o que demonstra a boa qualidade do modelo polinomial.

No que se refere à velocidade do cálculo, o modelo hiperbólico se mostrou mais lento que o polinomial cerca de 15%. Já o modelo linear a dois níveis se encontra na mesma ordem de grandeza do polinomial.

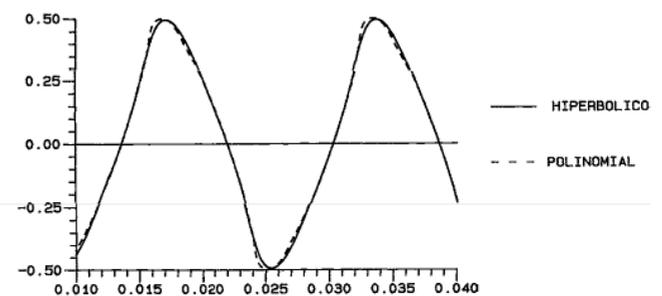


Figura 9.a: Corrente

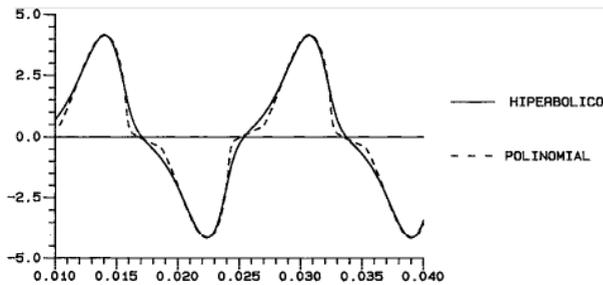


Figura 9.b: Tensão no indutor

Figura 9: Superposição entre os modelos hiperbólicos e polinomial

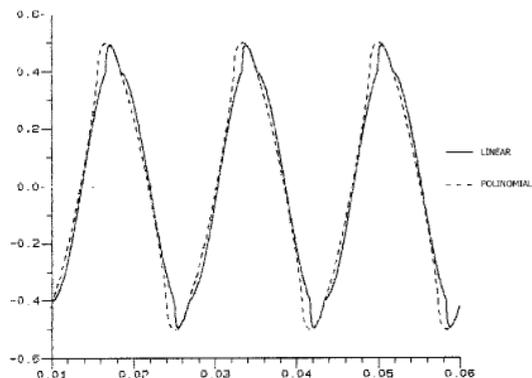


Figura 10.a: Corrente

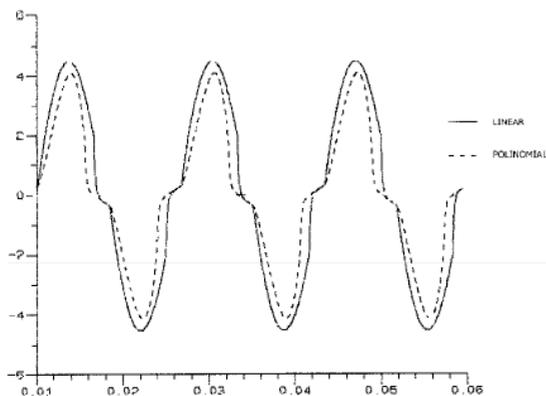


Figura 10.b: Tensão no indutor

Figura 10: Superposição entre os modelos linear e polinomial

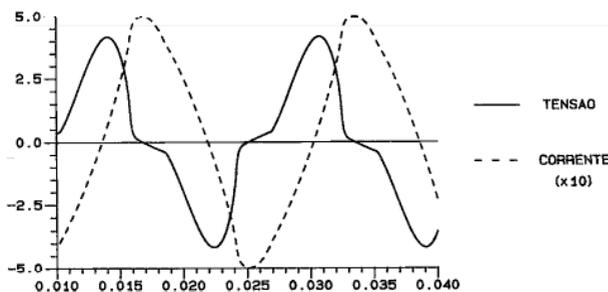
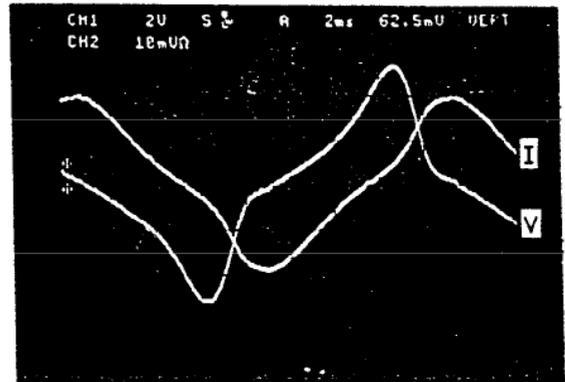


Figura 11: Resultados de simulação – Modelo Polinomial



Escalas: Tensão - 2V/div
Corrente - 0,2 A/div
Tempo - 2ms/div

Figura 12: Resultados experimentais - Tensão e corrente no indutor não linear

O segundo circuito a ser testado foi o conversor Full-Bridge ZVS-PWM com indutor não linear [8], cuja estrutura é mostrada na Figura 13. Este circuito foi montado para a verificação dos resultados obtidos por simulação.

Os parâmetros do conversor são os seguintes:

$$E = 300 \text{ V}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 400 \text{ pF}$$

$$\left. \begin{array}{l} L = 100 \mu\text{H} \\ R = 38 \Omega \end{array} \right\} \text{ carga}$$

$$L_r \rightarrow \begin{cases} L_0 = 60 \mu\text{H} \\ L_S = 5 \mu\text{H} \\ I_S = 1,25 \text{ A} \end{cases}$$

$$f_S = 100 \text{ kHz}$$

Os resultados de simulação desta estrutura, utilizando os três modelos, são apresentados nas Figuras 14, 15 e 16.

Os tempos de simulação para 20 ciclos de chaveamento são mostrados nos itens abaixo:

- Simulação com o Modelo Linear a 2 Estágios: 1 min e 56,88 s
- Simulação com o Modelo Polinomial: 1 min e 53,30 s
- Simulação com o Modelo Hiperbólico: 2 min e 00,40 s
- Simulação com o Indutor Linear: 1 min e 31,00 s

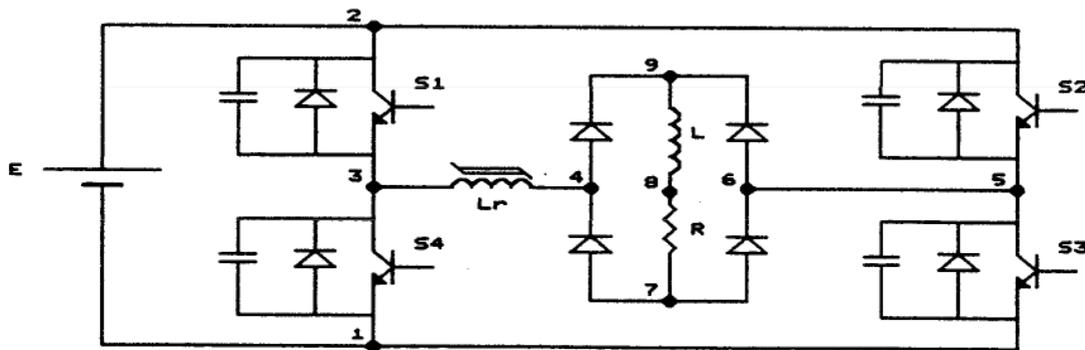


Figura 13: Estrutura do Full-Bridge ZVS-PWM com indutor não linear

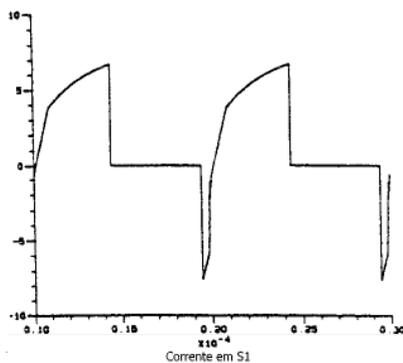


Figura 14: Simulação usando o Modelo Linear

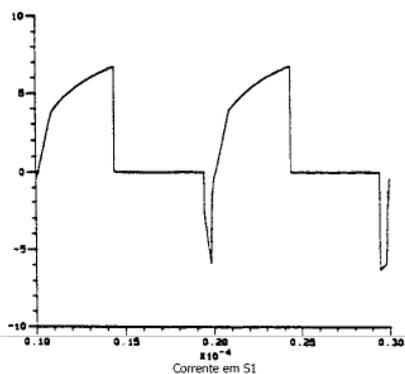


Figura 15: Simulação usando o Modelo Polinomial

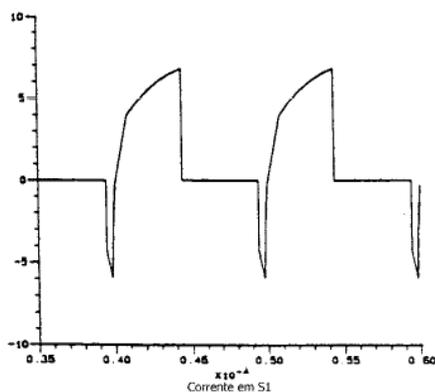


Figura 16: Simulação usando o Modelo Hiperbólico

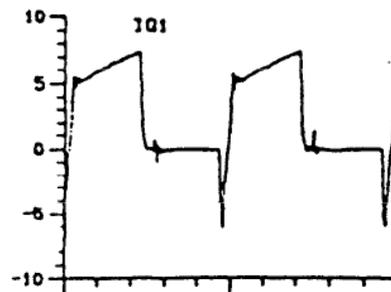


Figura 17: Resultados experimentais da Estrutura Full-Bridge (Corrente na Chave S_1)

Verifica-se, que em termos de ordem de grandeza, as diferenças apresentadas entre os resultados experimentais e os obtidos por simulação, podem ser consideradas satisfatórias. As pequenas discrepâncias encontradas, são em decorrência da simplicidade do modelo proposto e da não inclusão da histerese magnética. A inserção desses itens está em fase de estudo, e será tema de trabalhos futuros.

V. COMENTÁRIOS

Os estudos realizados até o presente momento deixam claro que, dos três modelos apresentados, o modelo linear a dois níveis é o mais simples; porém, seus resultados não são muito apurados. Já os outros dois modelos, o polinomial e o hiperbólico, possuem uma precisão mais acentuada, podendo-se destacar ainda o fato de que o modelo hiperbólico, ao contrário do polinomial (que por ser definido por duas expressões, apresenta uma pequena descontinuidade no valor da indutância ao atingir a saturação), é definido por uma única expressão, que lhe garante continuidade e, dessa forma, uma melhor precisão. Porém, em velocidade de cálculo, o método hiperbólico se mostrou mais lento que o polinomial, sem que isso represente uma diferença significativa na qualidade dos resultados apresentados por esses dois modelos. Desse modo, o modelo polinomial se apresenta como uma alternativa interessante para aplicação na simulação numérica seqüencial automática envolvendo indutores não lineares.

VI. CONCLUSÃO

Como primeira conclusão óbvia do estudo realizado, verifica-se que os três modelos apresentados podem ser aplicados sem qualquer restrição em programas de simulação numérica seqüencial automática, que se destinem ao estudo e análise de conversores estáticos de potência. Os modelos polinomial e hiperbólico permitem uma simulação rápida e relativamente precisa no que concerne a análise de circuitos práticos de interesse industrial. Do ponto de vista de rapidez, facilidade de implementação e precisão, o modelo polinomial mostrou um comportamento bastante satisfatório. Entretanto, o modelo hiperbólico pode ser aplicado como parte inicial, para uma eventual inserção da histerese magnética, utilizando um algoritmo como, por exemplo, o de Jiles-Atherton [9, 10].

É importante salientar que, apesar da menor precisão apresentada, o modelo linear não deve ser totalmente descartado. Para muitas aplicações de ordem global, sua utilidade está a nível dos outros modelos.

Salienta-se, ainda, que este trabalho apresenta apenas alguns dos principais resultados obtidos dentro dessa linha de pesquisa e que estudos mais abrangentes deverão ser encadeados a partir deste trabalho. Pretende-se aqui mostrar, tão somente, a idéia fundamental referente aos estudos de modelos de indutores saturáveis. É intenção dos autores elaborar um algoritmo que permita ao usuário entrar, via teclado, com qualquer outra formulação que represente a não linearidade dos indutores. Pretende-se ainda, introduzir no algoritmo proposto o efeito da histerese magnética que, para muitas aplicações, representa uma influência importante no comportamento do conversor.

Por fim, os autores estão convencidos de que dispor de um programa de simulação automática com possibilidade de estudo de elementos não lineares é uma ferramenta necessária e muito importante na análise e projeto de circuitos em Eletrônica de Potência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J.C. Bowers & S.R. Sedore (1971). "A Computer Program for Circuit and Systems Analysis", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 239 – 250.
- [2] D.L. Rumsey (1980). "A Saturating Transformer Model for Spice", in Proc. 15th Intersoc., Energy Conversion Engineering Conf., pp. 95-99.
- [3] J.K. Watson (1981). "On the Nonlinearities of Inductors Using Linear Ferrite Toroidal Cores", in IEEE Trans. Magnetics, Vol. MAG – 17, n^o 3, pp. 1320 – 1325.
- [4] D. Pey & P. O. Lauritzen (1980). "A Computer Model of Magnetic Saturation and Hysteresis for use on SPICE 2", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. PE – 1, pp. 101-110.
- [5] A. Barili, A. Brambilla, G. Cottafava & E. Dallago (1988). "A Simulation Model for the Saturable Reactor", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 35, N^o 2, pp. 301-306.
- [6] K. Harada & H. Sakamoto (1990). "On the Saturable Inductor Commutation for Zero-Voltage Switching", IEEE Power Electronics Specialists Conf. Rec., pp. 189 - 196.
- [7] D. C. Martins. "PROSCES Programa de Simulação de Conversores Estáticos". Programa registrado na Secretaria de Política de Informática e Automação – Coordenação Geral de Software, Serviços e Aplicações da Informática - N^o do Cadastro: 33483-9 - N^o do Processo: 3698/94-7. Versão 0.1 – Abril/1994.
- [8] R. N. do Prado (1993). "Efeitos do Indutor Ressonante Não Linear sobre o Comportamento dos Conversores Quase-Ressonantes com Comutação sob Tensão Nula". Tese de Doutorado. INEP – UFSC.
- [9] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Ferromagnetic hysteresis", IEEE Trans. Magn., vol. 19, pp. 2183-2185, September 1983.
- [10] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 61, pp. 48-60, 1986.

DADOS BIOGRÁFICOS

Denizar Cruz Martinz, nasceu em São Paulo – São Paulo, em 24 de Abril de 1955. Formou-se em Engenharia Elétrica e obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC em 1978 e 1981, respectivamente. Concluiu o Doutorado no INPT, Toulouse – França, em 1986. Atualmente é professor titular do Depto. de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC. O Prof. Denizar já realizou 29 consultorias e obteve 01 patente. Sua área de atuação compreende: desenvolvimento de conversores para tratamento de energia solar e simulação de Conversores Estáticos. Ele é membro da SOBRAEP, da SBA e do IEEE.

Luiz Cláudio S. dos Santos, nasceu em Tubarão – Santa Catarina, em 23 de Fevereiro de 1974. Formado Técnico em Eletrônica em 1993 pela Escola Técnica Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC. Atualmente é estudante de graduação em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC. Bolsista de iniciação científica do CNPq, atuando no INEP - Instituto de Eletrônica de Potência desde 1995, no suporte ao desenvolvimento do programa de simulação de conversores estáticos – PROSCES. Possui um artigo internacional, na área de simulação numérica.