

# ESTUDO DO INVERSOR BIFÁSICO DE TENSÃO DE TRÊS BRAÇOS PARA ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO OPERANDO NA REGIÃO DE SOBREMÓDULAÇÃO

Denizar Cruz Martins, Luis C. Tomaselli, Telles B.Lazzarin e Ivo Barbi

Universidade Federal de Santa Catarina

Departamento de Engenharia Elétrica

Instituto de Eletrônica de Potência

CEP 88040-970 - Caixa Postal 5119 - Florianópolis, SC - Brasil

email: denizar@inep.ufsc.br, lcandido@aneel.gov.br; telles@labspot.ufsc.br; ivobarbi@inep.ufsc.br

**Resumo** – Neste artigo estuda-se o inversor bifásico de tensão de três braços operando na região de sobremodulação. O desempenho do sistema, no que se refere ao aproveitamento do barramento CC, pode ser melhorado com a elevação da tensão de saída através do funcionamento na região não-linear. São analisadas duas técnicas e, proposta uma terceira trabalhando na região não-linear com trajetória elíptica. A nova técnica permite reduzir o conteúdo harmônico da tensão de saída. São apresentados resultados experimentais empregando modulação vetorial para sua implementação.

**Palavras Chave:** Inversores de tensão bifásicos, modulação vetorial, sobremodulação, motor de indução bifásico.

## TWO PHASE VOLTAGE INVERTER WITH THREE LEGS OPERATING IN THE OVERMODULATION RANGE

**Abstract** – In this paper a two-phase voltage inverter with three legs operating in the overmodulation range is presented. The performance of the system can be improved by increasing the output voltage through the operation in the non linear area. Two solutions are studied and it is also proposed a new one to operate in the non linear area: the elliptical locus. The new solution is able to reduce the harmonic content. All solutions are analyzed, but only the elliptical locus is implemented and the experimental results are shown.

**Keywords:** Two-phase voltage inverter, vector modulation, overmodulation, Two-phase induction motor.

### I. INTRODUÇÃO

O inversor bifásico de tensão com três braços (Fig. 1) possui duas regiões de operação bem estabelecidas [2]: a região de operação linear e a região de operação não-linear. A região de operação linear é definida como sendo aquela em que o vetor de saída iguala-se ao vetor de referência multiplicado por uma constante. A partir do momento em

que isto não se respeita, inicia-se a operação na região não-linear.

Na Fig. 2 observa-se ambas as regiões, sendo a região linear delimitada por uma circunferência, por se usar duas senóides com defasagem de noventa graus, entre si, como referência. Ao restringir que o conversor opere na região linear limita-se a máxima amplitude da tensão fundamental, normalizada com relação ao valor médio da tensão de barramento, em  $1/\sqrt{2}$ pu. Considerando que o barramento CC seja obtido por meio de um retificador não controlado de onda completa, a máxima tensão média de saída é  $\sqrt{2}V_{in\text{ef}}$  (desconsiderando as não idealidades [ $V_{in\text{ef}}$  = tensão de entrada eficaz]). Deste modo, a máxima tensão de saída, eficaz, por fase do acionamento é  $(1/\sqrt{2})V_{in\text{ef}}$ . Portanto, não se aproveita toda a tensão disponível na rede para fazer o acionamento do motor. Outra opção seria o retificador dobrador de tensão, contudo o uso de um capacitor eletrolítico a mais não compensa por duas razões, a saber. A primeira é seu custo, que na potência em estudo é comparável aos dois diodos; em segundo sua confiabilidade é menor do que a dos diodos.

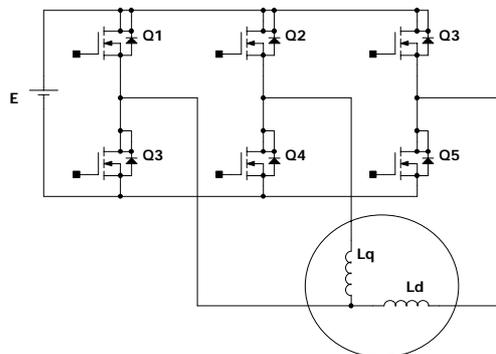


Fig. 1. Inversor bifásico de tensão com três braços.

Ainda, levando em conta o fato de que se deseja utilizar um motor com a tensão nominal igual à da rede de alimentação, observa-se que, não é possível extrair dele o máximo torque disponível para uma faixa de frequências abaixo do valor nominal. Esta perda de torque é prejudicial à dinâmica do sistema. Assim a operação na região não-linear torna-se importante em algumas aplicações, tal qual acionamentos com torque de carga quadrático, pois se consegue uma elevação do torque médio mesmo com o surgimento de ondulação no torque. Ao trabalhar na região não linear, ressalta-se que o motor começa a ter características de uma máquina monofásica (lembra-se que o

Artigo submetido em 27 de junho de 2005. Primeira revisão em 3 de agosto de 2005. Segunda revisão em 27 de setembro de 2005. Aceito por recomendação do Editor José Antenor Pomilio.

protótipo foi testado com uma máquina bifásica simétrica), isto porque é fisicamente impossível manter as tensões defasadas de noventa graus elétricos.

Observando o plano que delimita os vetores de tensão possíveis do inversor trifásico (Fig. 2), trabalhando para gerar tensões bifásicas, chega-se a conclusão de que se pode operar na região de sobremodulação de dois modos distintos.

O primeiro modo possível de ser considerado seria a operação na região de sobremodulação utilizando uma técnica desenvolvida para motores de indução trifásicos simétricos e adaptada para este caso [1]. Basicamente, altera-se o vetor de referência no momento em que sua trajetória tende a sair do hexágono para que esta siga sobre o lado deste. Contudo a evolução média da tensão de saída apresenta harmônicos de baixa ordem por conta desta não linearidade. O segundo modo, proposto neste artigo, é permitir que a trajetória do vetor de referência seja elíptica. Ao invés de alimentar o motor com duas tensões senoidais defasadas de noventa graus, permite-se que o ângulo entre estas diminua. Com isto é possível aumentar a tensão de saída disponível sem a presença de harmônicos na evolução média da tensão de saída.

Deve-se lembrar que ambas as técnicas, embora aumentem o torque médio, fazem com que surja um torque oscilante sobreposto. O motivo é o mesmo: diminuição do ângulo entre as tensões fundamentais.

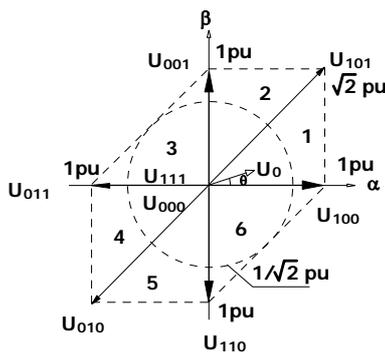


Fig. 2. Vetores básicos dos padrões de comutação com valores normalizados.

## II. OPERAÇÃO COMO INVERSOR DE ONDA QUADRADA

Este estudo é necessário, pois é um dos limites de operação para o primeiro esquema de operação na região de sobremodulação. Caracteriza-se pelo vetor de saída assumir, somente, estados discretos. Para se obter as formas de onda da tensão de saída, neste modo de operação, imagina-se o vetor de referência descrevendo uma trajetória circular sobre o hexágono não regular dado pela Fig. 2. Como somente os estados discretos podem ser utilizados, toma-se o vetor mais próximo ao vetor de referência para compor a tensão de saída, ou seja, de  $-45^\circ$  a  $22,5^\circ$  utiliza-se o estado 100, de  $22,5^\circ$  a  $67,5^\circ$  o estado 101, de  $67,5^\circ$  a  $135^\circ$  o estado 001, de  $135^\circ$  a  $-157,5^\circ$  o estado 011, de  $-157,5^\circ$  a  $-112,5^\circ$  o estado 010 e de  $-112,5^\circ$  a  $-45^\circ$  o estado 110 (observar Fig. 2).

Assim determinam-se as tensões de cada braço do inversor bem como as tensões diferenciais (Fig. 3). Efetuando a análise de Fourier destas encontra-se:

$$v_{ac}(t) = \frac{2V_{cc}}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(0,982k) + \text{sen}(2,16k)}{k} \cos(k\omega t - 12,25) \quad (1)$$

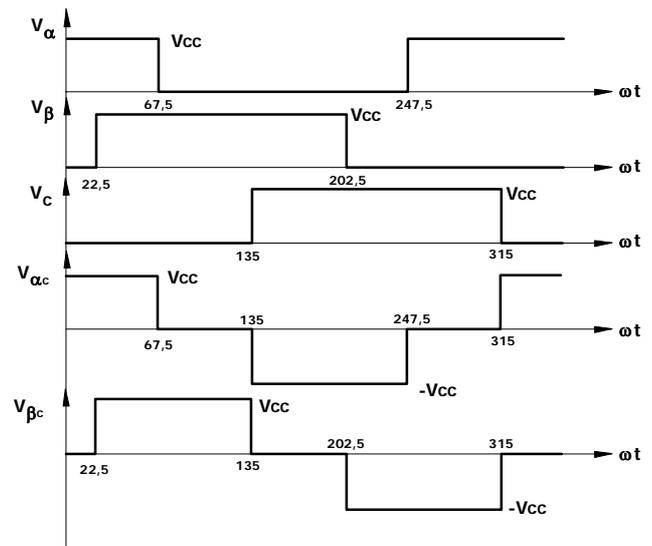


Fig. 3. Formas de onda do inversor bifásico de onda quadrada.

Para a outra tensão diferencial muda-se a fase da expressão acima. Para  $k = 1$ , o valor da amplitude da fundamental é aproximadamente  $1,059V_{cc}$  o que equivale a dizer que a tensão eficaz de saída é próxima do valor da entrada. Contudo, embora o valor eficaz da fundamental tenha aumentado, a presença das harmônicas de baixa frequência cria um demérito para esta modulação, à medida que aumentam a ondulação de torque e as perdas da máquina. A TDH neste modo de operação é de 0,334.

O índice de modulação ( $M$ ) é definido como a relação entre o valor eficaz da fundamental da tensão de saída do inversor na modulação empregada ( $V_{ef1}$ ) pelo valor eficaz da fundamental da tensão de saída na operação com onda quadrada ( $V_{efqua}$ ); assim:

$$M = \frac{V_{ef1}}{V_{efqua}} \quad (2)$$

## III. TÉCNICA DE SOBREMÓDULAÇÃO CLÁSSICA

Nesta se modifica o vetor de referência, ângulo e amplitude, para poder aproveitar a região não-linear de sobremodulação. Deste modo, o vetor de referência original, definido em (3), é modificado para (4), ou seja, sua trajetória é alterada para ficar contida dentro do hexágono não regular para depois ser levado ao modulador PWM. Divide-se em três regiões de operação: modulação convencional, modo I e modo II de operação [1]. A seguir analisa-se cada região em separado.

$$\underline{U}_0^* = U_0 e^{j\alpha} \quad (3)$$

$$\underline{U}_p^* = U_p e^{j\alpha_p} \quad (4)$$

onde:

$U_0^*$  = vetor referência;

$U_p^*$  = vetor modificado;

$U_0$  = amplitude do vetor referência;

$U_p$  = amplitude do vetor modificado;

$\alpha$  = ângulo do vetor referência e  
 $\alpha_p$  = ângulo do vetor modificado.

**A. A. Modulação Convencional**

Em todos os quadrantes é aplicada ao modulador PWM a referência convencional [1, 3, 4].

**B. Modo I de operação**

Quando o vetor de referência atinge o índice de modulação de  $1/\sqrt{2}$  pu para os quadrantes II e IV, este é modificado, conquanto para os quadrantes I e III não sofre alteração. Assim, estuda-se a operação nos quadrantes II e IV, no modo I de operação.

Analisa-se o segundo quadrante, sendo válidos os resultados para o quarto quadrante. O círculo tracejado é a trajetória da referência desejada (Fig. 4) e a linha sólida é a trajetória da referência modificada. Nota-se que em determinadas regiões o inversor opera na região linear e o cômputo dos tempos associados aos vetores não sofre alteração. Contudo, quando a trajetória sai do hexágono o inversor utiliza somente os dois estados adjacentes, sem utilizar os vetores nulos, consecutivamente. Deste modo, a tensão de saída média evolui sobre a trajetória formada pelo lado do hexágono. Os tempos associados aos vetores adjacentes, nesta condição, são alterados para [5]:

$$t_1 = T_s \frac{\cos(\theta - 90)}{\sin(\theta) - \cos(\theta)} \quad (5)$$

$$t_2 = T_s - t_1 \quad (6)$$

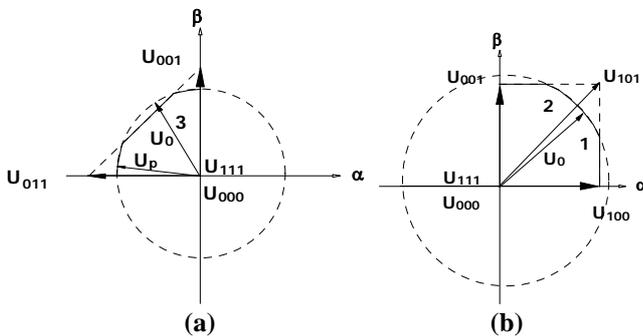


Fig. 4. Representação do modo I de operação no segundo (a) e primeiro (b) quadrantes.

No quarto quadrante as expressões são válidas, porém (5) é usada para o cômputo de  $t_2$  ao invés de  $t_1$ . A Fig. 5 apresenta os tempos parametrizados para os vetores em função do ângulo do vetor de referência. Simplifica-se a equação (5), para facilitar a implementação [5]:

$$t_1 = T_s \left( 1 - \frac{2 \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right)}{\pi} \right) \quad (7)$$

O período de comutação,  $T_s$ , deve ser corrigido para permitir que o número de comutações seja constante (agora não se utilizam os vetores nulos). Quando a trajetória do vetor de referência modificado segue todo o lado do hexágono, dentro do quadrante, este modo de operação termina, ou seja, obtém-se a máxima tensão de saída possível neste caso.

A trajetória do vetor modificado para diferentes valores na tensão de referência é apresentada na Fig. 6. A tensão fundamental da referência modificada em função da amplitude do vetor de referência é mostrada na Fig. 7. Com este método consegue-se aumentar a tensão eficaz disponível de 0,707 pu para aproximadamente 0,91 pu.

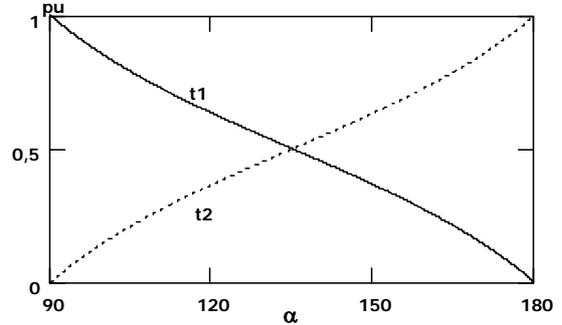


Fig. 5. Tempos associados aos vetores parametrizados em função do ângulo do vetor de referência.

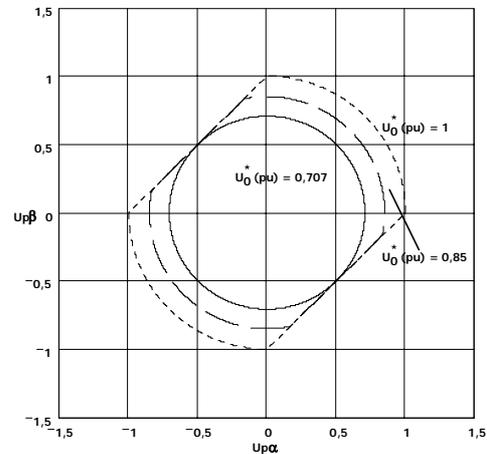


Fig. 6. Trajetória do vetor de referência modificado para diferentes vetores de referência.

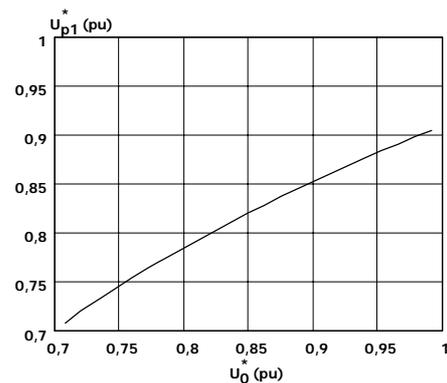


Fig. 7. Tensão fundamental de saída (pu) em função do vetor de referência (pu) sem correção.

Quando o vetor de referência possui uma amplitude maior do que 1 pu, esta passa a ser modificada nos quadrantes I e III, conquanto nos quadrantes II e IV a trajetória do vetor de referência segue sobre os lados do hexágono (Fig. 6). Deste modo, pode-se dizer que o inversor inicia o modo I de operação na região de sobremodulação nos quadrantes I e III. Há uma extensão do que ocorre nos quadrantes II e IV para os quadrantes I e III, sendo válidas as considerações feitas

naquele momento. Uma diferença ocorre, pois aqui se encontram dois setores no quadrante. Também, deve-se determinar os tempos associados aos vetores adjacentes. Nesta condição, no primeiro setor [5]:

$$t_1 = T_s (1 - \tan(\theta)) \quad (8)$$

$$t_2 = T_s - t_1 \quad (9)$$

Para o segundo setor [5]:

$$t_1 = T_s \left(1 - \frac{1}{\tan(\theta)}\right) \quad (10)$$

$$t_2 = T_s - t_1 \quad (11)$$

A Fig. 8 apresenta os tempos parametrizados para os vetores em função do ângulo do vetor de referência para o quadrante I, setores um e dois. No terceiro quadrante as funções são idênticas, sendo o quarto setor igual ao primeiro e o quinto idêntico ao segundo. Como no caso anterior, pode-se utilizar uma função mais simples de ser implementada numericamente [5]:

$$t_1 = T_s \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \quad (12)$$

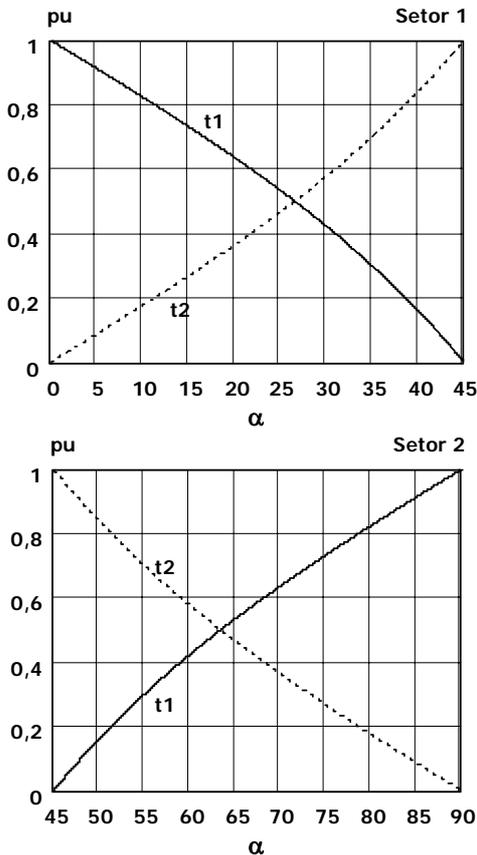


Fig. 8. Tempos associados aos vetores parametrizados em função do ângulo do vetor de referência.

Quando a trajetória do vetor de referência modificado segue todo o lado do hexágono, dentro do quadrante, este modo de operação termina, ou seja, encontra-se a máxima tensão de saída nesta configuração.

A trajetória do vetor modificado é apresentada na Fig. 9. A tensão fundamental da referência modificada em função da amplitude do vetor de referência é mostrada na Fig. 10. Nesta

faixa de valores para o vetor de referência, a tensão de saída eficaz, na fundamental, excursiona de 0,9pu até 0,967pu.

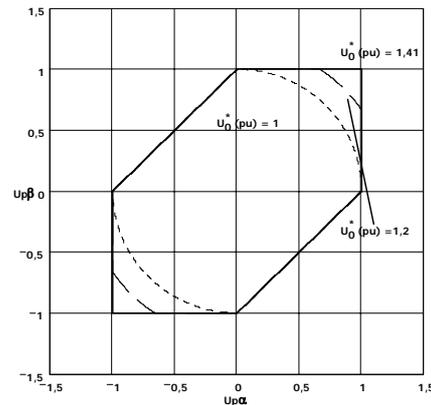


Fig. 9. Trajetória do vetor de referência modificado para diferentes vetores de referência.

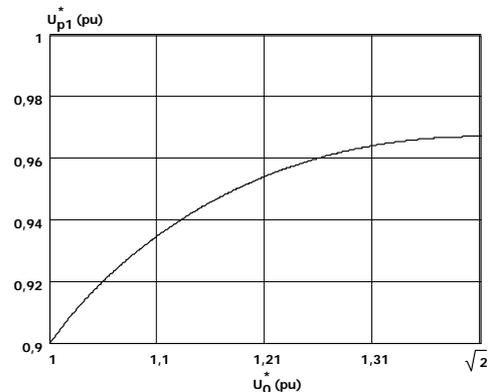


Fig. 10. Tensão fundamental de saída (pu) em função do vetor de referência (pu) sem correção.

### C. Modo II de operação

No modo II de operação é efetuada a transição da trajetória do vetor de referência, que se encontra sobre os lados do hexágono, para uma trajetória discreta, ou seja, o vetor modificado passa a ter uma trajetória por passos e não mais contínua, sendo estes os próprios vértices do hexágono. Quando o vetor de referência atinge  $\sqrt{2}$ pu, há uma transição do modo I para o modo II de operação.

O que se faz é manter o vetor de referência modificado por um determinado período, definido pelo ângulo  $\alpha_h$ , sobre os vértices, sendo o restante do tempo permitido que o vetor de referência modificado siga sua trajetória sobre os lados do hexágono, ou seja, durante o intervalo de tempo definido pelo ângulo  $\alpha_h$ , o vetor de tensão de saída aplicado é o vetor discreto. No restante do período a tensão de saída é definida pela comutação dos vetores adjacentes do setor em que se encontra a referência, de tal modo que o vetor resultante siga a trajetória definida pelo hexágono. Com esta técnica, o inversor apresenta uma transição suave do modo de operação PWM para modulação de pulso único [5].

Lembra-se que o máximo valor para  $\alpha_p$  é metade do ângulo entre os dois vetores adjacentes deste setor, e que se aplica o vetor ativo mais próximo ao vetor de referência. Como o hexágono não é regular, define-se para os setores II

e IV que seu valor é  $2\alpha_h$ . Assim, a amplitude do vetor de referência modificado é definida pelos lados do hexágono conquanto o ângulo do vetor de referência modificado é dado por (13).

$$\begin{cases}
 \alpha_p = 0 & 0 \leq \alpha \leq \alpha_h \\
 \alpha_p = \frac{\alpha - \alpha_h}{\pi/8 - \alpha_h} \pi/8 & \alpha_h \leq \alpha \leq \pi/4 - \alpha_h \quad \text{Para os setores 1, 2, 4 e 5} \\
 \alpha_p = \pi/4 & \pi/4 - \alpha_h \leq \alpha \leq \pi/4 \\
 \alpha_p = 0 & 0 \leq \alpha \leq 2\alpha_h \\
 \alpha_p = \frac{\alpha - \alpha_h}{\pi/4 - \alpha_h} \pi/4 & 2\alpha_h \leq \alpha \leq \pi/2 - 2\alpha_h \quad \text{Para os setores 3 e 6.} \\
 \alpha_p = \pi/2 & \pi/2 - 2\alpha_h \leq \alpha \leq \pi/2
 \end{cases}
 \quad (13)$$

Quando o ângulo se iguala de  $\pi/8$  o inversor opera com modulação de pulso único. A Fig. 11 mostra a trajetória do vetor de referência. A Fig. 12 apresenta o valor da amplitude da tensão fundamental em função do ângulo  $\alpha_p$ . A tensão fundamental em função do ângulo  $\alpha_p$  varia de 0,967pu até 1,059pu, que é o valor obtido para a operação do inversor com modulação de pulso único.

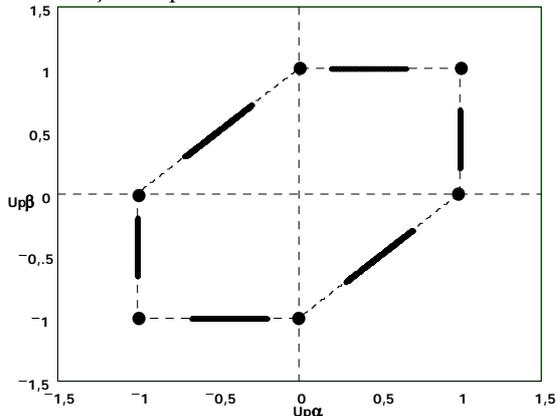


Fig. 11. Trajetória do vetor de referência modificado (modo II) para diferentes amplitudes do vetor de referência original.

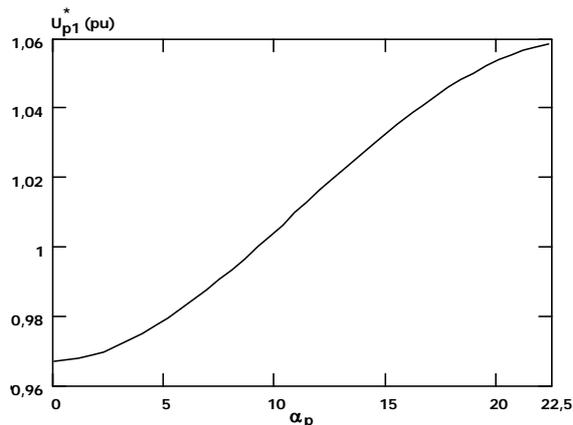


Fig. 12. Tensão fundamental de saída (pu) em função ângulo  $\alpha_p$ .

Utilizando o conceito para o índice de modulação definido pela expressão (2), obtém-se o comportamento do índice de modulação em função da amplitude do vetor de referência (Fig. 13). No modo II, contudo, a amplitude do vetor de referência permanece constante e o que se modifica

é o ângulo  $\alpha_h$  e na Fig. 14 se apresenta seu comportamento em função do índice de modulação desejado.

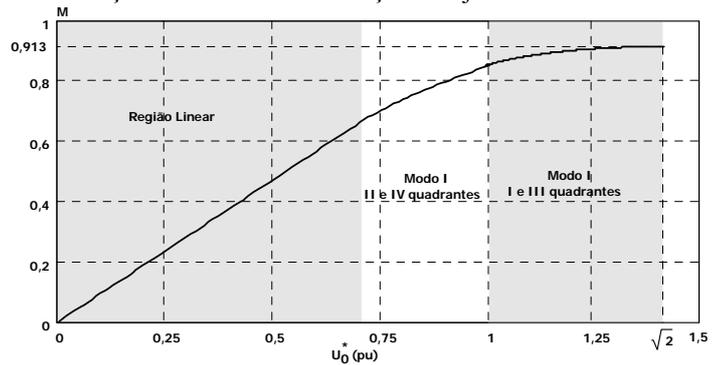


Fig. 13. Índice de modulação em função da amplitude do vetor de referência sem modificação.

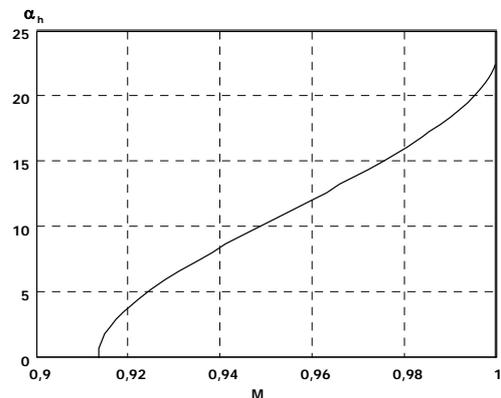


Fig. 14. Ângulo  $\alpha_h$  em função do índice de modulação desejado.

#### IV. TÉCNICA DE SOBREMÓDULAÇÃO POR TRAJETÓRIA ELÍPTICA

No método anterior, para trabalhar na região de sobremodulação, permite-se distorcer as senóides de referência de modo que a fundamental das tensões de saída aumentem em módulo. Agora, ao invés, altera-se somente a defasagem entre estas. Com isto é possível estender a amplitude destas sem inserir conteúdo harmônico. Contudo, isto acaba gerando ondulação de torque, característica esta que também está presente na técnica precedente. Atenta-se ao fato de que as perdas diminuem, pois não há circulação de harmônicas múltiplas da frequência do sinal de referência.

Ao se alterar a fase entre as duas senóides, a trajetória do vetor de referência passa a ser elíptica e, portanto, o estudo da elipse é importante, pois é a partir desta que se define os limites de operação do inversor de tensão de três braços. Para facilitar a análise matemática, faz-se uma mudança no domínio por meio de uma transformação que rotaciona os eixos  $\alpha$  e  $\beta$  de 45 graus (Fig. 15(a)) de tal modo que o eixo maior da elipse fique paralelo à abscissa. Neste novo domínio, torna-se mais claro observar que o comprimento do eixo menor é limitado pelo diâmetro da circunferência que define a região linear. O hexágono possui dois lados com valor normalizado igual a  $\sqrt{2}$  e quatro lados iguais a  $1/\sqrt{2}$ .

O primeiro passo consiste em determinar o módulo do vetor que segue uma trajetória sobre os lados do hexágono. Para tanto, este é dividido em quatro partes iguais (Fig. 15(a))

e 15(b)) e, encontrando a trajetória para o primeiro quarto, automaticamente define-se a trajetória para os demais utilizando-se a simetria existente entre estes. Por meio de relações trigonométricas pode-se determinar o valor da amplitude do vetor ( $R$ ) em função do ângulo que este forma com a abscissa ( $\theta$ ) [5], conforme apresentado em (14).

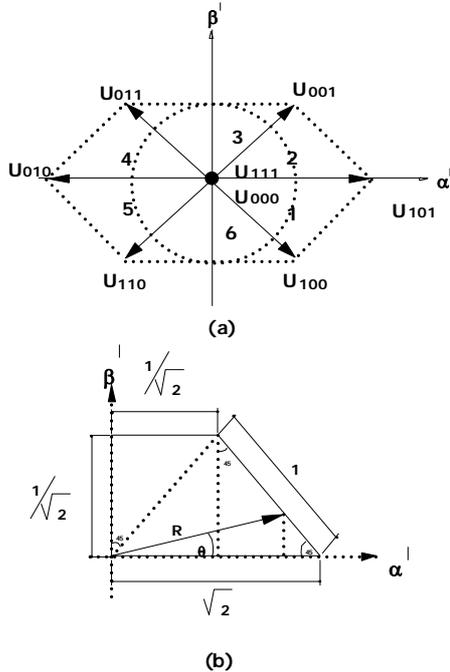


Fig. 15. (a). Vetores básicos com eixo de referências com rotação de 45 graus, (b) Representação do primeiro quadrante de análise.

$$R(\theta) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{\cos(\theta) + \sin(\theta)} & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{2(1 - \cos^2(\theta))}} & \frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{3\pi}{4} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sin(\theta) - \cos(\theta)} & \frac{3\pi}{4} \leq \theta < \pi \\ -\frac{\sqrt{2}}{\cos(\theta) + \sin(\theta)} & \pi \leq \theta < \frac{5\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{2(1 - \cos^2(\theta))}} & \frac{5\pi}{4} \leq \theta < \frac{7\pi}{4} \\ \frac{\sqrt{2}}{\cos(\theta) - \sin(\theta)} & \frac{7\pi}{4} \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (14)$$

Por meio da equação (14) obtém-se a curva  $R_{\text{hex}}$  mostrada Fig. 16. Como o raio de uma circunferência é constante, seu valor independe do ângulo, o máximo raio que é possível para esta pode ser facilmente obtido do gráfico e, como dito, é de  $1/\sqrt{2}$ . Para valores maiores utiliza-se uma trajetória elíptica. Como na técnica de sobremodulação tradicional, altera-se o vetor de referência para obter uma trajetória elíptica. Em coordenadas polares para obter o vetor limitado pela elipse é determinado por [5]:

$$R_{\text{elipse}}(\theta) = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2(\theta) + b^2 \cos^2(\theta)}} \quad (15)$$

onde:  $a$  = eixo maior e  $b$  = eixo menor

Como o eixo menor possui comprimento definido ( $2b = \sqrt{2}$ ), o valor de  $R_{\text{elipse}}$  é uma função do ângulo  $\theta$  e do comprimento do eixo maior,  $2a$ . Na modulação proposta,  $a = b$  até o momento em que o vetor de referência atinja o valor de  $1/\sqrt{2}$ , a partir de então, este continua a aumentar até atingir seu limite máximo, ou seja, até o momento em que a trajetória elíptica tangencie algum ponto da trajetória limite dada pelos lados do hexágono. Pode-se afirmar que durante o intervalo  $[\pi/4, 3\pi/4] \cup [5\pi/4, 7\pi/4]$ , o comprimento do eixo maior pode variar de 0 a infinito. No limite (infinito) o raio da elipse segue a trajetória do hexágono, neste intervalo; e pode-se dizer que a elipse é uma reta sobre o eixo das abscissas. Devido à simetria, para se encontrar o valor limite do comprimento do eixo maior é suficiente analisar o intervalo  $[0, \pi/4]$ . Definindo-se a variável  $\omega$ , que é a relação entre o eixo maior e o eixo menor da elipse ( $\omega = a/b$ ), sendo seu valor mínimo igual à unidade e substituindo este na equação (15), subtraindo da equação (14), igualando a zero e isolando  $\omega$ , obtém-se [5]:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cos^2(\theta)}{b^2(1 + 2 \cos(\theta) \sin(\theta)) - 2 \sin^2(\theta)}} \quad (16)$$

A função acima determina o máximo valor possível para  $\omega$ , dependente do ângulo  $\theta$ , sem que a elipse saia da região limitada pelo hexágono. Considerando que o eixo menor é constante e igual a  $1/\sqrt{2}$ , o máximo valor para o eixo maior é  $\sqrt{3}$ . Substituindo este valor na expressão (15) é possível encontrar a curva  $R_{\text{elipse}}$  na Fig. 16, onde pode ser concluído que a elipse fica circunscrita ao hexágono para qualquer  $\theta$ .

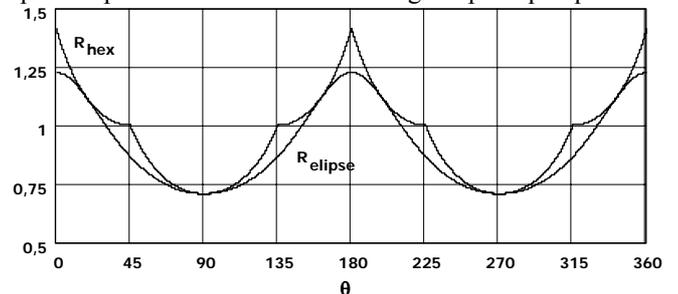


Fig. 16. Raio do vetor que observa uma trajetória elíptica ( $R_{\text{elipse}}$ ) e sobre os lados do hexágono ( $R_{\text{hex}}$ ).

No domínio analisado a diferença de fase foi substituída por uma assimetria nas amplitudes, para encontrar mais facilmente os limites de operação da técnica. Neste momento aplica-se uma anti-transformada para retornar ao domínio original sendo esta definida por [5]:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\phi) & -\cos(\phi) \\ \cos(\phi) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix} \quad (17)$$

Aplicando-a na representação cartesiana da elipse, substituindo o valor de  $\phi$  (45 graus; representa o ângulo de rotação empregado na transformação) e escrevendo o cosseno na forma de seno encontram-se as novas funções de modulação [5]:

$$\alpha(\theta) = b \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \omega^2)} \sin(-\theta + \tan^{-1}(\omega)) \quad (18)$$

$$\beta(\theta) = b\sqrt{\frac{1}{2}(1+\omega^2)} \sin\left(-\theta + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega}\right) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (19)$$

Pelas funções (18) e (19), conclui-se que os módulos das senóides são iguais conquanto a fase não. Considerando os dois extremos possíveis para  $\omega$ : 1 e infinito; para o primeiro caso o módulo é igual a  $b$  e as duas senóides estão com uma defasagem de 90 graus entre si. Para o segundo caso a amplitude é infinita e a defasagem entre as duas senóides desaparece. Contudo, o sistema não permite que o módulo seja infinito, lembra-se que o máximo valor de  $\omega$ , fisicamente realizável, é  $\sqrt{3}$ .

A Fig. 17 apresenta o comportamento da amplitude da tensão de saída e a defasagem requerida entre as fases. Conforme pode ser observado ambas podem ser aproximadas pela equação da reta e, com isto pode-se determinar a função que, na região de sobremodulação defina a defasagem em função da amplitude da tensão de saída desejada. A partir da Fig. 17 é possível isolar  $\omega$  em função da tensão de referência por meio de uma equação da reta [5]:

$$\omega(V_{REF}) = 2,5V_{REF} - 0,767 \quad (20)$$

Substituindo a função acima na equação da reta que fornece a defasagem em função de  $\omega$ , obtém-se [5]:

$$\gamma(V_{REF}) = \frac{\pi}{2} - 0,715(\omega(V_{REF}) - 1) = 2,8342 - 1,7875V_{REF} \quad (21)$$

A função acima indica a defasagem necessária ( $\gamma$ ) entre as duas senóides de saída tendo como variável a amplitude de tensão desejada (este valor está em radianos). A Fig. 18 apresenta graficamente o comportamento desta defasagem em função da tensão desejada.

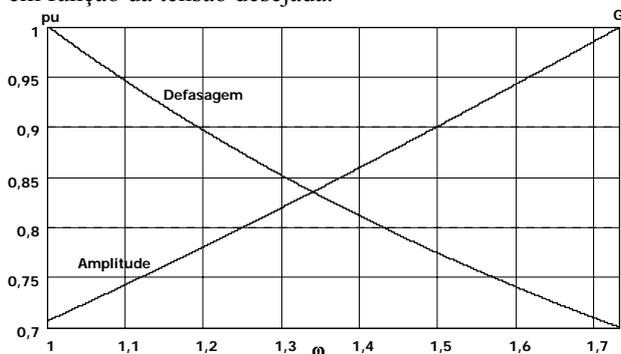


Fig. 17. Valor da amplitude e defasagem das tensões de saída (normalizada) em função de  $\omega$ .

O máximo índice de modulação possível com esta técnica é 0,944 (excetuando as quedas de tensão que o conversor impõe). Este valor na técnica clássica somente pode ser obtido por meio da operação no modo II com um ângulo de 10 graus aproximadamente. Para aumentar ainda mais o índice de modulação é possível utilizar a metodologia clássica e obter um índice de modulação unitário, ou seja, permite-se uma distorção na amplitude do vetor de referência de modo que ao invés de seguir uma trajetória elíptica, esta passe a seguir sobre os limites definidos no hexágono quando a amplitude for superior ao valor estabelecido por este limite; quando o vetor tangenciar todos os lados do hexágono altera-se o ângulo do vetor de modo a propiciar uma transição suave para o funcionamento como conversor de onda quadrada.

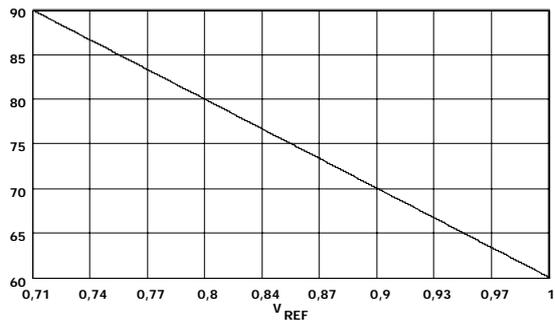


Fig. 18. Valor da defasagem entre as senóides de saída em função da amplitude da tensão de saída desejada.

## V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Um protótipo, utilizando a segunda técnica, acionando um motor de indução bifásico com tensão de alimentação 220V/60Hz, dois pares de pólos, inércia de 0,006kg.m<sup>2</sup>, atrito de 0,0035N.m.s/rad e potência mecânica de 350W, foi implementado. A frequência de comutação utilizada foi de 10kHz. Foi empregada a modulação vetorial assimétrica contínua [3,4] sem laços de controle (por limitação do sistema adotado). Para observar os resultados apresentados, foi empregado um filtro de segunda ordem na tensão de saída do inversor.

Algumas formas de onda experimentais são apresentadas para diferentes índices de modulação. Na região linear, como esperado, a trajetória do vetor de tensão de saída é circular (Fig. 19 e Fig. 20). Ao passo que o índice aumenta, a trajetória começa a se deformar (Fig. 21) e tende a esboçar uma trajetória elíptica (Fig. 22). A tensão do barramento CC, neste ensaio foi de aproximadamente 30V. A carga era o motor bifásico.

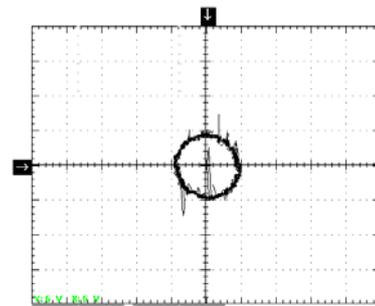


Fig. 19. Tensão de saída no plano DQ com  $M = 0.16$ .

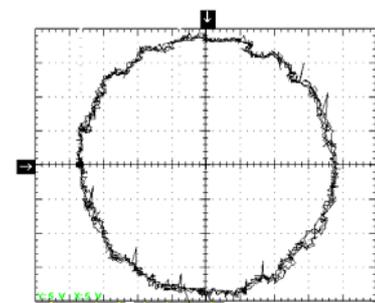


Fig. 20. Tensão de saída no plano DQ com  $M = 0.64$ .

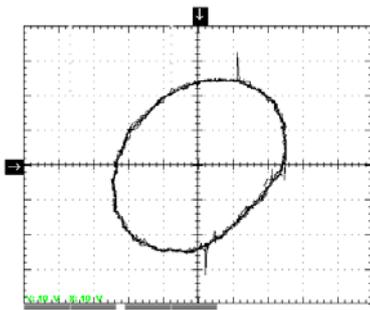


Fig. 21. Tensão de saída no plano DQ com  $M = 0.8$ .

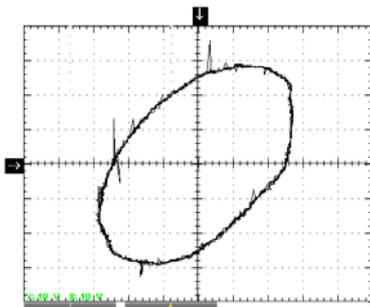


Fig. 22. Tensão de saída no plano DQ com  $M = 0.944$ .

## VI. CONCLUSÕES

As duas técnicas são utilizadas para aumentar a tensão disponível na saída do inversor usando a região de operação não linear do conversor, compreendida entre a circunferência circunscrita no hexágono e os lados deste. Basicamente, ambas modificam o vetor de referência de modo que a trajetória (locus) deste se altere a fim de aumentar a tensão fundamental de saída. A forma como o vetor é alterado é o que diferencia os dois métodos. Para fins de comparação utiliza-se a modulação vetorial contínua operando na região de sobremodulação. Embora se esteja utilizando o termo clássico para a primeira técnica abordada, é importante salientar que esta é adaptada para o inversor bifásico de três braços pelos autores.

Outro ponto interessante é que, diferentemente a primeira técnica, a segunda técnica não insere harmônicas na tensão de referência modificada. Isto implica que as correntes de saída do inversor possuem um conteúdo harmônico menor na frequência angular do vetor de referência. A segunda técnica leva o motor a operar de forma desequilibrada inserindo componentes de sequência negativa que fazem aumentar as perdas do motor em relação a operação normal. Do mesmo modo, as perdas na primeira técnica aumentam devido à inserção de harmônicos múltiplos da frequência angular do vetor de referência.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo suporte financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. Holtz, W. Lotzkat and A. Khambadkone, "On continuous control of PWM inverters in the overmodulation range with transition to six-step mode,"

*Annual Conference on Industrial Electronics Society (IECON)*, Vol. 29, No. 4, Nov., 1992, pp. 307-312.

- [2] M.B.R. Corrêa, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima and E.R.C. da Silva, "A three-leg voltage source inverter for two-phase AC motor drive systems," *Transactions on Power Electronics*, Vol. 17, No. 4, July, 2002, pp. 517-523.
- [3] Cui Yuanhai, F. Blaabjerg and G. Andersen, "An asymmetrical space vector method for single phase induction motor," *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, Vol. 4, July, 2002, pp. 1276-1278.
- [4] L.C. Tomaselli; T. Lazzarin; D.C. Martins, I. Barbi. "Drive for a symmetrical two-phase induction machine using vector modulation". *IPEC'05*, Niigata, Japão, April, 2005, pp. 1218-1224.
- [5] L.C. Tomaselli. "Estudo de acionamentos à velocidade variável para motores de indução monofásicos com capacitor permanente para aplicações em ventiladores." Florianópolis, 2004. 250 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Número de Chamada: CETD UFSC PEEL 0955. Arquivo disponível na INTERNET: <http://www.bu.ufsc.br>.

## DADOS BIOGRÁFICOS

**Denizar Cruz Martins**, nascido em São Paulo, SP em 24 de abril de 1955. Recebeu os graus de Engenheiro Eletricista e Mestre em Engenharia Elétrica em 1979, 1981 respectivamente, pela Universidade Federal de Santa Catarina. Concluiu seu Doutorado em Engenharia Elétrica no Instituto Politécnico Nacional de Toulouse, França em 1986.

Atualmente é Professor Titular no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

**Luis Candido Toamselli**, nascido em Ibirama, SC em 23 de março de 1975. Recebeu os graus Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica em 2000, 2004 respectivamente, pela Universidade Federal de Santa Catarina.

Atualmente é funcionário da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, no cargo de Especialista em Regulação /Superintendência de Fiscalização Econômica e Financeira – SFF.

**Telles B. Lazzarin**, nascido em Criciúma, SC em 16 de agosto de 1979. Recebeu os graus de Engenheiro Eletricista em 2003 pela Universidade Federal de Santa Catarina.

Atualmente é aluno mestrado (em dissertação) no programa de pós-graduação do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

**Ivo Barbi**, nascido em Gaspar, SC em 1949. Recebeu os graus de Engenheiro Eletricista e Mestre em Engenharia Elétrica em 1973, 1976 respectivamente, pela Universidade Federal de Santa Catarina. Concluiu seu Doutorado em Engenharia Elétrica no Instituto Politécnico Nacional de Toulouse, França em 1979. Fundou a Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência, o Instituto de Eletrônica de Potência e criou o Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência.

Atualmente é Professor Titular no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.