

# REDUÇÃO DAS ONDULAÇÕES NO TORQUE ELETROMAGNÉTICO EM MOTORES BRUSHLESS DC

José Roberto B. de A. Monteiro, Azauri A. de Oliveira Jr.,  
Manoel L. de Aguiar, Diógenes P. Gonzaga e Carlos D. Maciel

Depto. de Engenharia Elétrica – Escola de Engenharia de São Carlos  
Universidade de São Paulo – São Carlos, SP, 13566-590  
Brasil  
e-mail: jrm@sel.eesc.usp.br

**Resumo**—O presente trabalho apresenta um método para redução das ondulações no torque eletromagnético em motores *brushless DC* (BLDC) através do emprego de uma extensão da transformação  $dq$  clássica, tratada aqui por transformação  $dq$  estendida ou transformação  $dq_x$ . O trabalho mostra um modelo vetorial para máquinas síncronas com ímã permanente na superfície do rotor (MSIPSR) e com fluxo de entreferro não senoidal, através da aplicação da transformação  $dq$  estendida ao modelo da máquina. No trabalho, mostra-se que a transformação é aplicável não somente a máquinas com perfil trapezoidal de força contra-eletromotriz, mas com qualquer tipo de perfil não senoidal. Além disso, o *hardware* do conversor elétrico necessário para a aplicação do controle baseado no modelo vetorial proposto, não é muito diferente do *hardware* do conversor elétrico empregado em motores *brushless DC*, que consiste em um inversor trifásico operando no modo seis-pulsos, com cada chave conduzindo durante  $120^\circ$  elétricos. São mostrados resultados provenientes da simulação e da implementação do conversor elétrico empregando o modelo vetorial proposto em conjunto com uma máquina com perfil não senoidal de FCEM (motor *brushless DC*). Esses resultados mostram que a utilização desse modelo matemático, para a máquina com perfil não senoidal, possibilita uma melhora no desempenho do motor, no que se refere às ondulações do torque eletromagnético, se comparado a um sistema de acionamento com o conversor elétrico no modo de operação clássico de seis-pulsos  $120^\circ$ .

**Palavras chave**—acionamentos elétricos, ímã permanente, máquinas síncronas, motor *brushless DC*

## ELECTROMAGNETIC TORQUE RIPPLE REDUCTION IN BRUSHLESS DC MOTORS

**Abstract**—The present work shows a method for electromagnetic torque ripple reduction in brushless DC motors (BLDC) based on an extension of classical  $dq$  transformation, called here by extended  $dq$  transformation or  $dq_x$  transformation. The work shows a vectorial model for permanent-magnet synchronous machines, with surface mounted magnets (SMPMSM) and a non-sinusoidal magnetic flux density distribution. This model is obtained by the application of  $dq_x$  transformation in the classical machine model. This work shows that

Artigo submetido em 25/07/2007. Revisões em 25/09/2007 e 24/10/2007. Aceito por recomendação do editor F. L. M. Antunes.

this transformation can be applied to machine having any type of back-EMF waveform shape, not even in trapezoidal or squarewave machines. Also, the hardware used to apply a control based on such model is not so different from the classical six-step converter hardware. Implementation and simulation results are shown for an electrical converter, using the proposed vectorial model, feeding a non-sinusoidal synchronous machine (brushless DC motor). The results obtained show that the use of this vectorial mode is a way to achieve improvements in the performance of this kind of machine, considering electromagnetic torque ripple, if compared to a drive system that employs a classical six-step power converter.

**Index Terms**—brushless DC motor, electrical drives, permanent magnets, synchronous machines

## I. INTRODUÇÃO

Máquinas síncronas com ímãs permanentes montados na superfície do rotor (MSIPSR) são muito utilizadas em aplicações que demandam um alto nível de desempenho e precisão. Entre as principais características dessas máquinas, ressalta-se sua baixa inércia de rotor, alto desempenho dinâmico e eficiência, além de alta relação potência/peso [1] [2].

Quanto à forma de onda de força contra-eletromotriz, essas máquinas podem ser divididas em duas categorias: máquinas senoidais e máquinas não senoidais. Essa última categoria compreende uma ampla gama de máquinas que apresentam diferentes tipos de formas de ondas para a densidade de fluxo de entreferro, apresentando um alto conteúdo harmônico em relação às de excitação puramente senoidal, sendo que, os tipos mais comuns apresentam formas de onda trapezoidais ou quadradas [3].

As máquinas senoidais são construídas com uma distribuição espacial senoidal dos enrolamentos de estator e/ou com a forma de magnetização das pastilhas magnéticas do rotor seja feita apropriadamente, de tal forma a se obter uma forma de onda senoidal da força contra-eletromotriz induzida no estator. Já as não senoidais possuem uma distribuição espacial dos enrolamentos de estator mais simples, de tal forma que a força contra-eletromotriz induzida no estator apresenta uma forma de onda não senoidal, mais comumente trapezoidal. O fato de possuírem uma distribuição espacial dos enrolamentos de estator mais simples que a das máquinas senoidais, torna as máquinas síncronas de ímãs permanentes na superfície do rotor não senoidais mais baratas

e menores do que suas equivalentes senoidais em potência e torque [2] [3]. As máquinas desse tipo, em conjunto com seu respectivo conversor elétrico, são normalmente denominados na literatura de Motores DC sem Escovas (*Brushless DC Motors* - BLDC) [4] [5].

As máquinas senoidais, juntamente com seu conversor elétrico, podem, por sua vez, ser denominadas por Motores *Brushless AC* (BLAC) [4]. São empregadas em aplicações que requerem alto desempenho e precisão, utilizando-se, para isso, conversores elétricos que normalmente empregam técnicas de controle vetorial [6] [7]. Uma das principais vantagens do emprego de BLACs é a alta precisão de posicionamento, pois os sistemas com BLAC apresentam baixas ondulações de torque eletromagnético (2% a 8%) quando comparados com aqueles que utilizam BLDC (7% a 30%) [6]. Obviamente, esses resultados limitam a utilização de sistemas com BLDC em aplicações de alto desempenho comprometendo a precisão e a repetibilidade em servoposicionadores, ao contrário dos sistemas com BLAC [4].

Por outro lado, os motores BLDC são empregados em sistemas de acionamentos compostos de um inversor trifásico operando no modo seis-pulsos  $120^\circ$ , cuja frequência é casada com a frequência da força contra-eletromotriz de estator, ou com a posição do rotor [2]. No caso, o inversor trifásico no modo seis-pulsos  $120^\circ$  faz as vezes do comutador da máquina DC, portanto constitui-se em um “comutador eletrônico”. A máquina elétrica em si, sem seu comutador eletrônico constitui-se em uma máquina síncrona com ímã permanente na superfície do rotor e com excitação não senoidal, podendo ser quadrada ou trapezoidal [3].

Normalmente, as estratégias de controle desenvolvidas para os BLDCs, consideram que as forças contra-eletromotriz dos mesmos sejam trapezoidais e a corrente imposta pelo controle deva ser retangular (Figura 1). Controladores de corrente com modulação por largura de pulso (PWM), ou por histerese são utilizados para impor essa corrente retangular [4].

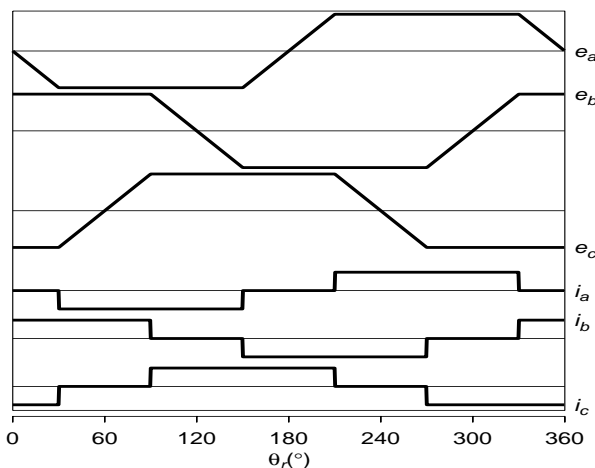


Fig. 1. Forças contra-eletromotrices e correntes de fase ideais de um BLDC.

<sup>1</sup>O conversor elétrico consiste em uma ponte inversora trifásica com **duas chaves conduzindo ao mesmo tempo**, cada uma durante  $120^\circ$  elétricos. Por uma questão de simplificação, esse princípio de operação da ponte inversora, que pode ser visto mais detalhadamente em [2] e [8], pp. 423, será chamado simplificadamente por “seis-pulsos  $120^\circ$ ”.

Existem vários métodos para a redução de ondulações no torque eletromagnético de sistemas BLDC que empregam máquinas com perfil trapezoidal [9] [10] [11] [12]. Em [13], considera-se uma forma de onda trapezoidal não ideal, ou seja, trapezoidal mas com assimetrias; o método utilizado é também explicado em [9].

Outros perfis de formas de onda da força contra-eletromotriz de máquinas síncronas não senoidais (BLDC), diferentes da forma de onda trapezoidal, podem ser observados em [2], [3], [14] e [15]. A máquina utilizada em [14], apresenta uma forma de onda da força contra-eletromotriz mostrada na Figura 2, ao passo que os trabalhos [15] e [16] utilizam uma máquina cujo perfil da forma de onda da força contra-eletromotriz está mostrado na Figura 3.

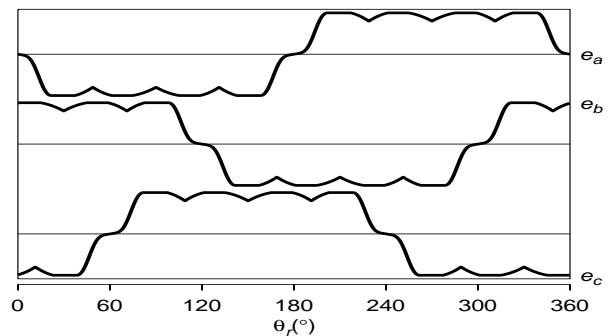


Fig. 2. Formas de onda da força contra-eletromotriz induzida no estator, devido somente ao fluxo gerado pelos ímãs do rotor, em máquina de excitação não senoidal vista em [14].

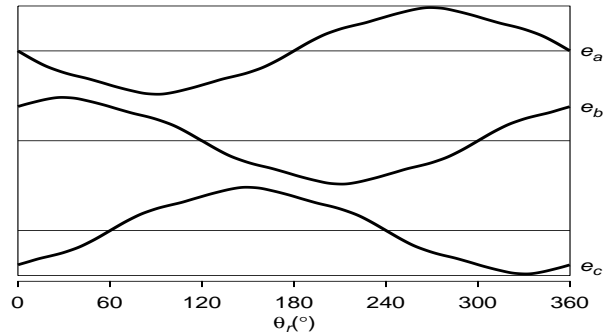


Fig. 3. Formas de onda da força contra-eletromotriz induzida no estator, devido somente ao fluxo gerado pelos ímãs do rotor, em máquina de excitação não senoidal fabricada pela Siemens.

O objetivo deste trabalho é o de apresentar uma variação da transformação  $dq$ , uma extensão da transformação  $dq$  clássica que será aqui denominada por transformação  $dq_x$ , que possa ser aplicada a máquinas síncronas com qualquer tipo de forma de onda de força contra-eletromotriz, não se restringindo a formas de onda trapezoidais ou quadradas. O modelo resultante da aplicação de tal transformação, diferentemente do modelo proposto em [14], apresenta um novo sistema de eixos de coordenadas que são sobrepostos aos eixos  $dq$ . Esse novo sistema de eixos são denominados de eixos  $dq_x$  e possuem ângulo não nulo em relação aos eixos  $dq$  e amplitude diferente dos eixos  $dq$ . Com a utilização desses novos eixos de coordenadas, é possível escrever a equação do torque eletromagnético como sendo proporcional à componente em quadratura da corrente de estator da máquina.

Essa equação do torque eletromagnético é semelhante a das máquinas com perfil de FCEM senoidal, que é obtida no sistema de coordenadas dado pelos eixos  $dq$ . Esse modelo foi previamente apresentado de forma simplificada pelos autores em [15] e [16]. No presente trabalho, a obtenção do modelo é apresentada de forma mais detalhada e resultados de simulação e de implementação prática são apresentados e discutidos.

Na Seção II, a seguir, é apresentado o desenvolvimento do modelo vetorial generalizado, válido para máquinas síncronas, com ímãs permanentes montados na superfície do rotor, com forças contra-eletromotrizes tanto senoidais quanto não senoidais. A partir desse modelo vetorial generalizado, obtém-se, na Seção III, o modelo vetorial para máquinas síncronas senoidais e, na Seção IV, o modelo vetorial para máquinas síncronas não senoidais, mostrando que a partir da aplicação da transformação  $dq_x$  proposta, obtém-se uma equação do torque eletromagnético para máquinas não senoidais similar à equação obtida para máquinas senoidais.

Na Seção V, são apresentados resultados de simulação de um sistema com BLDC utilizando máquinas que tenham formas de onda de FCEM trapezoidal, mostradas na Figura 1, e com FCEMs cujas formas de onda estão apresentadas na Figura 3. Esses são obtidos utilizando-se um sistema de acionamento com conversor elétrico empregando o modelo vetorial desenvolvido e comparados com resultados obtidos do mesmo sistema com o conversor elétrico no modo seis-pulsos  $120^\circ$ . Na Seção VI, apresentam-se resultados práticos de um sistema de acionamento com BLDC com uma máquina cuja forma de onda das forças contra-eletromotrizes estão mostradas na Figura 3. Esses são também obtidos utilizando-se o conversor elétrico no modo seis-pulsos  $120^\circ$  e utilizando-se o conversor elétrico empregando o modelo vetorial proposto. Ambas as estratégias são aplicadas sem a medição das correntes de estator.

## II. MODELO VETORIAL GENERALIZADO

A formulação do modelo para a máquina síncrona de ímãs permanentes na superfície do rotor, vista na Figura 4, considera as seguintes hipóteses [17]:

- a máquina é uma máquina trifásica simétrica;
- a variação da relutância do circuito magnético rotórico com a posição do rotor é desprezível;
- não há saturação em toda a região de operação da máquina.

As tensões de fase, força contra-eletromotrizes de fase e torque eletromagnético da máquina são dados por (1), (2) e (3), respectivamente. A dedução dessas equações é bem conhecida na literatura [17].

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix}$$

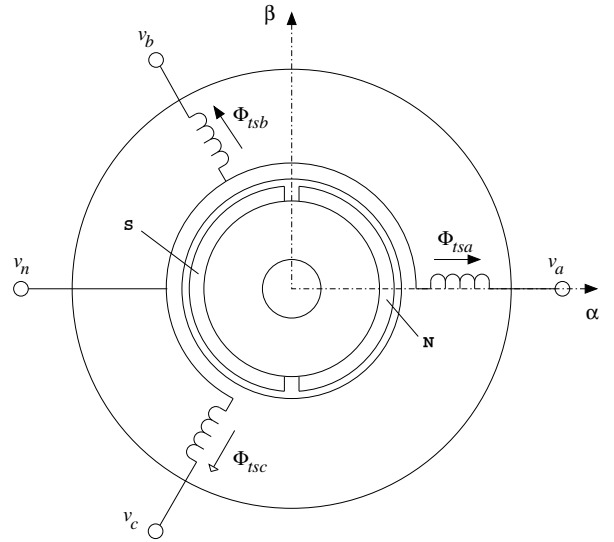


Fig. 4. Diagrama esquemático de máquina síncrona com ímã permanente na superfície do rotor (utilizado tanto em BLDC quanto em BLAC).

Onde:

$e_a$ ,  $e_b$  e  $e_c$ : tensões induzidas nas fases a, b e c do estator devido ao movimento do rotor e ao campo gerado pelos ímãs do rotor, respectivamente, vistas em (2);

$i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ : correntes nas fases a, b e c do estator, respectivamente;

$L_s$ : auto-indutância de uma fase do estator;

$M_s$ : indutância mútua entre duas fases do estator.

$R_s$ : resistência de uma fase do estator;

$v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$ : tensões aplicadas às fases a, b e c do estator, respectivamente (Figura 4);

$v_n$ : tensão do terminal neutro do estator (esse terminal não é normalmente conectado, Figura 4).

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \omega_r \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde:

$\Phi_{ra}$ ,  $\Phi_{rb}$  e  $\Phi_{rc}$ : fluxos magnéticos concatenados com as fases do estator, devido somente aos ímãs do rotor;

$\omega_r$ : velocidade elétrica de rotação do rotor.

$$T_{el} = n_{pp} (\Phi'_{ra} i_a + \Phi'_{rb} i_b + \Phi'_{rc} i_c) \quad (3)$$

Onde:

$T_{el}$ : torque eletromagnético desenvolvido pela máquina;

$n_{pp}$ : número de pares de pólos da máquina;

De (2) tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_r} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Aplicando-se a transformação  $\alpha\beta 0$ , dada por (29) e (30)<sup>2</sup>, em (1), (2) e (3), obtêm-se as equações elétricas da máquina, (5) e (6), e a equação do torque eletromagnético, (7), nas coordenadas  $\alpha\beta 0$ .

$$v_{\alpha\beta} = R_s i_{\alpha\beta} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + \omega_r \Phi'_{r\alpha\beta} \quad (5)$$

$$v_0 = R_s i_0 + (L_s + 2M_s) \frac{d}{dt} i_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_n \quad (6)$$

$$T_{el} = n_{pp} (\Phi'_{r\alpha} i_{\alpha} + \Phi'_{r\beta} i_{\beta} + \Phi'_{r0} i_0) \quad (7)$$

Aplicando-se agora, em (5) e (7), a transformação de coordenadas  $dq_x$ , dada por (8), obtêm-se as equações da máquina no sistema de coordenadas  $dq_x$ . A partir desse ponto, não será mais considerada a presença de (6), pois considera-se que a máquina não tenha seu terminal neutro conectado ( $i_0 = 0$ ).

$$x_{\alpha\beta} = a_x e^{j\theta_x} e^{j\theta_r} x_{dq_x} \quad (8)$$

Onde:

$a_x$ : tamanho dos eixos  $dq_x$ , em relação aos eixos  $dq$ , considerados unitários (Figura 6);

$\theta_x$ : ângulo dos eixos  $dq_x$ , em relação aos eixos  $dq$  (Figura 6).

A transformação  $dq_x$  pode ser melhor entendida na Figura 5, onde observa-se que ela pode ser decomposta em uma transformação  $dq$  com ângulo fixo no ângulo de rotor da máquina ( $\theta_r$ ) e outra em um sistema de coordenadas ortogonais com ângulo  $\theta_x$  e amplitudes  $a_x$  em relação aos ângulos  $dq$ . Na figura,  $x_{dq}$  representa as grandezas nos eixos  $dq$ .

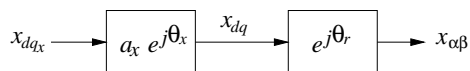


Fig. 5. Representação da transformação  $dq_x$  por blocos.

A relação entre os eixos dados pelas transformações  $\alpha\beta$ ,  $dq$ , e  $dq_x$  é apresentada na Figura 6, de onde se verifica que a transformação proposta consiste de uma nova rotação de um ângulo  $\theta_x$ , e uma amplificação de magnitude  $a_x$  das variáveis da transformação  $dq$ . O novo sistema de eixos  $dq_x$  é um sistema de coordenadas ortogonal com comprimento e ângulo variando em função de  $\theta_r$ .

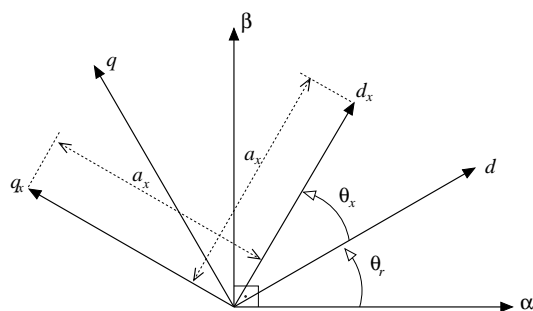


Fig. 6. Relação entre os eixos  $\alpha\beta$ ,  $dq$  e  $dq_x$ .

<sup>2</sup>Ver Apêndice.

Pode-se também definir a relação entre as grandezas projetadas nos eixos  $dq$  e nos eixos  $dq_x$  através de (9).

$$x_{dq} = a_x e^{j\theta_x} x_{dq_x} \quad (9)$$

Com a aplicação da transformação  $dq_x$  (8) nas equações elétrica (5) e de torque eletromagnético (7), obtêm-se as equações elétrica (10) e do torque eletromagnético (11) da máquina nos eixos  $dq_x$ .

$$v_{dq_x} = R_s i_{dq_x} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{dq_x} + (L_s - M_s) \omega_r i_{dq_x} \left( \frac{a'_x}{a_x} + j(1 + \theta'_x) \right) + \omega_r \Phi'_{rdq_x} \quad (10)$$

$$T_{el} = n_{pp} a_x^2 (i_{d_x} \Phi'_{rd_x} + i_{q_x} \Phi'_{rq_x}) \quad (11)$$

Onde:

$$a'_x = \frac{da_x}{d\theta_r} \quad (12)$$

$$\theta'_x = \frac{d\theta_x}{d\theta_r} \quad (13)$$

### III. MODELO VETORIAL PARA MÁQUINAS SENOIDAIS

Para a obtenção do modelo vetorial para MSIPSR com perfil de força contra-eletriz senoidal, considera-se que o fluxo magnético concatenado com as espiras do estator, produzido exclusivamente pelos ímãs do rotor, seja descrito por (14). Aplica-se a transformação  $dq$  (31)<sup>3</sup> em (1) e (3), que é equivalente a (8) com  $a_x = 1$  e  $\theta_x = 0$ . Como o ângulo dos eixos  $dq$  (Figura 6) é o ângulo do rotor ( $\theta_r$ ), obtêm-se (15), (16), (17) e (18).

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \Phi_m \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Onde:

$\Phi_m$ : valor máximo do fluxo concatenado com as espiras de estator, produzido exclusivamente pelos ímãs do rotor.

$$\Phi'_{rd} = 0 \quad (15)$$

$$\Phi'_{rq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (16)$$

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{dq} + j(L_s - M_s) \omega_r i_{dq} + j\omega_r \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \quad (17)$$

<sup>3</sup>A transformação  $dq$  é mostrada no Apêndice.

$$T_{el} = n_{pp} \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m i_q \quad (18)$$

Em (18) pode ser notada a principal característica do modelo vetorial para máquinas senoidais: o torque eletromagnético é diretamente proporcional à corrente de quadratura ( $i_q$ ). Isso deve-se ao fato de que a amplitude do fluxo magnético projetada no eixo  $d$  é constante enquanto que a parcela do eixo  $q$  é nula. Isso faz com que a componente  $\Phi'_{rd}$  seja nula e  $\Phi'_{rq}$  seja constante e não nula, (15) e (16).

#### IV. MODELO VETORIAL PARA MÁQUINAS NÃO SENOIDAIS

Na obtenção do modelo vetorial de máquinas não senoidais, procura-se obter uma equação para o torque eletromagnético, tão simples quanto a mesma para máquinas senoidais (18). Para isso, procura-se anular a componente  $\Phi'_{rd}$ , tal como ocorre na máquina senoidal. Para que essa condição seja satisfeita, é necessário que (19) e (20) sejam satisfeitas, de (11) e (18).

$$\Phi'_{rd} = 0 \quad (19)$$

$$a_x^2 \Phi'_{rq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \quad (20)$$

Satisfazendo-se as condições acima, pode-se escrever o torque eletromagnético através de (21), para qualquer perfil de força contra-eletromotriz:

$$T_{el} = n_{pp} \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m i_{q_x} \quad (21)$$

Observa-se, que o torque eletromagnético, da máquina não senoidal, é diretamente proporcional à corrente em quadratura do sistema de coordenadas  $dq_x$ , da mesma forma que, para a máquina senoidal, o torque eletromagnético é proporcional à corrente em quadratura do sistema de coordenadas  $dq$  (18). Para que isso seja possível, desenvolvendo (20),  $a_x$  e  $\theta_x$  devem ser definidos por (22) e (23). Esses resultados mostram que a aplicação da transformação  $dq$  clássica em um motor BLDC apresentará um alto conteúdo harmônico no torque eletromagnético, pois perfis não senoidais de forças contra-eletromotriz não apresentam  $\theta_x = 0$  e  $a_x = 1$ . Pode-se citar esse fato como mais uma diferença entre o modelo descrito com o apresentado em [14], cuja equação do torque eletromagnético não é diretamente proporcional à corrente de quadratura naquele trabalho.

$$a_x = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\Phi_m}{\sqrt{\Phi_{r\alpha}^2 + \Phi_{r\beta}^2}} \quad (22)$$

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}} - \theta_r \quad (23)$$

Através de (9), (17), (22) e (23), obtém-se a equação elétrica da máquina (24), para qualquer tipo de perfil de força contra-eletromotriz.

$$v_{dq_x} = R_s i_{dq_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{dq_x}}{dt} +$$

$$(L_s - M_s) \left( \omega_r i_{dq_x} \left( \frac{a'_x}{a_x} + j(1 + \theta'_x) \right) \right) + \quad (24)$$

$$j \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_r$$

#### A. Coeficiente $a_x$ e ângulo $\theta_x$ para diferentes perfis de forças contra-eletromotriz

A Figura 7 mostra o ângulo  $\theta_x$  e o coeficiente  $a_x$  determinados pelas equações anteriores, em função do ângulo de rotor para um BLDC com perfil trapezoidal da forma de onda da força contra-eletromotriz, conforme mostrado na Figura 1. As Figuras 8 e 9 apresentam os mesmos resultados para máquinas cujos perfis de forma de onda da força contra-eletromotriz estão apresentadas nas Figuras 2 e 3.

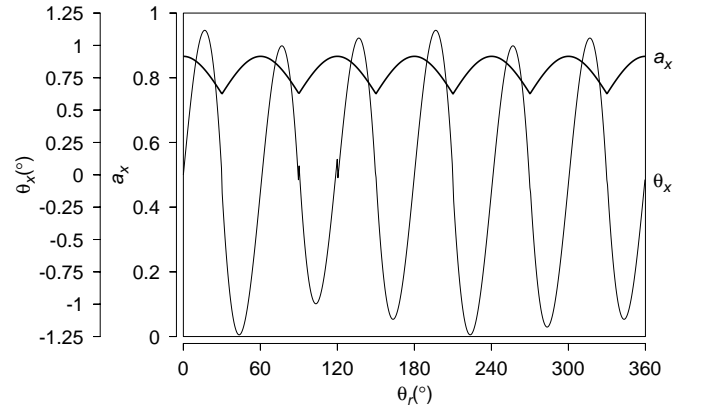


Fig. 7. Parâmetros  $a_x(\theta_r)$  e  $\theta_x(\theta_r)$  para máquina com forma de onda de tensão induzida trapezoidal ( $\theta_r$  e  $\theta_x$  em graus elétricos).

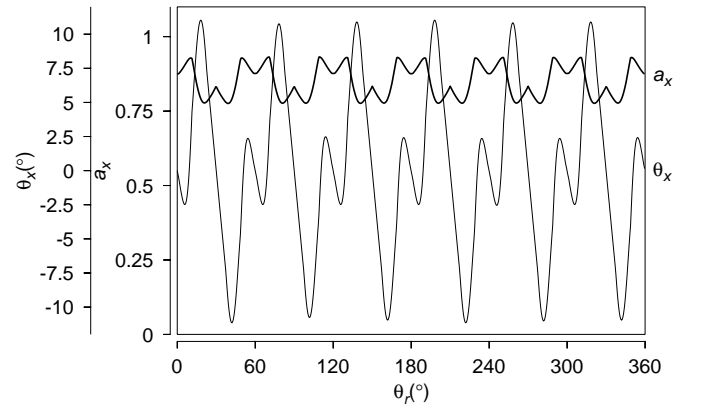


Fig. 8. Parâmetros  $a_x(\theta_r)$  e  $\theta_x(\theta_r)$  para máquina com forma de onda de tensão induzida conforme apresentada na Figura 2 ( $\theta_r$  e  $\theta_x$  em graus elétricos).

#### V. APLICAÇÃO DO MODELO VETORIAL PARA O ACIONAMENTO COM BLDC

A equação elétrica da máquina obtida é muito mais complexa do que a obtida para a máquina senoidal, comparando-se (17) e (24). No entanto, como no caso senoidal, a equação

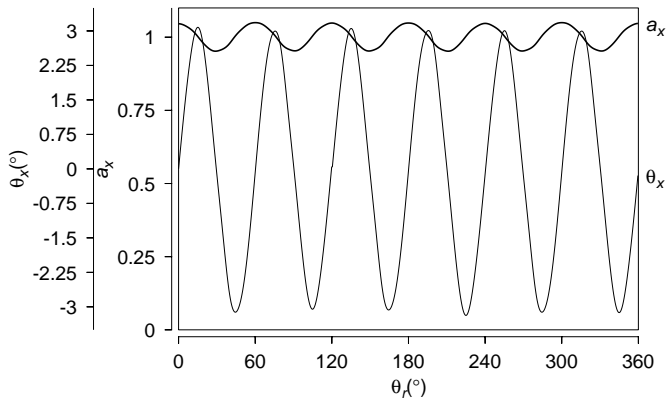


Fig. 9. Parâmetros  $a_x(\theta_r)$  e  $\theta_x(\theta_r)$  para máquina com forma de onda de tensão induzida conforme apresentada na Figura 3 ( $\theta_r$  e  $\theta_x$  em graus elétricos).

do torque eletromagnético para máquinas com perfil não senoidal é bem simples (21). Como a equação do torque eletromagnético para essa última é diretamente proporcional à corrente projetada no eixo  $q_x$ , para se conseguir um torque livre de ondulações é necessário que se mantenha  $i_{q_x}$  constante, portanto  $di_{q_x}/dt$  deve ser igual a zero.

No caso de um sistema de controle para o torque eletromagnético, utilizando-se (21), pode-se escrever que:

$$i_{q_x.ref} = T_{el.ref} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{n_{pp} \Phi_m} \quad (25)$$

Onde  $T_{el.ref}$  é o torque eletromagnético de referência aplicado ao sistema de controle e  $i_{q_x.ref}$  é a corrente de estator de referência projetada no eixo  $q_x$ .

No caso de se fazer  $i_{d_x}$  também constante,  $di_{d_x}/dt$  deve ser mantido igual a zero e ainda, pode-se escrever  $i_{d_x.ref}$  (a corrente de estator de referência projetada no eixo  $d_x$ ) proporcional a  $i_{q_x.ref}$ :

$$i_{d_x.ref} = k_{ix} i_{q_x.ref} \quad (26)$$

Onde,  $k_{ix}$  é uma constante limitada no intervalo ]-1,1[. Para valores negativos de  $k_{ix}$  a máquina comporta-se como se estivesse com empobrecimento de campo e, conseqüentemente, para valores positivos, como se estivesse com enriquecimento de campo. Para  $k_{ix}=0$ , minimizam-se as perdas no cobre da máquina, pois toda a corrente que está circulando na máquina é responsável pela produção de torque eletromagnético.

Com essas considerações, pode-se agora escrever as equações elétricas da máquina de forma mais simples, considerando-se que  $i_{q_x} = i_{q_x.ref}$  e  $i_{d_x} = i_{d_x.ref}$ :

$$v_{d_x} = \left( R_s k_{ix} + (L_s - M_s) \omega_r \left( \frac{a'_x}{a_x} k_{ix} - (1 + \theta'_x) \right) \right) i_{q_x.ref} \quad (27)$$

$$v_{q_x} = \left( R_s + (L_s - M_s) \omega_r \left( \frac{a'_x}{a_x} + (1 + \theta'_x) k_{ix} \right) \right) i_{q_x.ref} +$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_r \quad (28)$$

Com a utilização de (25), (26), (27) e (28), nota-se que não é necessário conhecer as correntes de estator da máquina, o que significa dizer que o sistema de acionamento não precisa da medição das correntes de estator e de seus respectivos componentes (sensores de corrente, isoladores e conversores analógico-digital)<sup>4</sup>. Em [14], também é apresentado um modelo vetorial para a MSIP, no entanto, tal modelo não possibilita a aplicação do controle vetorial sem a leitura das correntes de estator.

Como em sistemas de posicionamento utiliza-se sensores de posição de alta resolução, como *encoders* ópticos, o *hardware* necessário para a aplicação desse modelo vetorial pode ser mais simples por não necessitar da leitura das correntes do estator, uma vez que se tenham todos os parâmetros necessários da máquina.

A Figura 10 apresenta um diagrama de blocos de um sistema de acionamento, em malha aberta de corrente, de um BLDC, utilizando-se o modelo vetorial proposto neste trabalho. A partir do torque de referência, determina-se a corrente de referência utilizando-se (21), e com (10), determina-se  $v_{d_x}$  e  $v_{q_x}$ . Os parâmetros  $a_x$  e  $\theta_x$  são obtidos por (22) e (23) (Seção IV). As grandezas escritas no sistema de coordenadas  $dq_x$  são então transformadas para o sistema de coordenadas  $\alpha\beta$ , e, a seguir, para o sistema de coordenadas abc, através de (8) e (29), respectivamente. Na figura, O bloco “T” consiste na transformação inversa  $\alpha\beta \rightarrow 0$ , inverso de (29) e (30), e o bloco “Modelo da Máquina” representa (27) e (28).

A Figura 11 apresenta os resultados de simulação desse sistema de acionamento aplicado a uma máquina utilizada em motores BLDC cujas formas de onda das forças contraeletromotrizes estão apresentadas na Figura 3. Os parâmetros dessa máquina são dados na Tabela I. Os resultados apresentados referem-se à aplicação de um torque de referência inicial de 6 Nm, até o instante de 0,1 s, seguido da aplicação de um torque de referência de 3 Nm, a partir desse instante. A Figura 11 apresenta a resposta do torque eletromagnético da máquina à aplicação desse torque de referência, assim como a resposta de corrente da fase a da máquina. Foi utilizada uma frequência de chaveamento de 6 kHz (frequência de PWM) para a geração das tensões (nas coordenadas abc) de estator da máquina. Para a simulação de uma máquina com o perfil de FCEM mostrado na Figura 2, além dos parâmetros específicos dessa máquina, como  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $n_{pp}$ , etc., seria necessário utilizar-se dos parâmetros  $a_x$  e  $\theta_x$  mostrados na Figura 8.

**TABELA I**  
Parâmetros do motor BLDC utilizado no trabalho.

Parâmetro	Valor	Unidade
Resistência de uma fase do estator	$R_s$	2,3 $\Omega$
Auto-Indutância de estator - Indutância mútua de estator	$(L_s - M_s)$	12.5 mH
Número de pares de pólos	$n_{pp}$	3

Para efeitos comparativos, a Figura 12 apresenta os resultados de simulação da mesma máquina quando alimentada

<sup>4</sup>Isso é possível uma vez que se tenham os parâmetros da máquina, sendo que a eficiência desse sistema de controle em malha aberta depende da exatidão desses parâmetros. No caso desses parâmetros não serem bem conhecidos ou apresentarem variações, como na aplicação em um lote de máquinas equivalentes, um sistema para estimação ou sintonia *online* dos mesmos seria altamente desejável.

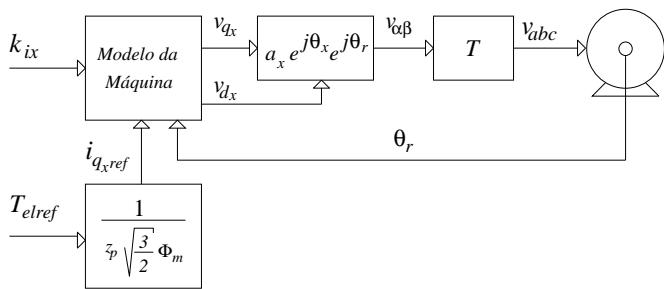


Fig. 10. Diagrama de blocos de um sistema de acionamento empregando motor BLDC com controle vetorial em malha aberta de corrente.

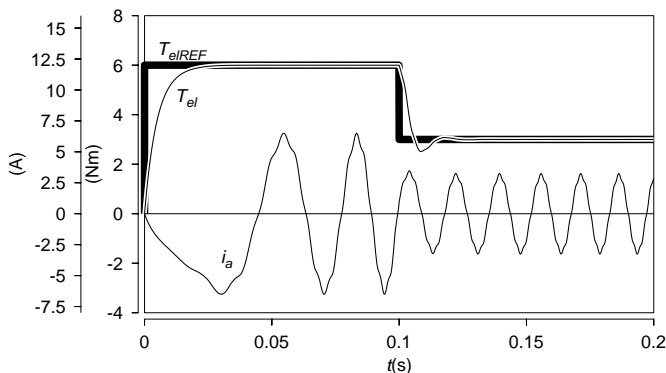


Fig. 11. Resposta de torque eletromagnético e corrente de fase de um motor BLDC (formas de onda da FCEM da Figura 3) com conversor empregando o controle vetorial proposto.

por conversor convencional, empregando inversor trifásico no modo seis-pulsos  $120^\circ$ , e controlando-se o nível de corrente através de modulação de largura de pulsos (PWM), também com 6 kHz. Conforme pode-se observar nas Figuras 11 e 12, a utilização do modelo vetorial proposto apresenta baixas ondulações no torque eletromagnético da máquina, se comparadas às produzidas com a utilização do conversor no modo seis-pulsos  $120^\circ$ . Observa-se que os resultados apresentados referem-se ao acionamento da máquina em malha aberta de corrente.

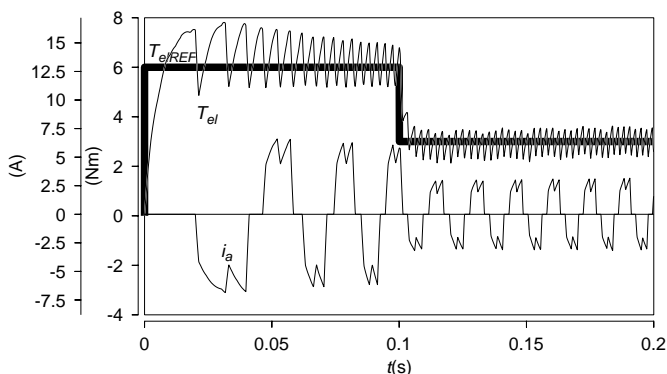


Fig. 12. Simulação do motor BLDC (formas de onda da FCEM da Figura 3) com conversor elétrico no modo seis-pulsos  $120^\circ$ .

As Figuras 13 e 14 apresentam os resultados de simulação (resposta do torque eletromagnético e da corrente de fase) considerando-se agora uma máquina com os mesmos parâmetros apresentados na Tabela I, mas construída de tal

forma a serem obtidos perfis trapezoidais para as formas de onda das forças contra-eletromotrizes da máquina, conforme a Figura 1. Pode-se observar que, nesse caso também, os resultados obtidos pelo acionamento com o modelo vetorial proposto, é superior ao acionamento convencional.

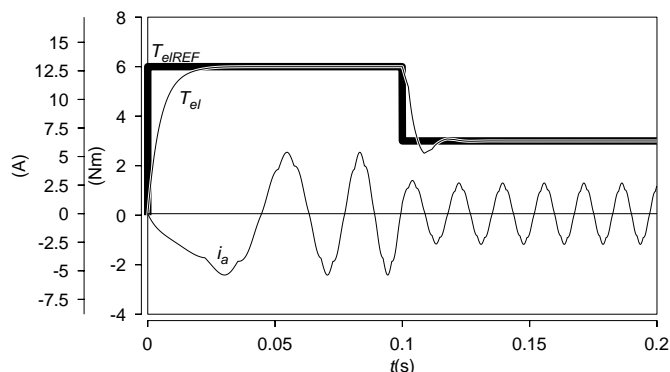


Fig. 13. Simulação de um motor BLDC com perfil de FCEM trapezoidal empregando conversor com modelo vetorial não senoidal.

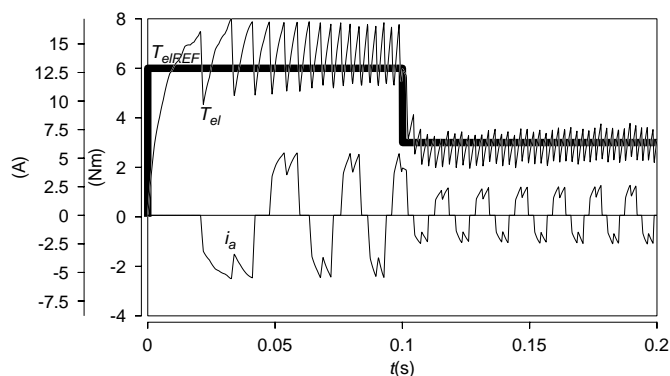


Fig. 14. Simulação de um motor BLDC com perfil de FCEM trapezoidal empregando conversor no modo seis-pulsos  $120^\circ$ .

Os sistemas de posicionamento devem apresentar bom desempenho, e baixas ondulações de torque principalmente em baixas velocidades. Em altas velocidades, as ondulações produzidas pelo torque eletromagnético da máquina são absorvidas pela inércia do sistema mecânico. No entanto, mesmo em alta velocidade de rotação, o método vetorial apresenta alto desempenho com baixas ondulações no torque produzido pela máquina, como pode ser visto em uma simulação cujos resultados são apresentados na Figura 15. Na figura, é aplicado um torque de carga de 2 Nm ( $T_c$ ) e a máquina encontra-se a uma velocidade de 2000 rpm ( $\omega_m$ ), que é a velocidade nominal da máquina utilizada. Pode-se visualizar que o torque eletromagnético gerado pela máquina ( $T_{el}$ ) é livre de ondulações. São também mostradas as formas de onda de tensão de saída de uma fase da ponte inversora trifásica e da corrente em uma fase da máquina. Nota-se que a corrente não apresenta altos valores de  $di/dt$  para a obtenção de uma resposta “lisa” no torque eletromagnético. A forma de onda da tensão aplicada à máquina é resultante de PWM vetorial no modo descontínuo [18]. Para a simulação apresentada na figura, optou-se por não empregar PWM para que as formas de onda de tensão pudessem ser melhor visualizadas.

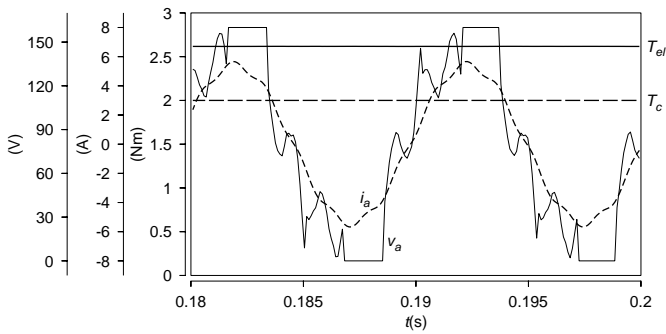


Fig. 15. Corrente e tensão de fase, torque eletromagnético e torque de carga de um motor BLDC com conversor empregando o modelo vetorial ( $\omega_m=2000$  rpm,  $T_{el}=2.6$  Nm).

## VI. IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DE ACIONAMENTO COM BLDC UTILIZANDO O MODELO VETORIAL

Na Figura 16, é apresentado o diagrama esquemático do hardware do sistema desenvolvido para implementação do acionamento de um BLDC, tanto no modo convencional de seis-pulsos  $120^\circ$ , quanto com o modelo vetorial proposto. Na construção desse sistema, utilizou-se o microcontrolador LH77790, fabricado pela Sharp Microelectronics, com clock de 25 MHz. Os *encoders* ópticos utilizados possuem resolução de 10 bits, e o motor *brushless* testado refere-se ao motor cujos perfis da forma de onda de FCEM mostrados na Figura 3, e cujos parâmetros estão apresentados na Tabela I. O software foi desenvolvido em linguagem C, em ambiente GNU/Linux. Os sensores *hall* são utilizados para fornecer a referência do ângulo do rotor, como ocorre também na Figura 19.

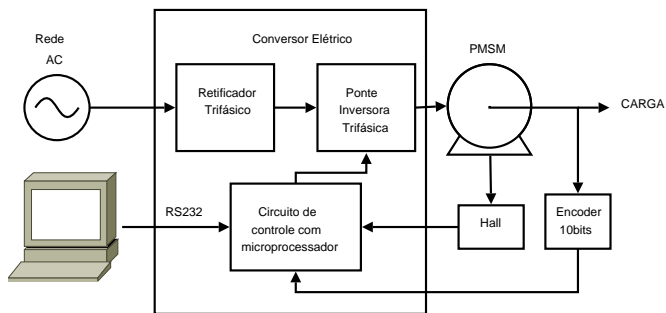


Fig. 16. Diagrama esquemático do *hardware* utilizado para implementação do acionamento com um motor BLDC utilizando o modelo vetorial.

Nas Figuras 17 e 18, são apresentados os resultados práticos da corrente de fase do BLDC, com o sistema de acionamento utilizando o modelo vetorial proposto. A frequência de chaveamento utilizada para o PWM foi de 6 kHz. O conversor elétrico realizou a alimentação da máquina em malha aberta de corrente, conforme já exposto na Seção V. Na Figura 17, o sistema foi acionado para se obter um torque eletromagnético de 2,0 Nm e para uma velocidade mecânica de 11,3 rd/s (107,9 rpm). Na Figura 18 é mostrada a máquina operando com um torque eletromagnético de 1,2 Nm com velocidade de 67,6 rd/s (645,6 rpm).

O desempenho do sistema utilizando o modelo vetorial proposto foi comparado com o mesmo sistema utilizando

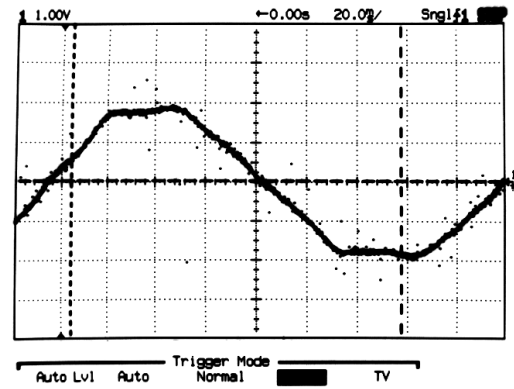


Fig. 17. Corrente de fase de um motor BLDC com conversor empregando o modelo vetorial (corrente: 2,13 A/div,  $\omega_m=107,9$  rpm,  $T_{el}=2,0$  Nm).

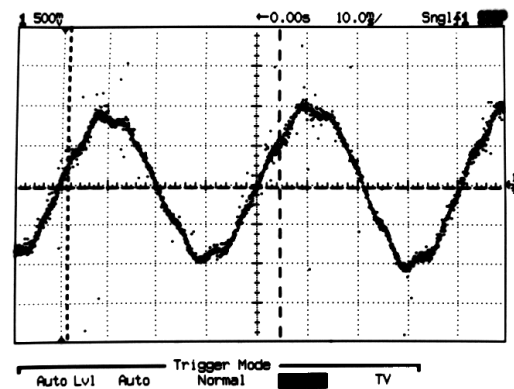


Fig. 18. Corrente de fase de um motor BLDC com conversor empregando o modelo vetorial (corrente: 1,06 A/div,  $\omega_m=645,6$  rpm,  $T_{el}=1,2$  Nm).

o acionamento convencional de seis-pulsos  $120^\circ$  em uma aplicação de posicionamento, com baixa carga inercial. A Figura 19 apresenta o diagrama de blocos simplificado do sistema para o acionamento convencional e o acionamento vetorial proposto. A figura mostra a linha tracejada como a diferença de conexões entre o conversor elétrico no modo seis-pulsos (sem a linha) e empregando o modelo vetorial proposto (com a linha tracejada). Ambos os sistemas foram testados nas mesmas condições de operação e em malha aberta de corrente. Os resultados dos valores das posições do rotor da máquina estão apresentados na Figura 20, para o acionamento no modo seis-pulsos  $120^\circ$ , e na Figura 21, para o acionamento vetorial. Pode-se observar que o acionamento vetorial proposto efetivamente reduz as ondulações no torque, ondulações essas que se traduzem em perturbações de posição, que são mais acentuadas quando utiliza-se o acionamento convencional de seis-pulsos  $120^\circ$ .

## VII. CONCLUSÕES

O trabalho apresentou uma nova modelagem para máquinas síncronas não senoidais através de uma extensão da transformação  $dq$  utilizando-se coeficiente variável para os eixos  $dq_x$ . Através dessa modelagem propõe-se um modelo vetorial para esse tipo de máquina que adapta-se a qualquer tipo



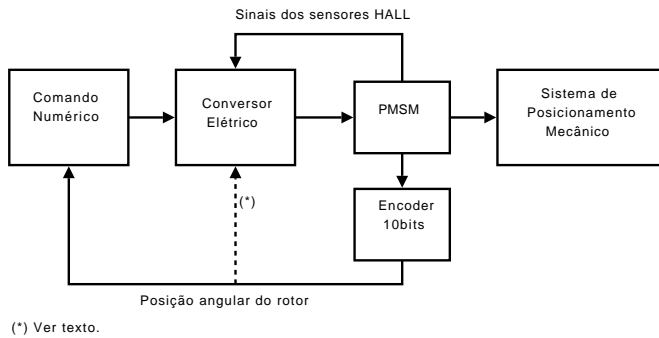


Fig. 19. Diagrama de blocos simplificado para acionamento convencional no modo seis-pulsos 120° (sem a conexão representada pela linha tracejada) e para acionamento empregando conversor com modelo vetorial (com a conexão representada pela linha tracejada).

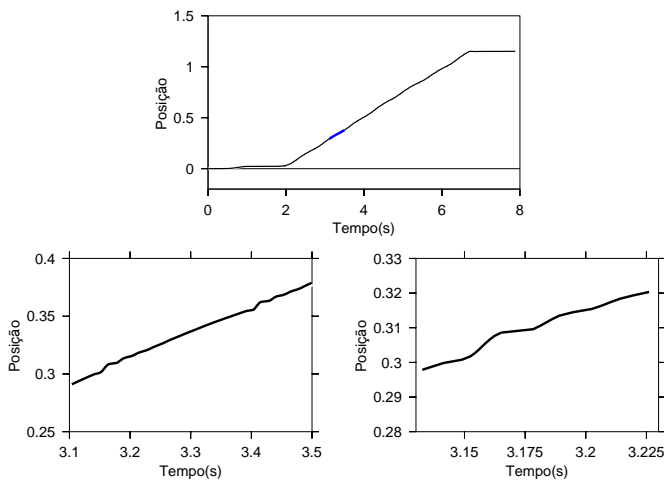


Fig. 20. Posição angular do rotor do motor BLDC com conversor no modo seis-pulsos 120°.

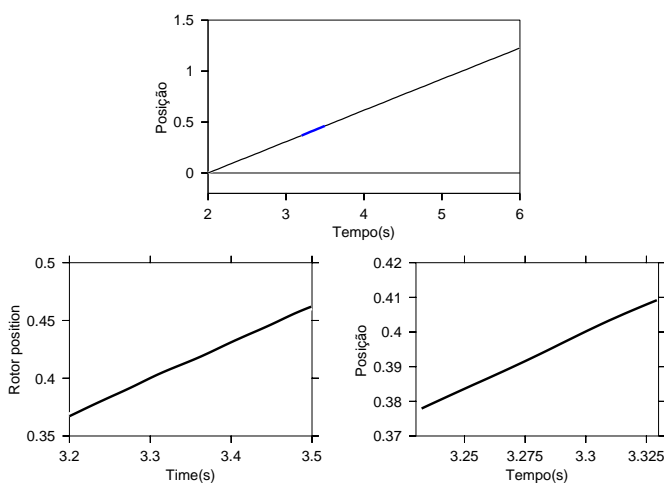


Fig. 21. Posição angular do rotor do motor BLDC com conversor empregando o modelo vetorial.

de forma de onda das forças contra-eletromotrizes induzidas. Apresentaram-se resultados de simulação e práticos que mostram que a utilização desse modelo, na implementação de um sistema de acionamento com esse tipo de máquina, melhora efetivamente o desempenho do sistema, reduzindo as ondulações do torque eletromagnético, se comparado aos resultados obtidos com o sistema de acionamento clássico (acionamento de seis-pulsos 120°). Essa melhora no desempenho pode ser verificada mesmo que o sistema de acionamento seja implementado em malha aberta de corrente.

O uso da transformação  $dq_x$ , aqui apresentada, permite a aplicação do controle vetorial em MSIPSRs não senoidais, com qualquer tipo de FCEM, seja trapezoidal ou não, sem a necessidade da leitura das correntes nas fases da máquina. Considerando sistemas de acionamento empregando motores *brushless DC* (MSIPSR não senoidal e conversor elétrico trifásico no modo seis-pulsos 120°) com *encoder* óptico (para posicionamento), a diferença entre o circuito do conversor elétrico no modo seis-pulsos 120° e o do conversor elétrico empregando controle vetorial consiste em um processador de média capacidade de processamento que, no caso desse trabalho, é um processador com núcleo ARM7TDMI, que apresenta custo relativamente baixo.

Com o emprego do modelo proposto no trabalho, pode-se ver que o custo e complexidade do conversor elétrico se eleva ao mesmo patamar de um conversor elétrico utilizado em acionamentos com MSIPs senoidais. No entanto, o sistema de acionamento resultante da técnicas aqui propostas possui a vantagem de a máquina não-senoidal ser mais leve, menor e ter menor custo do que a máquina senoidal, por unidade de potência [2], e possuir praticamente os mesmos níveis de harmônicos presentes no torque eletromagnético, dos sistemas empregando máquinas senoidais [19].

## APÊNDICE

A transformação  $\alpha\beta 0$  é dada por:

$$x_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (30)$$

Onde:

- $x_{\alpha\beta}$ : grandezas representadas nos eixos  $\alpha\beta$ , na forma complexa;
- $x_0$ : componente zero;
- $x_a$ ,  $x_b$  e  $x_c$ : grandezas representadas nas fases a, b e c, respectivamente.

A transformação  $dq$  é dada por:

$$x_{\alpha\beta} = e^{j\theta_r} x_{dq} \quad (31)$$

Onde:

- $x_{dq}$ : grandeza representada nos eixos  $dq$ , na forma complexa;
- $\theta_{dq}$ : ângulo dos eixos  $dq$  (ângulo qualquer).

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro dado ao projeto.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Vagati, A. Fratta, G. Franceschini, and P. Rosso, "AC motors for high-performance drivers: a design-based comparison," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, no. 5, 1996.
- [2] T. J. E. Miller, *Bushless permanent-magnet and reluctance motor drives*. Oxford: Clarendon Press, 1993.
- [3] S. A. Nasar, I. Boldea, and L. E. Unnewehr, *Permanent magnet, reluctance, and self synchronous motors*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [4] P. Pillay and K. R., "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. part I and II." *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, no. 2, March/April 1989.
- [5] P. D. Evans and B. D., "Simulation of brushless DC drives," *IEE Proceedings Pt. B*, vol. 137, no. 5, September 1990.
- [6] J. Holtz and L. Springob, "Identification and compensation of torque ripple in high precision permanent magnet motor drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 43, no. 2, 1996.
- [7] C. S. Steines, J. Cilia, B. Micallef, and M. Apap, "Sensorless vector control of a surface mount PMSM using high frequency injection," in *2002 International Conference on Power Electronics, Machines, and Drives*, vol. 4-7, June 2002, pp. 44-48.
- [8] S. B. Dewan and A. Starughen, *Power Semiconductor Circuits*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1975.
- [9] T. M. Jahns, "Pulsating torque minimization techniques for permanent-magnet AC motor drives – a review," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 43, no. 2, 1996.
- [10] C. S. Berendsen, G. Champenois, and A. Bolopion, "Commutation strategies for brushless DC motors: influence on instant torque," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 8, no. 2, 1993.
- [11] P. French, C.; Acarnley, "Direct torque control of permanent magnet drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, no. 5, 1996.
- [12] S. J. Park, H. W. Park, M. H. Lee, and F. Harashima, "A new approach for minimum-torque-ripple maximum-efficiency control of BLDC motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, no. 1, February 2000.
- [13] S.-J. Kang and S.-K. Sul, "Direct torque control of brushless DC motor with nonideal trapezoidal back EMF," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, no. 6, November 1995.
- [14] D. Grenier and J. P. Louis, "Modeling for control of non-sinewave permanent-magnet synchronous drives by extending Park's transformation," *Mathematics and Computers in Simulation*, no. 38, 1995.
- [15] J. R. B. A. Monteiro, A. A. Oliveira Jr., M. L. Aguiar, and D. P. Gonzaga, "Implementation of a non-sinusoidal permanent-magnet synchronous machine vectorial control," in *IEEE 36th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC05)*, Recife, Brasil, 2005.
- [16] A. A. Oliveira Jr., J. R. B. A. Monteiro, M. L. Aguiar, and D. P. Gonzaga, "Extended dq transformation for vectorial control applications of non-sinusoidal permanent magnet synchronous machines," in *IEEE 36th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC05)*, Recife, Brasil, 2005.
- [17] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*. Piscataway: IEEE Press, 1996.
- [18] A. Trzynadlowski, R. L. Kirlin, and S. F. Legowski, "Space vector PWM technique with minimum switching losses and a variable pulse rate," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 44, no. 2, April 1997.
- [19] J. R. B. d. A. Monteiro, "Transformação dq não senoidal para máquinas síncronas com Ímã permanente no rotor," Tese Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

## DADOS BIOGRÁFICOS

**José Roberto B. de A. Monteiro**, nascido em 06/07/1972 em Piracicaba-SP, é engenheiro eletricitista (1994), mestre (1997) e doutor em Engenharia Elétrica (2002) pela Universidade de São Paulo. Atualmente, ocupa o cargo de professor doutor na Universidade de São Paulo. Suas áreas de interesse são: eletrônica de potência e acionamentos de máquinas elétricas.

**Azauri Albano de Oliveira Jr.**, nascido em 23/07/1955 em Franca-SP, é engenheiro eletricitista (1977) e mestre em Engenharia Elétrica (1984) pela EESC-USP, e doutor em Engenharia Elétrica (1991) pela EPUSP. É professor na Universidade de São Paulo desde 1978. Suas áreas de interesse são: eletrônica de potência, acionamento e controle de máquinas elétricas, filtros ativos de potência.

**Manoel Luis de Aguiar**, nascido em 30/07/1959 em Pederneiras-SP, é engenheiro eletricitista (1983) pela Universidade Federal de Uberlândia, mestre (1987) pela Universidade de São Paulo e doutor (2003) pela Universidade Técnica de Berlim/Alemanha. Atualmente, ocupa o cargo de professor doutor na Universidade de São Paulo. Suas áreas de interesse são: acionamento e controle de máquinas elétricas, sistemas microprocessados e eletrônica de potência.

**Diógenes Pereira Gonzaga**, nascido em 03/05/1948 em Morro Agudo-SP, é engenheiro eletricitista (1975) e mestre (1983) em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo, e doutor em Engenharia Elétrica (1993) pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente, ocupa o cargo de professor associado na Universidade de São Paulo. Suas áreas de interesse são: eletromagnetismo e máquinas elétricas.

**Carlos Dias Maciel**, nascido em 13/10/1964 na cidade do Rio de Janeiro, é engenheiro eletricitista pelo IME (1989), mestre (1994) e doutor (2000) pela COPPE/UFRJ. Atualmente, ocupa o cargo de professor doutor na Universidade de São Paulo. Suas áreas de interesse são: síntese de micro-eletrônica digital e implementações de DSP usando VHDL/FPGA.