

PWM VETORIAL PARA INVERSOR TRIFÁSICO DE QUATRO-BRAÇOS

W. F. Souza, M. A. Severo-Mendes, P. F. Seixas

Departamento de Engenharia Eletrônica, UFMG

CEP 31270-901, Belo Horizonte - MG

Brasil

Emails: wanderson@cpdee.ufmg.br, marcoos@cpdee.ufmg.br, paulos@cpdee.ufmg.br

Resumo—Este trabalho estuda métodos de modulação PWM para conversores de tensão trifásicos de quatro-braços. O objetivo é estabelecer uma análise comparativa entre esses métodos e mostrar as vantagens de usar esse tipo de conversor. Há dois métodos principais de implementação de moduladores PWM para os conversores de quatro-braços. O primeiro usa um arranjo de vetores de tensão em uma interpretação geométrica no espaço vetorial tridimensional. O outro método é baseado na escolha a priori de um padrão otimizado de chaveamento e usando do conceito da *tensão de off-set*. Uma interpretação própria é desenvolvida baseada nestes dois métodos considerados. O interesse é conciliar as vantagens de ambas as técnicas. O modulador proposto é implementado em um processador digital de sinais (DSP - *Digital Signal Processor*) o TMS320F2812 da Texas Instruments. Resultados de simulações e experimentais são apresentados para validar o algoritmo de PWM desenvolvido para os conversores de tensão trifásicos de quatro-braços.

Palavras-Chave—3-D SVPWM, inversor de quatro-braços, dodecaedro, *tensão de offset*.

SPACE VECTOR PWM FOR THREE-PHASE FOUR-LEG CONVERTER

Abstract—This work studies methods of PWM for three-phase four-leg voltage source converters. The objective is to establish a comparative analysis between these methods and show the advantages of using this kind of converters. There are two main methods for the implementation of PWM for four-leg converters. The first, uses arrangements of voltage vectors in a geometric interpretation in the three-dimensional space. The other method is based on the prior choice of a optimized switching pattern and the using of the offset voltage concept. A novel interpretation is proposed based in the two considered methods. The aim is to conciliate the advantages of both techniques. The method proposed is implemented in a digital signal processor (DSP) the TMS320F2812 from Texas Instruments. Simulation and experimental results are showed to demonstrate the features of the proposed method.

Keywords—3-D SVPWM, four-leg inverter, dodecahedron, *offset voltage*.

Artigo submetido em 29/05/2006. Revisões em 29/09/2006 e 11/01/2007.
Aceito por recomendação do editor R. M. Stephan.

NOMENCLATURA

- V_{xf} - Tensão de pólo para as fases a, b e c .
- V_{xg} - Tensão para o ponto de referência para as fases a, b, c e f .
- V_{α} - Tensão de *Clarke* para o eixo α .
- V_{β} - Tensão de *Clarke* para o eixo β .
- V_0 - Tensão de *Clarke* para o eixo 0 .
- V_z - Tensão indicativa da perda de um grau de liberdade.
- V_N - Vetor de comando para conversor com quatro braços do tipo SVPWM ($N=0, \dots, 15$).
- P_n - Prisma de indicação da localização do vetor de comando ($n=1, \dots, 6$).
- T_k - Tetraedro de indicação da localização do vetor de comando ($k=1, \dots, 24$).
- f_{pwm} - frequência de chaveamento.
- T_{pwm} - período de chaveamento ($T_{pwm} = 1/f_{pwm}$).
- E - Tensão do barramento *C.C.*
- τ_x - É o tempo de condução da chave S_x ($x=a, b, c$ e f).
- V_{min} - Representa o valor mínimo entre as três tensões de linha.
- V_{max} - Representa o valor máximo entre as três tensões de linha.
- T_{V_0} - Tempo de aplicação para o vetor V_0 .
- $T_{V_{15}}$ - Tempo de aplicação para o vetor V_{15} .
- M_i - Índice de modulação.
- R_k - Resistência na carga não-linear ($k=1$ e 2).

I. INTRODUÇÃO

A Figura 1 mostra o circuito típico de um inversor de tensão trifásico de quatro-braços com carga RL . A implementação de modulação PWM para um conversor deste tipo duas abordagens podem ser empregadas: as que operam diretamente com sinais senoidais e as que trabalham com vetores espaciais-SVM (Space Vector Modulation).

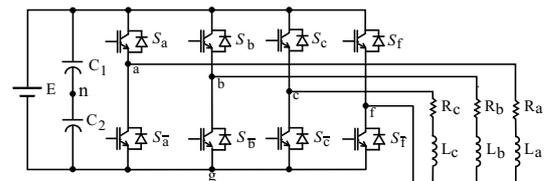


Fig. 1. Circuito típico de um inversor trifásico de quatro-braços.

A abordagem que opera com sinais senoidais e no conceito de *tensão de offset* [8] apresenta-se como um método bastante eficiente no que diz respeito ao algoritmo de implementação.

Nos trabalhos publicados observa-se uma certa preferência ao método SVM [1], [3], [4], [5] e [9]. Este método permite uma maior liberdade na escolha do padrão de chaveamento, que determina a seqüência zero aplicada. A qual define diferentes tipos de grupos de modulações, contínuas ou descontínuas [6].

No conversor de quatro braços, mostrado na Figura 1, o número de combinações possíveis das chaves é igual a 16 (2^4), onde cada uma dessas combinações representa um vetor de tensão. A distribuição espacial destes vetores é mostrada na Figura 2.

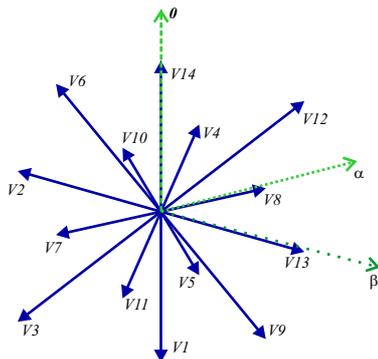


Fig. 2. Distribuição dos vetores no espaço $\alpha\beta 0$.

Através da matriz de transformação da equação (1) é possível converter o espaço dos vetores de tensão do inversor com quatro graus de liberdade (V_{af}, V_{bf}, V_{cf} e V_{fg}) em um outro com três graus de liberdade (V_α, V_β , e V_0). Esse novo espaço será ortogonal ao vetor de tensão $[1 \ 1 \ 1]^t$ do espaço origem [2].

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \\ V_z \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & -\frac{3}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{af} \\ V_{bf} \\ V_{cf} \\ V_{fg} \end{bmatrix} \quad (1)$$

A matriz de transformação $abcf-\alpha\beta 0$, apresentada na equação (1), equivale à matriz de Clarke [2]. Nessa matriz as colunas, excetuando a quarta linha, constituem os vetores primários $[V_8 \ V_4 \ V_2 \ V_1]$, que são apresentados na Figura 2 e nas Tabelas I e II, por exemplo, o vetor $[V_8] = 1V_\alpha + 0V_\beta + \frac{1}{2\sqrt{2}}V_0$. Os vetores primários formam os vértices de um tetraedro simétrico e o somatório deles é o vetor nulo. Outro ponto a ser destacado é que todos os demais vetores são obtidos através da combinação linear desses vetores primários [2].

A última linha dessa matriz é introduzida apenas para que a matriz torne-se quadrada e ortogonal. O termo V_z , indicativo da perda de um grau de liberdade, é desconsiderado. O novo espaço é representado pelas componentes $\alpha\beta 0$ [3].

II. IMPLEMENTAÇÃO DO 3-D SVPWM

Os 16 vetores distribuídos no espaço $\alpha\beta 0$ formam um sólido conforme mostrado na Figura 3. As Tabelas I e II mostram esses vetores [1].

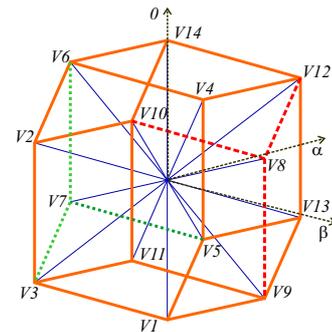


Fig. 3. Sólido formado pelos 14 vetores ativos nos eixos $\alpha\beta 0$.

Na modulação 3-D SVPWM, o vetor de tensão de referência é sintetizado através de uma determinada seqüência de aplicação de vetores durante um período de chaveamento. Independente de onde se encontra este vetor de tensão de referência existem três vetores ativos adjacentes, além de mais dois vetores nulos, que podem ser usados para representar o valor da tensão desejado [3].

TABELA I

Identificação dos vetores de V0 a V7 em função de V_α, V_β e V_0 .

V0	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0
0	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

A Figura 4 mostra as vistas do sólido apresentado na Figura 3. A vista superior mostra a projeção do dodecaedro, no plano $\alpha\beta$. Observando essa vista e considerando a componente de seqüência zero nula, pode-se concluir que a vista superior mostrada equivale ao hexágono utilizado na identificação dos setores em um sistema trifásico de três braços [6].

TABELA II

Identificação dos vetores de V8 a V15 em função de V_α, V_β e V_0 .

V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15
1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0

Portanto, a forma de identificar uma região do poliedro, que constitui um prisma, é análoga a forma de identificação dos setores para o conversor trifásico clássico. A Figura 5 apresenta um fluxograma de identificação dos prismas para o inversor trifásico de quatro-braços.

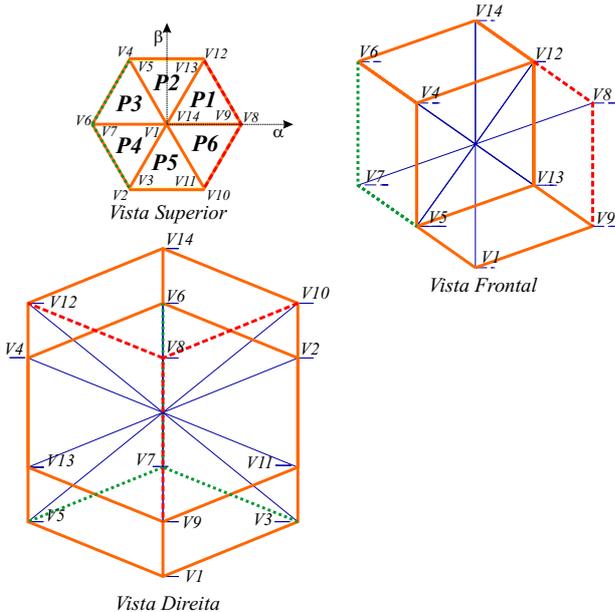


Fig. 4. Vistas do sólido de 12 faces formado pela união dos vetores.

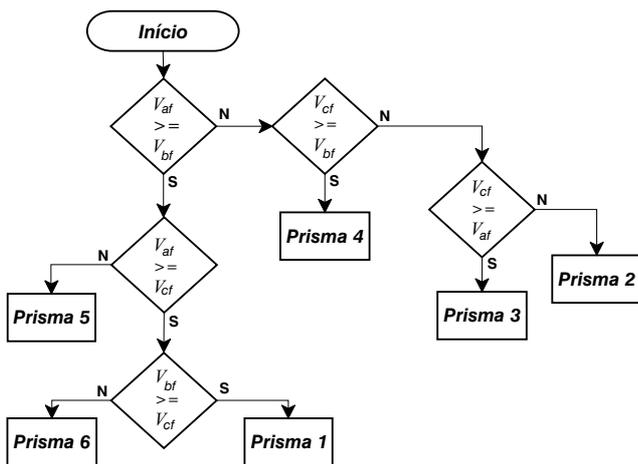


Fig. 5. Fluxograma de identificação dos prismas.

Olhando para dentro de um prisma é possível formar quatro agrupamentos com três vetores adjacentes. Tomando esses agrupamentos e tendo os vetores nulos como ponto de centralização, observa-se a formação de 4 tetraedros. Assim, pode-se tirar a seguinte conclusão: o poliedro de 12 faces, dodecaedro, pode ser dividido em 6 prismas, que por sua vez pode ser subdivididos em 4 tetraedros. A Figura 6 mostra o prisma 1 com os quatro tetraedros.

Conforme mostrado na Figura 5, a relação entre as componentes abc serve para identificar em qual prisma se encontra o vetor de comando a ser sintetizado, já a polaridade das tensões em coordenadas abc serve para identificar em qual tetraedro o vetor se encontra, como apresentado na Tabela III. Nessa tabela, do tetraedro $T1$ ao $T12$ corresponde a condição de operação normal e do tetraedro $T13$ ao $T14$ corresponde a condição do sistema de tensão em completo desequilíbrio.

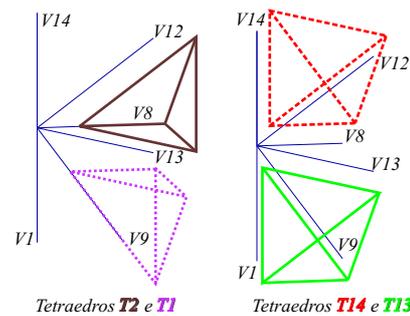


Fig. 6. Vista explodida dos tetraedros para o prisma 1.

TABELA III
Identificação dos tetraedros para o 3-D SVPWM.

Prisma	Tetraedro	Vetor Ativo	Condição
1	1	V8, V9, V13	$V_{af} \geq 0, V_{bf} < 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	2	V8, V12, V13	$V_{af} \geq 0, V_{bf} > 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	3	V4, V12, V13	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
2	4	V4, V5, V13	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	5	V4, V5, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
3	6	V4, V6, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
	7	V2, V6, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
4	8	V2, V3, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
	9	V2, V3, V11	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
5	10	V2, V10, V11	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
	11	V8, V10, V11	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
6	12	V8, V9, V11	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
	13	V1, V9, V13	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
1	14	V8, V12, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
2	15	V1, V5, V13	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	16	V4, V12, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
3	17	V1, V5, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	18	V4, V6, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
4	19	V1, V3, V7	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	20	V2, V6, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
5	21	V1, V3, V11	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	22	V2, V10, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$
6	23	V1, V9, V11	$V_{af} \leq 0, V_{bf} \leq 0 \text{ e } V_{cf} \leq 0$
	24	V8, V10, V14	$V_{af} \geq 0, V_{bf} \geq 0 \text{ e } V_{cf} \geq 0$

A referida Tabela III apresenta a distribuição dos vetores para cada tetraedro. Observe que em cada prisma tem-se quatro tetraedros. Isso também pode ser visto na Figura 6.

Conforme visualizado na Figura 6, para o prisma 1, os tetraedros $T1$ e $T13$ correspondem aos tetraedros inferiores, região onde a tensão de seqüência zero é negativa e $T2$ e $T14$ correspondem aos tetraedros superiores, região onde a tensão de seqüência zero é positiva.

De forma equivalente para os outros prismas essa condição pode ser expandida. Assim, pode-se definir que todos os tetraedros ímpares estão nas regiões onde a tensão de seqüência zero é negativa e os tetraedros pares nas regiões onde a tensão de seqüência zero é positiva.

III. MÉTODO PROPOSTO PARA INVERSOR DE QUATRO-BRAÇOS

O 3-D SVPWM mostra uma vantagem quando se interessa fazer uma análise em relação a posição do vetor de comando. Além disso, é possível otimizar a seqüência de chaveamento, não sendo preciso se preocupar com a definição de uma tensão de seqüência zero [4].

Uma vantagem do método com sinal senoidal é a não necessidade de identificar qual região está o vetor de comando, que sintetizará as tensões de fases solicitadas [7] e [8],

tendo com isso uma maior simplificação na implementação do algoritmo.

Tomando como premissas as vantagens apresentadas em um e no outro método uma nova abordagem de implementação de um PWM para conversor de quatro-braços é proposta neste trabalho. Essa abordagem procura conciliar as vantagens da visão espacial, características do 3-D SVPWM, com a facilidade de implementação proporcionada pela não identificação da região em que se encontra o vetor de comando, característica essa do método baseado no sinal senoidal.

A. Análise do padrão de chaveamento para o 3-D SVPWM

Conforme já mostrado, o diagrama dos vetores no espaço $\alpha\beta 0$ para o conversor de quatro-braços pode ser representado por um dodecaedro, formado pela união das pontas dos vetores não nulos. Esse sólido é dividido em 6 prismas, que por sua vez são divididos em 4 tetraedros, conforme mostrado nas Figuras 3, 4 e 6. Como os prismas são simétricos será feito um estudo dos sinais de chaveamento para o prisma PI , o que poderá ser estendido para os demais prismas.

O tetraedro $T1$, do prisma 1, é formado pelos vetores ativos $V8, V9, V13$ e pelos vetores nulos $V0$ e $V15$, com o objetivo de apresentar uma menor distorção harmônica e número de comutações escolheu-se um padrão de chaveamento simétrico, conforme pode ser visto na seqüência a seguir.

$$\text{NNNN/PNNN/PNNP/PPNP/PPPP/PPNP/PNNP/PNNN/NNNN}$$

Onde **N** equivale a chave superior do braço bloqueada e **P** equivale a chave superior ligada.

A Figura 7 mostra os sinais de comando relativos ao padrão de chaveamento para O tetraedro $T1$ durante um período de chaveamento.

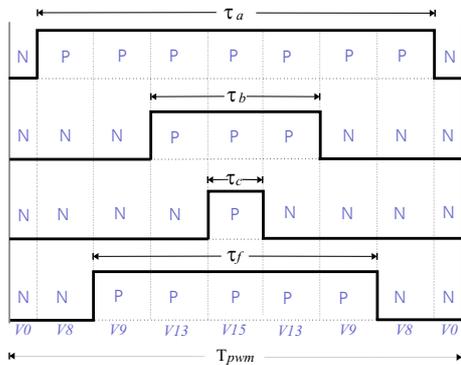


Fig. 7. Distribuição dos tempos de condução para o $T1$ do PI .

A Figura 1, mostra o inversor trifásico de quatro-braços, onde as três tensões de referência (V_{af}, V_{bf} e V_{cf}) podem ser definidas em função das tensões de polo (V_{an}, V_{bn}, V_{cn} e V_{fn}), equação (2).

$$\begin{cases} -E \leq V_{af}, V_{bf}, V_{cf} \leq E \\ V_{af} = V_{an} - V_{fn} \\ V_{bf} = V_{bn} - V_{fn} \\ V_{cf} = V_{cn} - V_{fn} \end{cases} \quad (2)$$

Tomando a Figura 1 como referência e considerando um ponto imaginário (n) para a tensão de polo, é possível deduzir as equações (3), que determinam as larguras de pulso para o

conversor trifásico de quatro-braços, tendo as tensões de polo como referências (V_{an}, V_{bn}, V_{cn} e V_{fn}).

$$\begin{cases} \tau_a = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{an} \\ \tau_b = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{bn} \\ \tau_c = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{cn} \\ \tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{fn} \end{cases} \quad (3)$$

Observa-se na expressão (3), que a componente de seqüência zero (V_{fn}) precisa ainda ser determinada. Esta tensão V_{fn} pode ser escolhida de forma a melhorar o desempenho do conversor PWM.

Das equações (2) e (3) é possível estabelecer as equações (4), que determina as larguras de pulso em função das tensões de referências (V_{af}, V_{bf} e V_{cf}).

$$\begin{cases} \tau_a = \tau_f + \frac{T_{pwm}}{E} V_{af} \\ \tau_b = \tau_f + \frac{T_{pwm}}{E} V_{bf} \\ \tau_c = \tau_f + \frac{T_{pwm}}{E} V_{cf} \end{cases} \quad (4)$$

Como o objetivo de reduzir as variações de corrente de carga a aplicação dos vetores nulos ($V0$ e $V15$) é distribuída uniformemente dentro de um período de chaveamento. Isto é obtido na Figura 7 introduzindo a restrição (5).

$$2T_{V0} = T_{V15} \quad (5)$$

Assim, a partir da Figura 7 e das equações (4) e (5) chega-se:

$$T_{pwm} - \tau_a = \tau_c \therefore T_{pwm} - \tau_f + \frac{T_{pwm}}{E} V_{af} = \tau_f + \frac{T_{pwm}}{E} V_{cf}$$

$$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E} (V_{af} + V_{cf}) \quad (6)$$

Através da equação (6), que expressa o termo τ_f para o tetraedro $T1$, com a obtida na equação (3), obtém-se a equação (7). Que define a *tensão de off-set* para o tetraedro $T1$.

$$V_{fn} = -\frac{(V_{af} + V_{cf})}{2} \quad (7)$$

Para o tetraedro $T2$, tem-se o padrão de chaveamento seguinte:

$$\text{NNNN/PNNN/PPNN/PPNP/PPPP/PPNP/PNNP/PNNN/NNNN}$$

A Figura 8 mostra os sinais de comando relativos a este padrão de chaveamento durante um período de chaveamento.

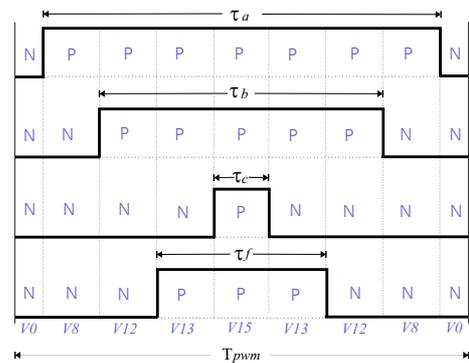


Fig. 8. Distribuição dos tempos de condução para o $T2$ do PI .

A partir da Figura 8 e fazendo,

$$2T_{V0} = T_{V15}$$

chega-se a (8):

$$T_{pwm} - \tau_a = \tau_c \quad (8)$$

De forma semelhante ao desenvolvido para o tetraedro $T1$, chega-se à equação (9):

$$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}(V_{af} + V_{cf}) \quad (9)$$

A partir das equações (9) e (3) obtém-se a equação (10). Que define a *tensão de off-set* para o tetraedro $T2$.

$$V_{fn} = -\frac{(V_{af} + V_{cf})}{2} \quad (10)$$

Para o tetraedro $T13$, o padrão de chaveamento é mostrado na Figura 9 e na seqüência:

NNNN/PNNN/PPNN/PPNP/PPPP/PPNP/PPNN/PNNN/NNNN

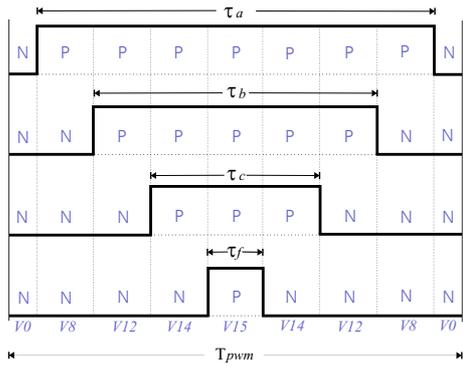


Fig. 9. Distribuição dos tempos de condução para o $T13$ do PI .

Para distribuir uniformemente os vetores de tensão nulo a mesma condição é válida

$$2T_{V0} = T_{V15}$$

A partir desta condição e a Figura 9 obtém-se a equação (11).

$$T_{pwm} - \tau_a = \tau_f \quad (11)$$

Assim, determina-se a equação (12):

$$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}V_{af} \quad (12)$$

Das equações (12), (3) obtém-se (13).

$$V_{fn} = -\frac{V_{af}}{2} \quad (13)$$

Por fim, para o $T14$, tem-se o padrão de chaveamento mostrado na Figura 10 e seqüência:

NNNN/NNNP/PNNP/PPNP/PPPP/PPNP/PNNP/NNNP/NNNN

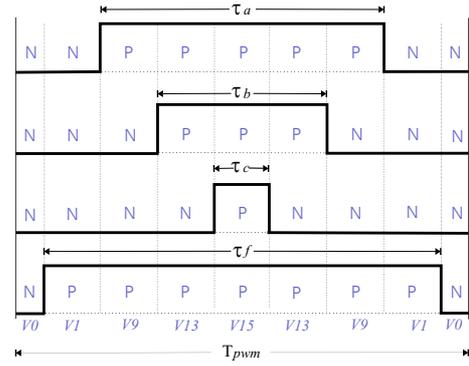


Fig. 10. Distribuição dos tempos de condução para o $T14$ do PI .

Tomando a mesma condição para distribuição dos tempos de aplicação dos vetores nulos na Figura 10, tem-se:

$$T_{pwm} - \tau_f = \tau_c \quad (14)$$

$$T_{pwm} - \tau_f = \tau_f + \frac{E}{T_{pwm}}V_{cf} \quad (15)$$

$$2\tau_f = T_{pwm} - \frac{E}{T_{pwm}}V_{cf} \quad (16)$$

A equação final para τ_f é:

$$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}V_{cf} \quad (17)$$

Novamente, a partir da equação (17) e (3), tem-se (18).

$$V_{fn} = -\frac{V_{cf}}{2} \quad (18)$$

Portanto para o PI , as quatro condições analisadas podem ser resumidas na Tabela IV.

TABELA IV
Determinação dos τ_f para o PI .

	Cálculo de τ_f	Valor de V_{fn}
$T1$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}(V_{af} + V_{cf})$	$V_{fn} = -\frac{(V_{af} + V_{cf})}{2}$
$T2$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}(V_{af} + V_{cf})$	$V_{fn} = -\frac{(V_{af} + V_{cf})}{2}$
$T13$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}V_{af}$	$V_{fn} = -\frac{V_{af}}{2}$
$T14$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{T_{pwm}}{2E}V_{cf}$	$V_{fn} = -\frac{V_{cf}}{2}$

Alguns aspectos são importantes de serem ressaltados partir da análise da Tabela IV. As equações são apresentadas para o PI onde a condição é (19):

$$V_{min} \leq V_{bf} \leq V_{af} \quad (19)$$

Nesta condição,

$$V_{min} = V_{cf}$$

$$V_{max} = V_{af}$$

De forma generalizada para todos os prismas e tetraedros, é possível definir as equações gerais mostradas na Tabela V.

TABELA V
Determinação dos τ_f Generalizados.

Tetraedros	Cálculo de τ_f
$T1/3/5/7/9/11$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{(V_{max} + V_{min})}{2E}T_{pwm}$
$T2/4/6/8/10/12$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{(V_{max} + V_{min})}{2E}T_{pwm}$
$T13/15/17/19/21/23$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{V_{max}}{2E}T_{pwm}$
$T14/16/18/20/22/24$	$\tau_f = \frac{T_{pwm}}{2} - \frac{V_{min}}{2E}T_{pwm}$

Analisando a Tabela V percebe-se a não necessidade em determinar a localização exata do vetor de comando. A seqüência de implementação do método proposto pode ser resumida no algoritmo seguinte:

- 1) Amostra $V_{af}(k)$, $V_{bf}(k)$ e $V_{cf}(k)$
- 2) Ordena-se as tensões para determinar V_{max} e V_{min}
- 3) Determina a região de operação do conversor para escolher V_{fn} .
 Se $V_{min}(k) \geq 0$, então $V_{fn}(k) = -\frac{V_{max}(k)}{2}$
 Senão Se $V_{max}(k) < 0$, então $V_{fn}(k) = -\frac{V_{min}(k)}{2}$
 Senão $V_{fn}(k) = -\frac{V_{max}(k)+V_{min}(k)}{2}$

- 4) Determina-se $V_{an}(k)$, $V_{bn}(k)$ e $V_{cn}(k)$

$$V_{an}(k) = V_{af}(k) + V_{fn}(k)$$

$$V_{bn}(k) = V_{bf}(k) + V_{fn}(k)$$

$$V_{cn}(k) = V_{cf}(k) + V_{fn}(k)$$

- 5) Calcula-se as larguras de pulso

$$\tau_a(k) = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{an}(k)$$

$$\tau_b(k) = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{bn}(k)$$

$$\tau_c(k) = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{cn}(k)$$

$$\tau_f(k) = \frac{T_{pwm}}{2} + \frac{T_{pwm}}{E} V_{fn}(k) \quad (20)$$

IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

As simulações foram realizadas no circuito mostrado na Figura 1 com carga desbalanceada, para as seguintes condições:

$$E = 300 \text{ V e } f_{pwm} = 3,6 \text{ kHz}$$

$$R_a = 15 \Omega \text{ e } L_a = 18 \text{ mH}$$

$$R_b = 8 \Omega \text{ e } L_b = 12 \text{ mH}$$

$$R_c = 10 \Omega \text{ e } L_c = 15 \text{ mH}$$

A Figura 11 mostra o índice de modulação máximo em que foi possível sintetizar uma tensão de saída, mantendo uma relação diretamente proporcional entre a amplitude da fundamental e o índice de modulação. Observa-se nestas figuras que esta proporcionalidade é possível para o índice de modulação menor que 0,57, o esperado para uma modulação vetorial.

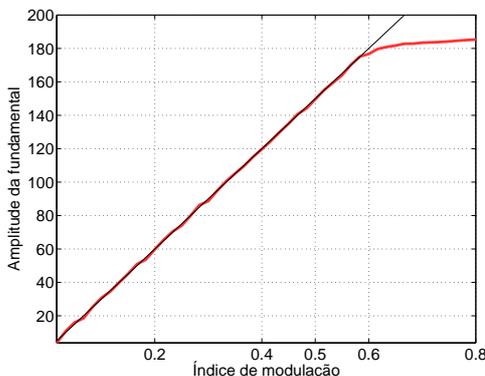


Fig. 11. Amplitude da fundamental de tensão de fase.

Na Figura 12 é apresentada a curva da distorção harmônica total (THD) em função do índice de modulação para o método SVPWM proposto.

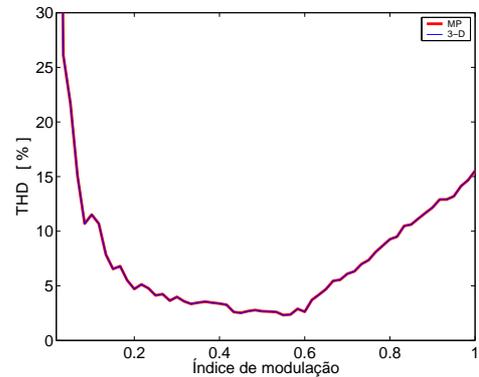


Fig. 12. Distorção harmônica total da tensão de fase.

A Figura 13 mostra as tensões de fase filtradas por um filtro passa-baixas, com uma frequência de corte de 300 Hz. Na Figura 14 são mostradas as correntes de fase. Observe nas figuras 13 e 14 que as tensões de fase ficaram equilibradas apesar do desbalanceamento das correntes.

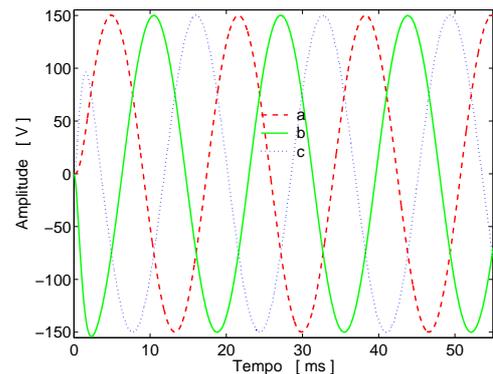


Fig. 13. Tensão de fase filtrada para o inversor de quatro-braços.

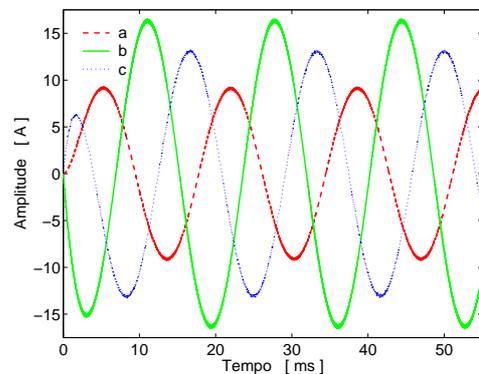


Fig. 14. Corrente de carga.

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção serão apresentados os resultados experimentais que foram obtidos na implementação do PWM proposto para

o inversor trifásico de quatro-braços no processador digital de sinais (DSP TMS320F2812) da *Texas Instruments*.

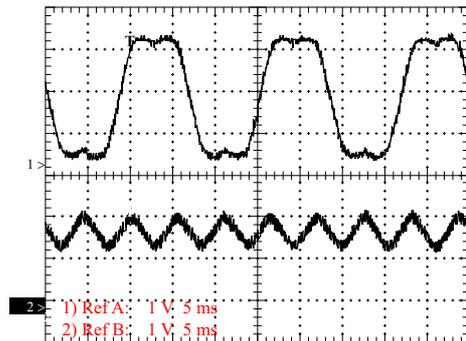


Fig. 15. Tempos de referência para o braço da fase *a* e *f*.

A Figura 15 mostra as formas de onda das tensões de referência para o braço *a* e para o braço *f* do inversor, canal 1 e 2 respectivamente. Essas curvas foram obtidas experimentalmente filtrando os sinais de comando dos referidos braços, apenas para observar a forma das tensões de pólo.

O objetivo da Figura 16 é mostrar a ação do quarto braço em um inversor trifásico com carga desequilibrada através do acompanhamento da tensão de saída em duas das fases. Como se pode verificar, durante um intervalo de tempo o sistema esteve com a carga desequilibrada e sobre a ação do quarto braço. Em um dado momento, retirou-se o sinal de comando para quarto braço e o que se pôde observar foi o desbalanceamento das tensões.

A Figura 17 mostra a tensão para fase *a* filtrada e a corrente pelo quarto braço, quando um desequilíbrio é introduzido sobre essa fase. Verifica-se o aparecimento da corrente pelo quarto braço e a manutenção do mesmo nível de tensão sobre a fase.

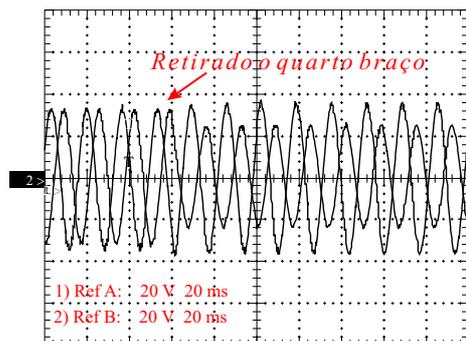


Fig. 16. Ação do quarto braço na tensão de saída.

VI. CONCLUSÃO

Neste artigo foi apresentado um método de implementação de PWM para o inversor trifásico de quatro-braços, buscando desenvolver uma interpretação particular de desenvolvimento.

Observou-se que o processo para sintetizar a tensão de saída no inversor trifásico de quatro-braços nada mais é que uma expansão do sistema de duas dimensões, empregado no trifásico com três-braços, para um tridimensional.

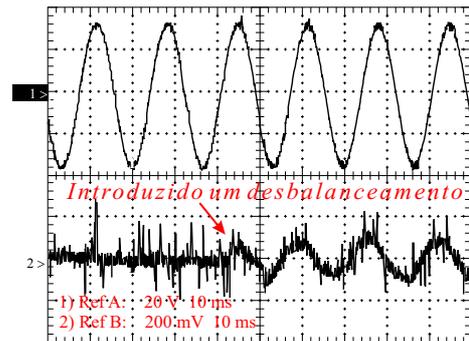


Fig. 17. Tensão e corrente na carga.

O método do tipo 3-D SVPWM possui como características positivas a visão espacial, que se tem na escolha do vetor de tensão que será aplicado, e também a não necessidade de se ter que determinar previamente uma tensão de seqüência zero a ser aplicada.

A abordagem baseada em sinal senoidal e no conceito de *tensão de offset* [8] apresenta-se como um método bastante eficiente no que diz respeito ao algoritmo de implementação. A generalização desenvolvida neste método simplifica em muito a implementação, uma vez que não se faz necessária a identificação das 24 possíveis regiões onde se encontra o vetor de comando.

As vantagens que se procurou conciliar foram a visão espacial e a generalização e simplicidade no algoritmo de implementação. Além disso, foi feita uma nova leitura da distribuição geométrica dos vetores de tensão no espaço $\alpha\beta\theta$.

O conversor trifásico de quatro-braços é uma topologia interessante para sistemas com carga desbalanceada. Na análise apresentada, sem nenhuma malha de controle, a tensão de fase manteve-se equilibradas, apesar de correntes desbalanceadas estarem circulando pelas fases.

Por fim, ficou evidenciado no método proposto a real simplificação da implementação do modulador PWM para o conversor de quatro-braços, mantendo uma boa percepção espacial do sistema e também a vantagem do equacionamento direto baseado nos tempos de condução.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPEMIG, pelo suporte financeiro à pesquisa, e ao CNPQ pela bolsa de mestrado do aluno Wanderson Ferreira de Souza.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] V. H. Prasad, D. Boroyevich, and R. Zhang, "Analysis and comparison of space vector modulation schemes for a four-leg inverter," in *Proc. IEEE-APEC'97 Conf.*, 1997, pp. 864-871.
- [2] M. J. Ryan, R. D. Lorenz, and R. W. De Doncker, "Modeling of sine wave inverters: A geometric approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol.46, pp.1183-1191, Dec. 1999.
- [3] M. J. Ryan, R. W. De Doncker and R. D. Lorenz, "Decoupled control of a four-leg inverter via a new 4x4 transformation matrix," *IEEE Trans. Power Electron.*, Vol. 16, pp.694-701, No.5, Sept. 2001.

- [4] F. Botterón, R. F de Camargo, H. L. Hey, et al, "On the space vector modulation and limiting algorithms for three-phase four-leg voltage source inverter in abc coordinates," *in Proc. PESC'02*, 2002, Vol. 1, pp. 232-237.
- [5] F. Botterón, R. F de Camargo, H. L. Hey, et al, "New limiting algorithms for space vector modulated three-phase four-leg voltage source inverter," *in Proc. PESC'02*, 2002, Vol. 1, pp. 232-237.
- [6] Ahmet M. Hava, Russel J. Kerkman, and Thomas A. Lipo, "Simple analytical and graphical methods for carrier-based PWM-VSI drives," *IEEE Trans. On Power Electronics*, vol.14, NO. 1, January 1999.
- [7] J-Hwan Kim, and Seung-Ki Sul, "Overmodulation strategy for a three-phase four-leg voltage source converter," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, 2004.
- [8] J-Hwan Kim, and Seung-Ki Sul, "A carrier-based PWM method for three-phase four-leg voltage source converters," *IEEE Trans. On Power Electronics*, vol.19, NO. 1, January 2004.
- [9] R. Zhang, V. H. Prasad, D. Boroyevich, and F. C Lee, "Three-dimensional space vector modulation for four-leg voltage-source converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 17, pp. 314-325, May 2002.

DADOS BIOGRÁFICOS

Wanderson Ferreira de Souza, graduou-se em Engenharia Eletrônica e de Telecomunicação pela PUC-MG em 2000. Em 2005 recebeu o título de Mestre em Engenharia Elétrica pelo programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFMG, onde desenvolveu pesquisa sobre Técnicas Vetoriais de Modulação por Largura de Pulsos para Conversores Trifásicos de Quatro-braços. Atualmente é professor Substituto do Departamento de Engenharia Eletrônica da UFMG. Desde de 2006 vem desenvolvendo trabalhos de ensino, pesquisa e orientação de alunos de graduação no Centro de Ensino Superior de Conselheiro Lafaiete. As principais áreas de interesse são: Eletrônica de Potência, Métodos de Modulação em Largura de Pulso, Telecomunicações, Processadores Digitais de Sinais e suas aplicações.

Marcos Antônio Severo Mendes, graduou-se em Engenharia Elétrica pela UFMG em 1994. Em 2001 recebeu o título de Doutor em Engenharia Elétrica pelo programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFMG, onde desenvolveu pesquisa sobre Técnicas de Modulação em Largura de Pulsos para Inversores Multiníveis. Atualmente é professor Adjunto do Departamento de Engenharia Eletrônica da UFMG. Desde de 2001 vem desenvolvendo trabalhos de ensino, pesquisa e orientação de alunos de graduação e pós-graduação na UFMG. As principais áreas de interesse são: Eletrônica, Eletrônica de Potência, Métodos de Modulação em Largura de Pulso, Processadores Digitais de Sinais e suas aplicações.

Paulo Fernando Seixas, Engenheiro eletricista pela UFMG (1980). Desde 1980 é professor do DELT. De 1980 a 1984 trabalhou com o acionamento de motores de indução e projeto de inversores estáticos, recebendo o título de Mestre pelo programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFMG em 1983. De 1984 a 1988 desenvolveu pesquisa sobre o acionamento de motores síncronos à imãs permanentes e técnicas de modulação em largura de pulsos no LEEI - Laboratoire de d'Electrotechnique et d'Electronique do Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, onde recebeu o título de Docteur de L'INPT. Desde 1988 vem desenvolvendo trabalhos de pesquisa e orientação de alunos de graduação e pós-graduação na UFMG. Suas principais áreas de interesse são: Eletrônica, Eletrônica de Potência, Acionamentos Elétricos, Métodos de Modulação em Largura de Pulso, Processadores Digitais de Sinais e suas aplicações.