# CONTROLE ADAPTATIVO POR POSICIONAMENTO DE PÓLOS E ESTRUTURA VARIÁVEL APLICADO AO CONTROLE DE VELOCIDADE DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Francisco C. Silva Jr., Aldayr D. Araújo Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte CEP 59072-970, C.P. 1524, Natal - RN Brasil

e-mails: fcsjunior@dca.ufrn.br, aldayr@dca.ufrn.br

v.

Resumo - Existem dois métodos principais para a construção de controladores adaptativos. Um deles é o Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) e o outro é o Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos (APPC). No MRAC, um modelo de referência é escolhido para gerar a trajetória desejada que o sinal de saída da planta deve seguir, e este modelo pode requerer o cancelamento de zeros da planta. Devido a sua flexibilidade em escolher a metodologia de projeto do controlador (realimentação de estado, projeto de compensador, linear quadrático, etc.) e a lei adaptativa (mínimos quadrados, método do gradiente, etc.), o APPC o tipo mais geral de controle adaptativo. é Tradicionalmente, vem sendo desenvolvido em uma abordagem indireta e, como uma vantagem, pode ser aplicado a plantas de fase não-mínima, já que não envolve cancelamentos de zeros e pólos. A integração aos sistemas com estrutura variável permite agregar rapidez no transitório e robustez às variações paramétricas e perturbações. Neste artigo, um Controlador Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável (VS-APPC) é aplicado ao controle de velocidade de um motor de inducão trifásico. São mostrados resultados de simulação e experimentais.

*Palavras-Chave* – Controle Adaptativo, Motor de Indução Trifásico, Sistemas com Estrutura Variável.

## A VARIABLE STRUCTURE ADAPTIVE POLE PLACEMENT CONTROL APPLIED TO THE SPEED CONTROL OF A THREE-PHASE INDUCTION MOTOR

*Abstract* – There are two main approaches for using in adaptive controllers. One is the so-called Model Reference Adaptive Control (MRAC), and the other is the so-called Adaptive Pole Placement Control (APPC). In MRAC, a reference model is chosen to generate the desired trajectory that the plant output has to follow, and it can require cancellation of the plant zeros. Due to its flexibility in choosing the controller design methodology (state feedback, compensator design, linear quadratic, etc.) and the adaptive law (least squares, gradient, etc.), the APPC is the most general type of adaptive control. Traditionally, it has been developed in an indirect approach and, as an advantage, it may be applied to nonminimum phase plants, because do not involve plant zero-pole cancellations. The integration to variable structure systems allows to aggregate fast transient and robustness to parametric uncertainties and disturbances. In this paper, a Variable Structure Adaptive Pole Placement Control (VS-APPC) is applied to the speed control of a three-phase induction motor. Simulations and experimental results are shown.

*Keywords* - Adaptive Control, Three-Phase Induction Motor, Variable Structure Systems.

## NOMENCLATURA

Vetor tensão do estator.

 $i_s$  e  $i_r$  Vetores corrente do estator e corrente do rotor, respectivamente.

 $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  Componentes do vetor corrente do estator no eixo direto e no eixo em quadratura, respectivamente.

 $\psi_r$  Vetor fluxo do rotor.

 $\psi_{rd} \in \psi_{rq}$  Componentes do vetor fluxo do rotor no eixo direito e no eixo em quadratura, respectivamente.

 $R_s \, e \, R_r$  Resistências por fase do estator e do rotor, respectivamente.

 $L_s$  e  $L_r$  Indutâncias próprias por fase do estator e do rotor, respectivamente.

- *L<sub>m</sub>* Indutância de magnetização por fase.
- $T_e$  Torque eletromagnético no eixo do motor;.
- $T_l$  Torque de carga.
- *J* Momento de inércia do rotor.
- *B* Coeficiente de atrito viscoso da máquina.

*P* Número de pares de pólos.

 $\omega(t)$  Velocidade angular do eixo do motor.

 $\mathcal{E}(t)$  Posição angular do eixo do motor (ângulo entre os eixos da fase 1 do estator e da fase 1 do rotor).

 $\Im m\{x\}$  Componente imaginário de um número complexo "x".

 $[x]^*$  Operador complexo conjugado de um vetor "x".

 $\rho$  Posição angular do vetor fluxo do rotor em relação ao estator.

Artigo submetido em 30 de dezembro de 2005; primeira revisão em 2 de março de 2006; segunda revisão em 2 de maio de 2006. Aceito por recomendação do Editor José Antenor Pomilio.

## I. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, os motores de indução têm cada vez mais tomado o lugar dos motores CC em aplicações de alto desempenho [1]. Em relação ao motor CC, o motor de indução apresenta como vantagens robustez, baixo custo, menor freqüência de manutenção, e no caso de motores com rotor em gaiola de esquilo, sua principal vantagem é a ausência de contatos deslizantes. No entanto, na máquina CC o controle de velocidade se dá de uma forma bastante simples, já que o torque e o fluxo podem ser impostos à máquina de uma forma desacoplada. Isto fazia com que os motores CC fossem os preferidos em acionamentos de alto desempenho.

Com o surgimento, na década de 70, da teoria de controle vetorial [2], que é baseada na orientação dada pelo campo do rotor, é que se teve ferramentas teóricas para controlar a velocidade do motor de indução de forma desacoplada, semelhante ao motor CC [1,3-4], quando o motor é alimentado por fontes de corrente ideais. Com o avanço da eletrônica de potência e do aparecimento de microprocessadores mais rápidos e de menor custo, foi possível a implementação do controle vetorial orientado pelo campo, tornando o motor de indução mais competitivo em relação ao motor CC. Nesta estratégia, um elemento importante de incerteza é o valor da constante de tempo rotórica que varia com as condições de operação, mudando o comportamento do sistema, o que impõe o uso de alguma estratégia de controle adaptativo e/ou robusto, que compense possíveis variações de parâmetros.

A suposição de que uma planta é de fase mínima, ou seja, tem zeros no semi-plano esquerdo, é bastante restritiva em muitas aplicações. Por exemplo, a aproximação de atrasos de tempo em processos químicos e outros processos industriais leva a modelos de planta com zeros no semi-plano direito.

Uma classe de esquemas de controle muito popular no caso de parâmetros conhecidos é aquela que muda o posicionamento dos pólos da planta e não envolve cancelamentos de zeros e pólos. Estes esquemas, conhecidos como Controle por Posicionamento de Pólos (PPC), são aplicáveis a plantas Lineares Invariantes no Tempo (LTI) de fase mínima e não-mínima. A combinação de uma lei de controle por posicionamento de pólos com um estimador de parâmetros ou uma lei adaptativa leva a um APPC e pode ser usado para controlar uma grande variedade de plantas LTI com parâmetros desconhecidos. Esta técnica foi desenvolvida baseada na abordagem indireta, ou seja, o sinal de controle é calculado em função das estimativas dos parâmetros da planta.

Por outro lado, o Controle por Estrutura Variável (VSC) teve origem no estudo dos controladores a relé e consiste no uso de uma lei de controle chaveada que é função das variáveis de estado do sistema, com o objetivo de restringir a dinâmica do sistema a uma superfície chamada *superfície deslizante* [5-6]. Os sistemas com estrutura variável têm como principais características transitório rápido e robustez a perturbações e incertezas paramétricas (em uma faixa estipulada no projeto). A maioria das técnicas de projeto para controle por modos deslizantes supõe que todas as variáveis de estado do sistema são acessíveis para a lei de controle. Na prática, nem todas as variáveis de estado estão fisicamente

disponíveis para realimentação. Neste caso, um controlador por modos deslizantes com realimentação de estado não pode ser implementado, a menos que um observador seja usado para estimar as variáveis de estado não-mensuráveis [7], ou os métodos de projeto devem ser modificados de tal forma que somente um subconjunto das variáveis de estado seja requerido para implementar a lei de controle.

Em trabalhos anteriores, foi desenvolvida uma técnica de controle que absorveu as qualidades do VSC, utilizando, ao invés de medições de todas as variáveis de estado, apenas medições de entrada e saída da planta, a qual foi denominada Controle Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável (VS-MRAC) [8-10], tendo em vista que as leis de adaptação integrais do MRAC [11] foram substituídas por leis chaveadas. Este algoritmo se baseava na abordagem direta do MRAC, sendo assim limitada a plantas de fase mínima. Com o intuito de simplificar o projeto do controlador, foi proposto um novo controlador, chamado VS-MRAC indireto [12-14], o qual calculava os parâmetros do controlador com base nas estimativas dos parâmetros da planta. Recentemente, foi proposto um controlador que, assim como o VS-MRAC, utiliza apenas medições de entrada e saída da planta e as leis adaptativas são substituídas por leis chaveadas, denominado VS-APPC [15-17], buscando agregar as características do APPC e do VSC.

Neste trabalho, o VS-APPC é aplicado ao controle de velocidade do motor de indução trifásico. São apresentados resultados práticos e de simulação.

#### II. MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO

Nesta seção, é usada a técnica vetorial para modelagem do motor de indução, que é importante para o estudo do controle orientado pelo campo [1,4]. Define-se um sistema de eixos ortogonais complexos d e q, para representar a máquina trifásica. No que diz respeito à relação fluxo-corrente, o modelo dq pode ser interpretado como sendo uma máquina bifásica com dois eixos magnéticos solidários e ortogonais de q.

As equações que descrevem a dinâmica do motor de indução são

$$v_s = R_s i_s(t) + L_s \frac{d}{dt} (i_s(t)) + L_m \frac{d}{dt} (i_r(t)e^{j\varepsilon})$$
(1)

$$0 = R_r i_r(t) + L_r \frac{d}{dt}(i_r(t)) + L_m \frac{d}{dt}(i_s(t)e^{j\varepsilon})$$
(2)

$$T_{e}(t) = \frac{2}{3} P L_{m} \Im m\{i_{s}(t)[i_{r}(t)e^{j\varepsilon}]^{*}\}$$
(3)

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} = T_e(t) - B\omega(t) - T_l(t)$$
(4)

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \omega(t) \tag{5}$$

Na prática, o que se busca com a modelagem vetorial é a observação das correntes do estator de um referencial fixo a um fluxo de referência. Assim, definindo um novo sistema de coordenadas (Figura 1) com o eixo de referência direto, *d* ou eixo real ( $\Re e$ ), coincidindo com o vetor fluxo do rotor ( $\psi_r$ ), a componente do vetor fluxo do rotor no eixo em quadratura, *q* ou eixo imaginário ( $\Im m$ ), é anulada, ou seja,  $\psi_{rq} = 0$ .

Baseado na Figura 1 e partindo-se da equação (2), obtémse a equação para o vetor corrente do estator com o referencial no fluxo do rotor

$$i_{s}(t)e^{-j\rho} = \frac{1}{L_{m}}\psi_{rd} + \frac{L_{r}}{L_{m}R_{r}}\left[\frac{d\psi_{rd}}{dt} + j\psi_{rd}\left(\frac{d\rho}{dt} - \omega\right)\right]$$
(6)

Observando o diagrama vetorial (Figura 1) e com (6), as componentes do vetor corrente do estator no eixo direto e em quadratura, em relação ao fluxo do rotor, são calculadas como

$$i_{sd} = \frac{1}{L_m} \psi_{rd} + \frac{L_r}{R_r L_m} \frac{d\psi_{rd}}{dt}$$
(7)

$$i_{sq} = \frac{L_r}{R_r L_m} \left( \frac{d\rho}{dt} - \omega(t) \right) \psi_{rd}$$
(8)

Pela análise do diagrama,

$$i_{s}(t) = (i_{sd}(t) + ji_{sq}(t))e^{j\rho}$$
 (9)

$$\psi_r(t) = \psi_{rd}(t)e^{j(\rho-\varepsilon)} \tag{10}$$

e, o torque da máquina (3) fica

$$T_{e}(t) = \frac{2}{3} P \frac{L_{m}}{L_{r}} \psi_{rd}(t) i_{sq}(t)$$
(11)

Apesar do método indireto ser mais sensível a variações paramétricas, principalmente em relação à constante de tempo rotórica, será aqui utilizado por sua simplicidade, deixando os efeitos das variações dos parâmetros a cargo do controlador adaptativo robusto proposto.

A equação (11) descreve o torque do motor de indução de forma similar ao torque de uma máquina de corrente contínua, onde a componente do vetor de fluxo do rotor no eixo direto é equivalente ao fluxo de campo em uma máquina CC e a componente do vetor corrente do estator no eixo em quadratura é equivalente à corrente de armadura em uma máquina CC. Pela equação (11), mantendo-se a componente de fluxo no eixo direto constante, o torque pode ser controlado apenas pela componente da corrente em quadratura, através de uma relação linear, até o limite da velocidade nominal do motor. Para obter-se o torque máximo, o fluxo de referência será mantido constante e em seu valor máximo.

#### III. CONTROLE POR POSICIONAMENTO DE PÓLOS (PPC)

O propósito desta seção é fazer o desenvolvimento do método polinomial para alcançar o objetivo do PPC, quando os parâmetros são conhecidos com exatidão. A forma desta lei de controle assim como o mapeamento entre os parâmetros do controlador e da planta são usados para formar o APPC indireto para plantas com parâmetros desconhecidos. Considera-se a planta Monovariável (SISO) LTI

 $Z(s) \qquad b \qquad s^{n-1} + b + b$ 

$$y = G(s)u, \ G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$
(12)

Existem, como parâmetros da planta, 2n elementos, que são os coeficientes do numerador e do denominador de G(s). Tem-se a seguir algumas suposições.

**S1.** R(s) é um polinômio mônico cujo grau n é conhecido. **S2.** Z(s) e R(s) são coprimos e grau(Z) < n.



Fig. 1. Diagrama vetorial do motor de indução.

As suposições (S1) e (S2) permitem que Z seja não-Hurwitz em contraste ao caso do Controle por Modelo de Referência (MRC) onde Z deve ser Hurwitz.

Pode-se estender o objetivo do PPC ao incluir o rastreamento, onde y é requerido seguir uma certa classe de sinais de referência r, usando o princípio do modelo interno [18]. O sinal de referência uniformemente limitado é assumido satisfazer

$$Q_m(s)r = 0 \tag{13}$$

onde  $Q_m(s)$ , é o modelo interno de r [18], um polinômio mônico conhecido de grau q com raízes não repetidas no eixo  $j\omega$ , exceto na origem, e que satisfaz adicionalmente

**S3.**  $Q_m(s) \in Z(s)$  são coprimos.

Considera-se a lei de controle

$$Q_m(s)L(s)u = -P(s)y + M(s)r$$
(14)

onde P(s),  $M(s) \in L(s)$  são polinômios (com L(s) mônico) de grau q + n - 1, q + n - 1 e n - 1, respectivamente, a serem calculados e  $Q_m(s)$  satisfaz (13) e a suposição (S3).

Aplicando (14) à planta (12), obtém-se a equação da planta em malha fechada

$$y = \frac{Z(s)M(s)}{Q_m(s)L(s)R(s) + P(s)Z(s)}r$$
(15)

cuja equação característica

$$Q_m(s)L(s)R(s) + P(s)Z(s) = 0$$
(16)

tem ordem 2n+q-1. O objetivo agora é escolher os polinômios  $P \in L$ , tal que

$$Q_m(s)L(s)R(s) + P(s)Z(s) = A^*(s)$$
 (17)

é satisfeita para um polinômio Hurwitz mônico escolhido  $A^*(s)$  de grau 2n+q-1. Devido às suposições (S2) e (S3) garantirem que  $Q_m$ ,  $R \in Z$  são coprimos, existe solução para que  $L \in P$  satisfaçam (17) e esta solução é única [18].

Usando (17), a equação em malha fechada é descrita por

$$y = \frac{ZM}{A^*}r$$
(18)

Similarmente, da equação da planta em (12) e da lei de controle em (14) e (17), obtém-se

$$u = \frac{RM}{A^*}r \tag{19}$$

Devido *r* ser uniformemente limitado e  $\frac{ZM}{A^*}$  e  $\frac{RM}{A^*}$  serem

próprias com pólos estáveis, y e u também são uniformemente limitados para algum polinômio M(s) de grau n + q - 1 [18]. Por isso, o objetivo do posicionamento de pólos é alcançado pela lei de controle (17) sem ter que adicionar restrições em  $M(s) e Q_m(s)$ . Quando r = 0, (18) e (19) implicam que y e u convergem para zero com taxa de convergência exponencial. Quando  $r \neq 0$ , o erro de rastreamento e = y - r é dado por

$$e = \frac{A^{*} - ZM}{A^{*}}r = \frac{LR}{A^{*}}Q_{m}r - \frac{Z}{A^{*}}(M - P)r$$
(20)

Para erro de rastreamento nulo, (20) sugere a escolha de M(s) = P(s) para anular o segundo termo em (20). O primeiro termo em (20) é anulado usando  $Q_m r = 0$ . Por isso, o posicionamento de pólos e o objetivo de rastreamento são conseguidos pela lei de controle

$$Q_m L u = P(r - y) \tag{21}$$

que é implementada como mostrado na Figura 2 usando n + q - 1 integradores para a realização do controlador  $C(s) = \frac{P(s)}{Q_m(s)L(s)}$ . Devido L(s) não ser necessariamente

Hurwitz, a realização de (21), com n + q - 1 integradores, pode ter uma função de transferência C(s) instável. Uma realização alternativa de (21) é obtida reescrevendo (21) como

$$u = \frac{\Lambda - LQ_m}{\Lambda} u - \frac{P}{\Lambda} (y - r)$$
(22)

onde  $\Lambda$  é algum polinômio mônico Hurwitz de grau n + q - 1.

#### IV. CONTROLE POR ESTRUTURA VARIÁVEL

Esta seção tem por objetivo apresentar o desenvolvimento matemático do VSC, para um sistema de segunda ordem, que é fundamental para o desenvolvimento de um controlador adaptativo com leis chaveadas.

Considera-se um sistema de segunda ordem do tipo

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + u
\end{aligned}$$
(23)

Define-se uma superfície de chaveamento s como

$$s = \{x \in \mathfrak{R} \mid s(x) = cx_1 + x_2 = 0, c > 0\}$$
(24)

na qual deseja-se que permaneçam as variáveis de estado  $x_1$  e  $x_2$  (dinâmica do sistema), ou seja, sobre a qual o sistema deve deslizar. Deve ser satisfeita a condição  $s\dot{s} < 0$  para se ter o comportamento ilustrado na Figura 3.

Utiliza-se um sinal de controle da forma

$$u = \begin{cases} u^{+}(x), \ s(x) > 0\\ u^{-}(x), \ s(x) < 0 \end{cases}$$
(25)

Se a condição  $s\dot{s} < 0$  é satisfeita em uma vizinhança de s(x) = 0, a saída da planta tende para *s* nesta vizinhança. Portanto, se uma trajetória alcança *s*, é forçada a deslizar (escorregar ou apresentar um modo deslizante – *sliding mode*) sobre esta superfície, ou seja, é definido um modo deslizante em *s*.

Considera-se a lei de controle

$$u = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \tag{26}$$

com

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -\theta_1 \operatorname{sgn}(sx_1), \ \overline{\theta}_1 > |a_1| \\ \theta_2 &= -\overline{\theta}_2 \operatorname{sgn}(sx_2), \ \overline{\theta}_2 > |c + a_2| \end{aligned}$$

$$(27)$$

Os parâmetros  $\overline{\theta_1}$  e  $\overline{\theta_2}$  determinam a rapidez com que a trajetória atinge a superfície de chaveamento. Pela condição de chaveamento, tem-se

$$s\dot{s} = s(c\dot{x}_1 + \dot{x}_2) = s(cx_2 + a_1x_1 + a_2x_2 + u)$$
 (28)



Fig. 2. Diagrama de blocos do controle por posicionamento de pólos.

Substituindo (26) em (28), tem-se

$$s\dot{s} = s[a_{1}x_{1} + (a_{2} + c)x_{2} + \theta_{1}x_{1} + \theta_{2}x_{2}]$$
(29)  
Usando (27) em (29), fica-se com  
$$s\dot{s} = s[a_{1}x_{1} + (a_{2} + c)x_{2} - \overline{\theta_{1}} \operatorname{sgn}(sx_{1})x_{1} - \overline{\theta_{2}} \operatorname{sgn}(sx_{2})x_{2}]$$
$$s\dot{s} = a_{1}sx_{1} - \overline{\theta_{1}} | sx_{1} | + (a_{2} + c)x_{2} - \overline{\theta_{2}} | sx_{2} |$$

Então, a condição de deslizamento  $s\dot{s} < 0$  é obtida com  $\overline{\theta_1} > |a_1|$  e  $\overline{\theta_2} > |c + a_2|$ , e, portanto, *s* se torna uma superfície deslizante.

O comportamento do sistema em s = 0 depende somente da inclinação *c* da superfície de chaveamento. Isto significa que o sistema é insensível a variações dos parâmetros da planta, dentro de certos limites.

#### V. CONTROLE ADAPTATIVO POR POSICIONAMENTO DE PÓLOS E ESTRUTURA VARIÁVEL

Nesta seção é mostrado o desenvolvimento matemático do controle por posicionamento de pólos e estrutura variável proposto em [15]. O controlador proposto é utilizado para plantas de primeira ordem.

Considera-se a planta

$$y = \frac{b}{s+a}u \Rightarrow \dot{y} = -ay + bu \tag{30}$$

onde os parâmetros *a* e *b* são constantes e conhecidos com incertezas. Tem-se como objetivo estimar *a* e *b* e gerar um sinal de controle *u* para que *y* tenda assintoticamente ao sinal de referência *r* e para que os pólos de malha fechada da planta (30) sejam alocados para as raízes de  $A^*(s) = s^2 + \alpha_1^* s + \alpha_0^* = 0.$ 

Seja  $a_m > 0$ . Então, pode-se escrever (30) como

$$\dot{y} = -a_m y + (a_m - a)y + bu$$
 (31)

Uma estimativa para a saída da planta pode ser escrita como

$$\hat{y} = -a_m \hat{y} + (a_m - \hat{a})y + \hat{b}u$$
 (32)

onde  $\hat{a} \in \hat{b}$  são estimativas para  $a \in b$ , respectivamente [18].



Fig. 3. Superfície de deslizamento em um sistema de estrutura variável.

Define-se o erro de estimação  $e_0$  como

$$e_0 = y - \hat{y} \tag{33}$$

e, portanto,

$$\dot{e}_0 = -a_m e_0 + \tilde{a}y - bu \tag{34}$$

com

$$\tilde{a} = \hat{a} - a, \qquad \tilde{b} = \hat{b} - b \tag{35}$$

Como a e b são constantes, por hipótese, tem-se

$$\dot{\tilde{a}} = \dot{\hat{a}}, \quad \dot{\tilde{b}} = \hat{b}$$
 (36)

Considera-se as seguintes leis chaveadas para  $\hat{a} \in \hat{b}$ 

$$a = -a \operatorname{sgn}(e_0 y), \ a > |a|$$
  
$$\hat{b} = \overline{b} \operatorname{sgn}(e_0 u), \ \overline{b} > |b|$$
(37)

A. Prova de Estabilidade

Seja a seguinte candidata a função de Lyapunov

$$V(e_0) = \frac{1}{2}e_0^2 > 0$$

então,

$$\dot{V}(e_0) = e_0 \dot{e}_0$$
  
=  $-a_m e_0^2 + \tilde{a} e_0 y - \tilde{b} e_0 u$   
=  $-a_m e_0^2 + (\hat{a} - a) e_0 y - (\hat{b} - b) e_0 u$   
=  $-a_m e_0^2 + [-\overline{a} \operatorname{sgn}(e_0 y) - a] e_0 y - [\overline{b} \operatorname{sgn}(e_0 u) - b] e_0 u$   
=  $-a_m e_0^2 - (\overline{a} | e_0 y | + a e_0 y) - (\overline{b} | e_0 u | - b e_0 u)$ 

Desde que  $\overline{a} > |a| e \overline{b} > |b|$ , fica-se com

$$(e_0) \le -a_m e_0^2 < 0$$

que garante  $e_0 = 0$  como um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável. Como  $\lim ||e_0(t)|| = 0$ , tem-se

$$|\dot{e}_0| \ge c > 0, \forall t \ge t_f > 0$$

Então,  $e_0$  atinge a superfície deslizante  $e_0 = 0$  em um tempo fínito  $t'_f > t_f$ .

Com esta técnica de controle, não se garante a convergência das estimativas para os valores corretos dos parâmetros da planta, já que não se trata de adaptação paramétrica e sim de uma lei de controle chaveada. Entretanto, o sistema é robusto a variações paramétricas e perturbações desconhecidas atuando na entrada da planta.

#### B. Cálculo dos Parâmetros do Controlador

Neste artigo, o controlador será projetado para um sinal de referência constante. Como o polinômio  $Q_m(s)$  é calculado de acordo com a referência a ser seguida, neste caso,  $Q_m(s) = s$ .

Para a planta de primeira ordem, tem-se: L(s) = 1 e  $P(s) = p_1 s + p_0$  e os coeficientes  $p_1$  e  $p_0$  satisfazem a equação Diofantina

$$a) + (p_1 s + p_0)b = s^2 + \alpha_1^* s + \alpha_0^*$$
(38)

cuja solução é

s(s +

$$p_1 = \frac{\alpha_1^* - a}{b}, \quad p_0 = \frac{\alpha_0^*}{b}$$
 (39)

Como supõe-se que os parâmetros da planta são conhecidos com incertezas, o princípio da equivalência à certeza sugere o uso da mesma lei de controle, mas com o polinômio  $P(s) = p_1 s + p_0$  calculado usando as estimativas dos parâmetros, e, portanto, tem-se

$$\hat{p}_1 = \frac{\alpha_1^* - \hat{a}}{\hat{b}}, \quad \hat{p}_0 = \frac{\alpha_0^*}{\hat{b}}$$
 (40)

Uma vez que os parâmetros do controlador podem ser funções de mais de um parâmetro da planta simultaneamente, o sinal pode ficar indefinido, pois existem dois ou mais sinais chaveados em freqüências elevadas. Além disso, o parâmetro  $\hat{b}$  aparece no denominador das expressões, o que pode causar divisões por zero. Com isso, faz-se necessária a introdução de um valor nominal do parâmetro  $\hat{b}$ , para manter o valor com sinal definido. Reescrevendo as leis chaveadas com a modificação na expressão de  $\hat{b}$ , tem-se

$$\hat{a} = -\overline{a} \operatorname{sgn}(e_0 y), \ \overline{a} > |a|$$
  
$$\hat{b} = \overline{b} \operatorname{sgn}(e_0 u) + b_{nom}, \ \overline{b} > |b - b_{nom}|$$
(41)

onde  $b_{nom}$  é um valor nominal para o parâmetro b. O sinal de controle u é gerado a partir da equação (21).

#### VI. APLICAÇÃO DO CONTROLADOR

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a aplicação da técnica apresentada neste trabalho ao controle de velocidade de um motor de indução trifásico.

#### A. Parâmetros do Motor de Indução

Foi utilizado um motor de indução trifásico classe "B"de 0,25 HP, com 4 pólos, velocidade nominal de 1725 rpm (180,64 rad/s), tensões nominais 380 V/220 V para ligação Y e  $\Delta$ , respectivamente, com freqüência nominal de 60 Hz. As correntes nominais são de 1,26 A em 220 V (ligação  $\Delta$ ) e 0,726 A em 380 V (ligação Y). O rotor é do tipo gaiola de esquilo. O conjugado nominal é de 1,02 N.m.

Os parâmetros do motor foram obtidos através de ensaios de curto-circuito e de circuito aberto [4] e confrontados com os dados fornecidos pelo fabricante. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela I.

Também foi fornecido pelo fabricante o momento de inércia do motor, cujo valor é

$$J = 5.10^{-4} Kg.m^2$$

O coeficiente de atrito viscoso da máquina é dado por  $B = 5,65.10^{-3} Kg.m^2 / s$ 

A obtenção da equação de primeira ordem que representa a planta foi baseada no fato de que, utilizando-se o controle vetorial indireto pelo campo do rotor, com alimentação dada pelo valor de referência da componente da corrente do estator em quadratura  $(i'_{sq})$  e mantendo-se constante o valor

de referência do fluxo do rotor no eixo direto ( $\psi_{sd}^r$ ), a relação entre o torque elétrico e a corrente de referência é aproximadamente

TABELA I							
Parâmetros elétricos	do motor						

$R_s$	29,5012 Ω
$R_r$	17,8384 Ω
$L_m$	1,0417 <i>H</i>
$L_s$	0,0534 + 1,0417 = 1,0951 <i>H</i>
$L_r$	0,0637 + 1,0417 = 1,1054 <i>H</i>

$$T_e(t) = K i_{sq}^r \tag{42}$$

onde K é uma constante obtida a partir de (11).

A entrada da planta (motor) é a componente  $i_{sq}$  do vetor corrente de estator e a saída é a velocidade do rotor  $\omega$ . Supondo o motor em vazio e sem conjugado de carga, a função de transferência da planta é, então, determinada a partir das equações (4) e (42) resultando em

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{i_{sq}(s)} = \frac{\frac{K}{J}}{s + \frac{B}{J}} = \frac{b}{s + a}$$
(43)

Para os valores dos parâmetros obtidos [4], o seguinte modelo nominal é obtido

$$G(s) = \frac{3798}{s+11,3} \tag{44}$$

#### B. Simulações

Com o modelo da planta obtido (44), o passo seguinte é escolher o polinômio característico  $A^*(s)$ , cujas raízes serão os pólos de malha fechada do sistema. Para que não fosse exigido um sinal de controle de alta magnitude, foi escolhido um polinômio com constante de tempo próxima da constante de tempo da planta. Portanto, tem-se

$$A^*(s) = (s+12)^2 = s^2 + 24s + 144$$
(45)

Como foi visto na Seção V, para uma planta de primeira ordem, cujo sinal de referência a ser seguido é constante, tem-se os seguintes polinômios:  $Q_m(s) = s$ , L(s) = 1 e  $P(s) = p_1 s + p_0$ . De acordo com (40) e (45), tem-se as seguintes expressões para as estimativas dos parâmetros do controlador VS-APPC

$$\hat{p}_1 = \frac{24 - \hat{a}}{\hat{b}}$$
 e  $\hat{p}_0 = \frac{144}{\hat{b}}$  (46)

As leis chaveadas utilizadas para o motor de indução são as mesmas de (41).

Na simulação, o controlador adaptativo proposto é comparado com um controlador PID, cuja função de transferência é dada por

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \frac{\tau_d s}{1 + \frac{\tau_d}{N} s} \right)$$
(47)

As constantes utilizadas para este controlador foram:  $K_p = 0.01, \tau_i = 0.002, \tau_d = 0.07$  e N = 5.

As constantes de projeto do VS-APPC foram escolhidas após diversos testes, de acordo com a observação das respostas obtidas do sistema. As constantes utilizadas foram:  $b_{nom} = 3600$ ,  $\overline{b} = 3550$  e  $\overline{a} = 22$ .

O passo de integração utilizado na simulação foi  $h = 10 \ \mu s$ e o sinal de referência utilizado foi  $r = 900 \ rpm$ .

Para verificar o comportamento dos controladores na presença de um distúrbio externo, foi colocada uma perturbação fixa de 30% da carga nominal do motor no instante t = 0,5s. Além disso, o sinal de referência é alterado para 700 rpm no instante t = 0,8s.

A Figura 4 mostra o resultado da simulação durante 1,2s. O sinal de saída da planta e o sinal de referência são dados em rpm e o sinal de controle  $u = i_{sq}$  é dado em mA, não sendo feita qualquer restrição na magnitude deste. A componente da corrente do estator no eixo direto é mantida com valor constante e dada por:  $i_{sd} = 1,45$  mA.

#### C. Sistema de Acionamento

O sistema de acionamento, que foi utilizado na implementação do controlador VS-APPC, é mostrado na Figura 5 [19-20]. Ele é composto por um motor de indução de 0,25 HP, alimentado por um inversor trifásico VSI/PWM com controle de corrente por janela de histerese. No controle de corrente são usados sensores de efeito Hall para a medição das correntes de duas fases do motor. Um microcomputador recebe a velocidade do motor, através do sinal de um tacogerador.

A saída do tacogerador é uma tensão alternada cuja freqüência e valor eficaz são proporcionais à velocidade do motor. Essa tensão alternada é atenuada, retificada e filtrada (eliminando os ruídos de medição) gerando uma tensão contínua proporcional à velocidade do motor. A filtragem não gera atraso significativo, pois a constante de tempo do filtro é muito pequena para alterar o resultado. A constante de proporcionalidade entre a tensão gerada pelo tacogerador e a velocidade do motor é obtida de acordo com a Tabela II. Uma placa de interface A/D transforma esta tensão contínua em um sinal digital para o microcomputador. No microcomputador, um algoritmo de controle, escrito em linguagem "C", calcula as correntes de referência e, através de um conversor D/A, estas correntes são fornecidas ao inversor VSI/PWM para a alimentação do motor.

A placa conversora AD/DA trabalha com tensões de 0 a +10 V e, assim, o sinal de tensão retificado, proporcional à velocidade, é ajustado para esta faixa. As correntes de referência, geradas a partir do algoritmo de controle, são alternadas, de forma que um nível DC deve ser adicionado para compensar o ciclo negativo das correntes de referência.



Fig. 4. Simulação do controle de velocidade do motor de indução trifásico usando o VS-APPC e o controlador PID.



Fig. 5. Sistema de acionamento.

TABELA II Característica tensão x velocidade do tacogerador

TENSÃO (Volts)	0,00	4,30	6,05	7,65	10,07
VELOCIDADE (rpm)	0,0	975,2	1405,0	1820,0	2442,0

A interface D/A da placa possui apenas duas saídas e, então, apenas duas correntes de referência, geradas pelo algoritmo de controle, podem ser enviadas. Como o circuito é trifásico equilibrado, a terceira corrente pode ser obtida pelo valor negativo da soma das outras duas. Assim, projetou-se um circuito para subtrair o nível DC adicionado às duas correntes de referência geradas pelo controlador, e criar a terceira corrente de referência.

#### D. Implementação Prática

Para a implementação prática, foi medido o período de amostragem referente ao tempo de processamento do algoritmo de controle e de conversões A/D-D/A, cujo resultado foi  $h = 148 \mu s$ .

Novamente, é feita a comparação do VS-APPC com o controlador PID. Foram utilizadas as mesmas constantes de projeto da simulação ( $b_{nom} = 3600$ ,  $\overline{b} = 3550$  e  $\overline{a} = 22$  para o VS-APPC, e Kp = 0,01,  $\tau_i = 0,002$ ,  $\tau_d = 0,7$  e N = 5 para o controlador PID).

Em ambos os ensaios práticos, a velocidade inicial do motor é nula. A velocidade do motor e a referência são dadas em rpm, o sinal de controle  $u = i_{sq}$  em mA (Figuras 6 e 7) e a componente da corrente do estator em quadratura é mantida com valor constante e dada por:  $i_{sd} = 1,45$  mA, assim como nas simulações. O sinal de controle foi limitado em 2,8 mA em ambos os casos.

No ensaio do VS-APPC, aproximadamente no instante t = 6s, é introduzida uma perturbação durante 2s. A referência é alterada para 700 rpm no instante t = 12s. Na Figura 6, o resultado deste ensaio é mostrado.

No ensaio com o controlador PID, é introduzida uma perturbação no instante t = 5,4s, aproximadamente, durante 2s e feita uma alteração na referência no mesmo instante de

tempo do caso anterior, t = 12s. Na Figura 7, o resultado deste ensaio é mostrado.

Conforme observado na Figura 6, com o controlador VS-APPC, a velocidade do motor permanece praticamente constante quando é aplicada uma perturbação, sendo o efeito percebido pelo aumento do sinal de controle durante o intervalo de tempo em que a carga é aplicada. O desempenho transitório deste controlador é bastante rápido e com poucas oscilações, sendo compatível com o resultado obtido na simulação.

Por outro lado, ao ser aplicada a perturbação, o controlador PID (Figura 7) apresenta variações significativas na velocidade do motor, resultando na saturação do sinal de controle, seguindo o sinal de referência somente após alguns instantes. Além disso, foram percebidos diferentes comportamentos transitórios ao se alterar o ponto de operação, pois a sintonia dos parâmetros deste controlador é feita para um determinado ponto de operação.



Fig. 6. Resultado experimental do controle de velocidade do motor de indução trifásico utilizando o VS-APPC.



Fig. 7. Resultado experimental do controle de velocidade do motor de indução trifásico utilizando o controlador PID.

## VII. CONCLUSÕES

Neste artigo, a técnica de controle chamada VS-APPC, proposta em trabalhos anteriores [15-17], foi aplicada ao controle de velocidade do motor de indução trifásico, apresentando resultados superiores aos do controlador PID.

A utilização de leis chaveadas possibilita a obtenção de um transitório bastante rápido, como foi visto na implementação prática, e torna o sistema mais robusto a variações paramétricas e perturbações.

Com os resultados obtidos neste trabalho, mostra-se que o VS-APPC é uma estratégia que apresenta boa robustez no controle de plantas parcialmente conhecidas.

## AGRADECIMENTOS

Este projeto foi financiado pelo CNPq (processo 475.774/2004-3).

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- W. Leonhard, Control of Electrical Drives, Springer-Verlag, Segunda Edição, 1996.
- [2] F. Blashcke, "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvektor Closed Loop Control System for Rotating Field Machines", *Siemens Review*, Pág. 217-220, 1972.
- [3] J. A. S. Larrea, Estudo Comparativo de Métodos de Controle Vetorial para Motores de Indução, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, 1993.
- [4] C. D. Cunha, Controlador Dual Adaptativo Robusto para um Motor de Indução Trifásico, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2001.
- [5] V. I. Utkin, Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems, Mir Publishers, Moscou, 1978.
- [6] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, 1992.
- [7] Q. P. Ha, H. Trinh, H. T. Nguyen, H. D. Tuan, "Dynamic Output Feedback Sliding-Mode Control Using Pole Placement and Linear Functional Observers", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 50, No 5, Pág. 1030-1036, 2003.
- [8] A. D. Araújo, Contribuição à Teoria de Controle Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável: Uma Abordagem Entrada/Saída, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1993.
- [9] L. Hsu, R. R. Costa, "Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using Only Input and Output Measurements - Part I", *International Journal of Control*, Vol. 49, N. 2, Pág. 399-416, 1989.
- [10] L. Hsu, R. R. Costa, "Adaptive Control with Sliding Modes: Theory and Applications", *Anais do XI CBA*, Mini-curso, Pág. 39-60, 1996.
- [11]K. S. Narendra, L. S. Valavani, "Stable Adaptive Controller Design-Part I-Direct Control", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-23, N. 4, Pág. 570-583, 1978.

- [12] J. B. Oliveira, A. D. Araújo, "Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência e Estrutura Variável: VS-MRAC Indireto", *Anais do XIV CBA*, Natal-RN, Pág. 2557-2562, 2002.
- [13] J. B. Oliveira, A. D. Araújo, "An Indirect Variable Structure Model Reference Adaptive Control Applied to the Speed Control of a Three-Phase Induction Motor", *Anais do American Control Conference 2004-ACC 2004*, Pág. 1946-1951, Boston-USA, Julho/2004.
- [14] J. B. Oliveira, Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência e Estrutura Variável, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2003.
- [15] F. C. Silva, Jr., A. D. Araújo, J. B. Oliveira, "A Proposal for a Variable Structure Adaptive Pole Placement Control", 8th International Workshop on Variable Structure Systems, Barcelona-Espanha, Setembro/2004.
- [16] F. C. Silva, Jr., A. D. Araújo, J. B. Oliveira, "Uma Proposta de um Controlador Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável", *Anais do XV CBA*, Gramado-RS, 2004.
- [17] F. C. Silva, Jr., A. D. Araújo, "A Variable Structure Adaptive Pole Placement Control Applied to the Speed Control of a Three-Phase Induction Motor", *Anais do VIII COBEP*, Recife-PE, Pág. 438-442, 2005.
- [18] P. A. Ioannou, J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, 1996.
- [19] A. F. A. Fortunato, A. O. Salazar, A. D. Araújo, "Controle de Velocidade Usando Modos Deslizantes para um Motor de Indução Trifásico", *Revista Controle e Automação*, Vol.12, N. 2, Pág. 148-155, 2001.
- [20] W. A. C. M. Silva, A. D. Araújo, A. O. Salazar, "Um Controle Adaptativo por Estrutura Variável Aplicado ao Controle de Velocidade de Máquinas CC", *Anais do XI CBA*, Vol. 1, Pág. 45-50, 1996.

## DADOS BIOGRÁFICOS

**Francisco das Chagas da Silva Júnior** é engenheiro de computação (2003), mestre em Engenharia Elétrica (2005) e atualmente está desenvolvendo sua tese de doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Suas áreas de interesse são: controle adaptativo, acionamento de máquinas elétricas e sistemas não lineares.

Aldayr Dantas de Araújo é engenheiro eletricista (1978) pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, mestre em Engenharia Elétrica (1983) pela Universidade Federal de Santa Catarina e doutor em Engenharia Elétrica (1993) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Fez pós-doutorado na University of Nevada em 1996-1998.

É professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte desde 1979 e pesquisador do CNPq.

Suas áreas de interesse são: controle adaptativo, sistemas com estrutura variável, controle digital, máquinas elétricas e sistemas não lineares.