

MODELAGEM DOS AMBIENTES ELETROMAGNÉTICO E MECÂNICO DO MOTOR DE RELUTÂNCIA CHAVEADO

Carlos G.C.Neves¹, N.Sadowski¹, Y. Lefèvre², R.Carlson¹

¹GRUCAD-DEEL-CTC-UFSC

P.O.Box 476

88049 Florianópolis - SC - Brasil

²LEEI-ENSEEIH-URA CNRS 847

2, Rue Camichel

30071 - Toulouse Cedex - France

Resumo - Neste artigo são utilizadas técnicas que permitem a modelagem do motor de relutância chaveado tanto do ponto de vista eletromagnético como mecânico. É aplicada uma metodologia baseada na solução simultânea do campo magnético, representado pelo Método de Elementos Finitos bidimensional, com equações do circuito elétrico. Através deste modelo as correntes nos enrolamentos são calculadas e as forças magnéticas obtidas. A resposta mecânica da estrutura à estas forças é calculada por um programa baseado em elementos finitos.

I. INTRODUÇÃO

O motor de relutância chaveado (MRC), mostrado na Fig. 1, é classificado como um motor de relutância variável de dupla saliência. Suas características construtivas simples, baixo custo e tolerância à faltas de seu acionamento fazem do MRC um forte competidor em aplicações industriais, aeroespaciais, automotivas e aplicações domésticas [1].

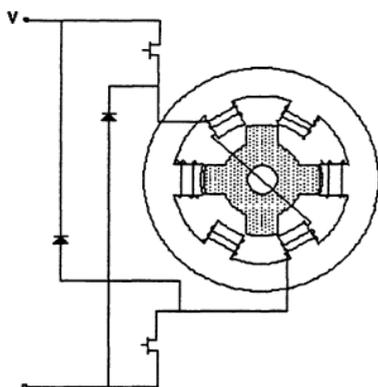


Fig.1: Motor de Relutância Chaveado ligado a uma das pernas do seu conversor de potência.

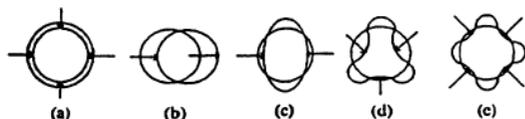


Fig.2. Modos de Vibração: (a) $m=0$; (b) $m=1$; (c) $m=2$; (d) $m=3$; (e) $m=4$.

Mas apesar destas qualidades o MRC apresenta níveis de vibração mais altos do que os motores de indução e a ímãs permanentes. Uma das mais importantes causas de vibração é aquela que tem origem magnética, ou seja, as

forças aplicadas nos dentes do estator das máquinas elétricas em geral, não são igualmente distribuídas para todos os dentes em qualquer instante no tempo, além disso são aplicadas com diferentes magnitudes a cada dente, dependendo da posição relativa rotor - dente do estator. Isto resulta em ondas de força progressivas girantes ao longo da circunferência do estator que poderão excitar m modos de vibração, como os mostrados na Fig. 2, com suas correspondentes m frequências naturais de vibração. O efeito provocado por uma onda de força depende de sua magnitude, frequência e modo de vibração associado a ela. No caso de uma ou mais harmônicas da forças de excitação coincidir com uma ou mais frequências naturais (condição de ressonância) mesmo uma pequena força de excitação pode produzir vibrações muito elevadas [11], [12].

Neste artigo são utilizadas técnicas que permitem a modelagem do MRC tanto do ponto de vista eletromagnético como do ponto de vista de resposta mecânica da estrutura.

Do ponto de vista eletromagnético aplica-se uma técnica baseada na resolução simultânea das equações de campo da máquina (descrita pelo método de elementos finitos) com as do conversor. Esta técnica é chamada de acoplamento forte.

Em termos mecânicos utiliza-se o programa EFMEC que obtém a resposta em frequência da estrutura mecânica para cada uma das harmônicas de força de origem magnética, sendo que as forças magnéticas são obtidas a partir do método do tensor de Maxwell.

II. MODELAGEM DO AMBIENTE ELETROMAGNÉTICO

A. Fluxo magnético

O campo magnético na estrutura da máquina é governado pela equação abaixo:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1)$$

Onde:

- \mathbf{A} - Potencial vetor magnético
- μ - Permeabilidade magnética.
- \mathbf{J} - Densidade de corrente.
- σ - Condutividade elétrica.

No caso do MRC utilizado existe uma situação de anti-periodicidade, portanto o domínio mínimo de estudo é 180° de máquina [2].

B. Técnica de acoplamento forte

A interação entre circuito magnético e circuito elétrico é obtida pela técnica de acoplamento forte na qual as equações de circuito são incluídas dentro da resolução do sistema de equações de elementos finitos.

A equação abaixo descreve o circuito conversor mostrado na Fig. 1.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{dN\phi(t)}{dt} \quad (2)$$

Onde:

- $v(t)$ - Vetor de tensões.
- R - Matriz das resistências CC dos enrolamentos.
- L - Matriz que contém as indutâncias de cabeça de bobina.
- $N\phi(t)$ - Matriz de enlace de fluxo
- $i(t)$ - Vetor corrente no enrolamento.

O fluxo magnético é facilmente relacionado ao potencial magnético. A densidade de corrente J , nos enrolamentos da máquina é geralmente desconhecida, mas pode ser relacionada a tensão nos enrolamentos $v(t)$ por meio de (2). As derivadas no tempo de (1) e (2) são discretizadas com o algoritmo β [6]. Um grande sistema matricial de equações é então obtido:

$$\begin{vmatrix} \beta M(t) + \frac{1}{\Delta t} N & -\beta P \\ \frac{1}{\Delta t} \lambda Q & \beta R + \frac{1}{\Delta t} L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A(t) \\ i(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\beta - 1)M(t - \Delta t) + \frac{1}{\Delta t} N & (1 - \beta)P \\ \frac{1}{\Delta t} \lambda Q & (\beta - 1)R + \frac{1}{\Delta t} L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A(t - \Delta t) \\ i(t - \Delta t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} D \\ -\beta Cv(t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} O \\ (\beta - 1)Cv(t - \Delta t) \end{vmatrix} \quad (3)$$

Onde -

- M - Matriz permeabilidade magnética.
- N - Matriz condutividade elétrica.
- P e Q - Matrizes que relacionam as equações do campo e as equações do circuito elétrico.
- v - Termo da fonte relacionado à tensão aplicada.
- Δt - Passo de cálculo.
- λ - Fator que depende da configuração dos enrolamentos.

O sistema inteiro é resolvido passo a passo com relação ao tempo, e as incógnitas $A(t)$ e $i(t)$ podem ser calculadas. O movimento do rotor é levado em conta por

meio da técnica de Banda de Movimento, com elementos quadriláteros especiais no entreferro [4].

Nos estudos envolvendo transitórios eletromecânicos, tais como a partida do motor, precisa-se incorporar no processo de cálculo a equação relacionando os torques eletromagnético e o torque mecânico.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} [Te - B\omega - TL] \quad (4)$$

com:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (5)$$

Onde:

- Te - Torque eletromagnético calculado pelo Tensor de Maxwell.
- ω - Velocidade angular.
- θ - Ângulo de rotação.
- B - Coeficiente de atrito.
- TL - Torque de carga
- J - Inércia do rotor.

Com o objetivo de ilustrar os resultados que podem ser obtidos através da técnica de acoplamento forte, foi simulada a operação do MRC da partida ao regime permanente. Os resultados obtidos para a corrente, torque e velocidade são mostrados nas Fig(s). 3, 4 e 5, respectivamente.

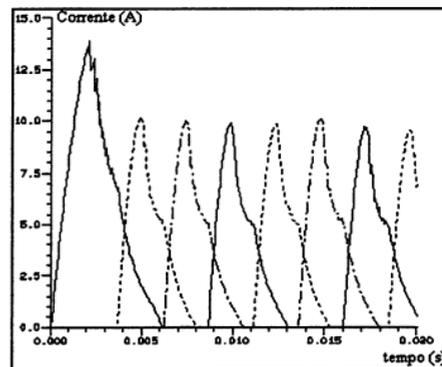


Fig. 3: Curva de corrente nas fases.

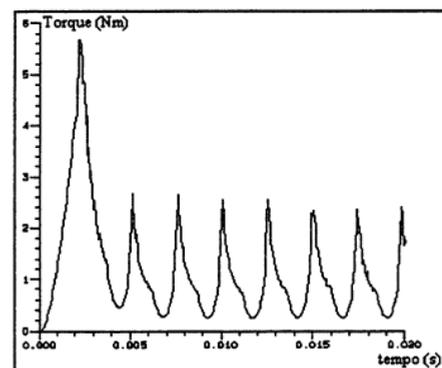


Fig. 4: Curva de torque resultante.

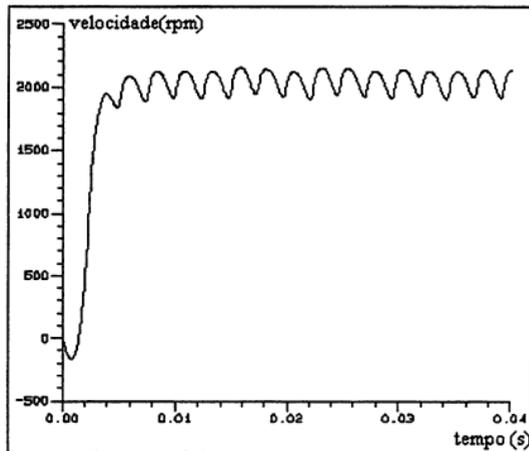


Fig. 5: Curva dos valores instantâneos de velocidade desde a partida até o regime permanente.

A técnica de acoplamento forte permite também simular estratégias de controle. No caso do MRC quando este opera em baixas velocidades é utilizado o controle de corrente por histerese. As correntes assim obtidas são mostradas na Fig. 6.

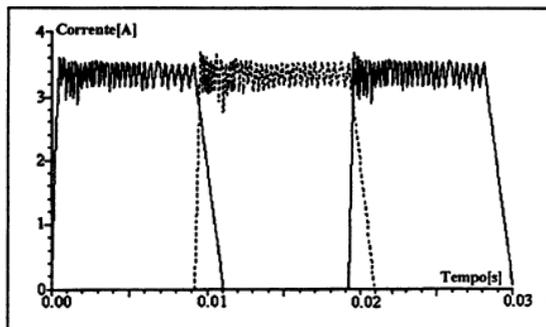


Fig. 6: Curvas de corrente nas fases obtidas no modo de controle por histerese.

III. MODELAGEM DO AMBIENTE MECÂNICO

A modelagem do ambiente mecânico se divide em três etapas, que são o cálculo da distribuição de forças magnéticas ao longo do estator, decomposição de cada força em suas componentes harmônicas e cálculo da resposta mecânica deste.

A. Cálculo das forças magnéticas

Nesta etapa as forças exercidas nos condutores e nos dentes do estator são avaliadas.

A expressão geral para determinar a força exercida sobre os condutores é dada pela relação:

$$\vec{F}_c = \int_V \vec{J} \times \vec{B} \, dV \quad (6)$$

Onde:

\vec{F}_c - Força sobre os condutores.
 \vec{B} - Indução magnética.

A força global exercida sobre um corpo magnético pode ser calculada pelo método do tensor de Maxwell:

$$\vec{F}_d = \frac{1}{\mu_0} \int_S [(\vec{n} \cdot \vec{B})\vec{B} - \frac{1}{2}\vec{n}(\vec{B}^2)] dS \quad (7)$$

Onde:

\vec{F}_d - Força exercida sobre um corpo magnético.

S - Superfície que passa dentro de um meio homogêneo e envolve o corpo considerado.

\vec{n} - Vetor unitário normal a superfície.

No artigo de Lefèvre [9] foi provado experimentalmente que integrando a densidade superficial de força dada pelo tensor de Maxwell, ao longo de uma superfície que envolve parcialmente um dente do estator obtêm-se a força magnética nele aplicada.

Para obter a variação das forças magnéticas no domínio do tempo, o campo magnético no interior do motor deve ser calculado. No MRC, como nos motores síncronos sem enrolamentos amortecedores, as correntes induzidas podem ser desprezadas. Em regime permanente, sua operação dinâmica pode ser assimilada a uma sucessão de estados magnéticos governados pelas equações da magnetostática. Nesta condição as forças foram calculadas. A excitação foi dada pelas formas de onda de corrente representadas na Fig. 6 com as oscilações de alta frequência filtradas. As forças radiais e tangenciais aplicadas em três dentes do estator versus posição do rotor são mostradas na Fig. 7.

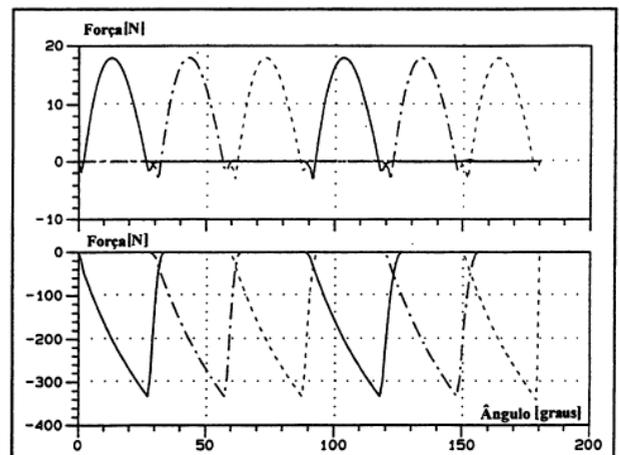


Fig. 7: Forças radiais e tangenciais. Curvas superiores: Forças tangenciais. Curvas inferiores: Forças Radiais.

As forças nos condutores não são representadas pois suas amplitudes são muito pequenas comparadas com aquelas aplicadas nos dentes. A frequência das forças magnéticas é igual ao dobro da frequência das correntes de excitação.

B. Decomposição de cada força em harmônicas

Nas Fig(s). 8 e 9 são mostrados os espectros das forças radiais e tangenciais respectivamente. Pode se notar que o espectro é muito rico.

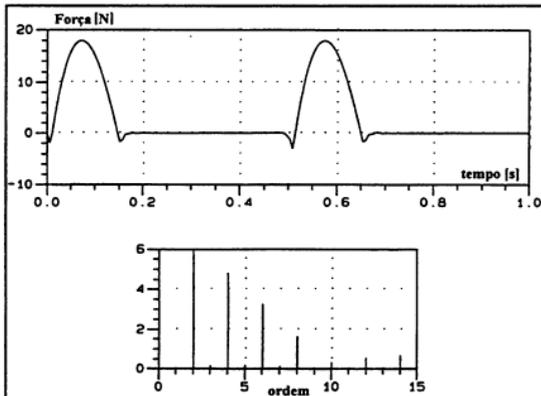


Fig. 8: Força tangencial aplicada em um dente e seu espectro.

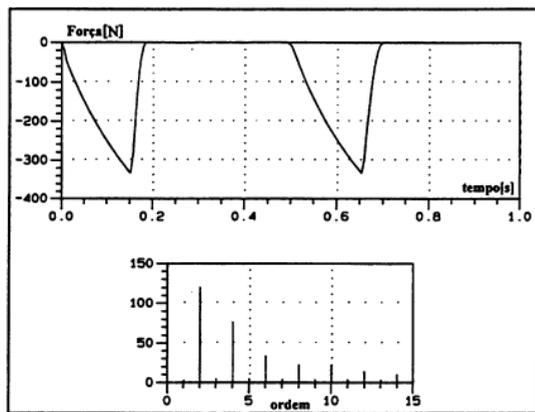


Fig. 9: Força radial aplicada em um dente e seu espectro.

Para este motor pode se mostrar que há somente dois tipos de distribuição de harmônicas das forças magnéticas ao longo do estator, uma de ordem $3k \pm 1$ mostrada na Fig. 10(a) e outra de ordem $3k$ mostrada na Fig. 10(b)[10]. Na Fig. 10(b) observa-se que as forças nos dentes têm o mesmo ângulo de fase para harmônicas de ordem $3k$. Estas harmônicas, para este motor, correspondem às frequências de ranhura [9].

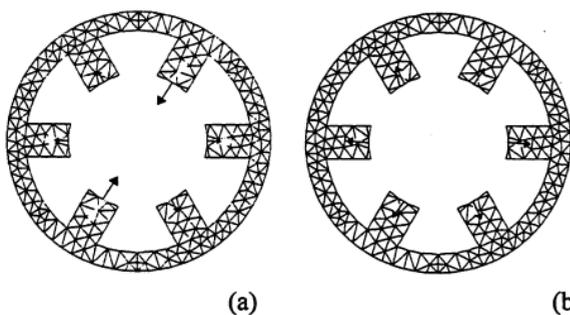


Fig. 10: Distribuição das forças ao longo do estator para $k=0,1,2,3,\dots$ (a) harmônicas de ordem $3k \pm 1$. (b) harmônicas de ordem $3k$.

C. Cálculo da Resposta Dinâmica da estrutura

A resposta em frequência de uma estrutura mecânica para cada harmônica de força é calculada por meio do programa EFMEC[10], que resolve por elementos finitos, a equação dinâmica :

$$[[K] - \omega_k^2 [M]] \{ \bar{x}_k \} = \{ \bar{F}_k \} \quad (8)$$

Onde:

K é a matriz de rigidez do sistema

M é a matriz das massas globais do sistema.

\bar{F}_k é o vetor das amplitudes complexas das k harmônicas das forças equivalentes aplicadas a cada nó.

$\{ \bar{x}_k \}$ é o vetor dos deslocamentos dos nós.

ω_k é a k -ésima frequência angular das forças excitatrizes representadas pelo vetor

$\{ \bar{F}_k \}$.

As respostas em frequência para as harmônicas de força de ordem $3k \pm 1$ e $3k$, calculadas em quatro pontos da periferia do estator, são mostradas nas Fig(s). 11 e 12, respectivamente.

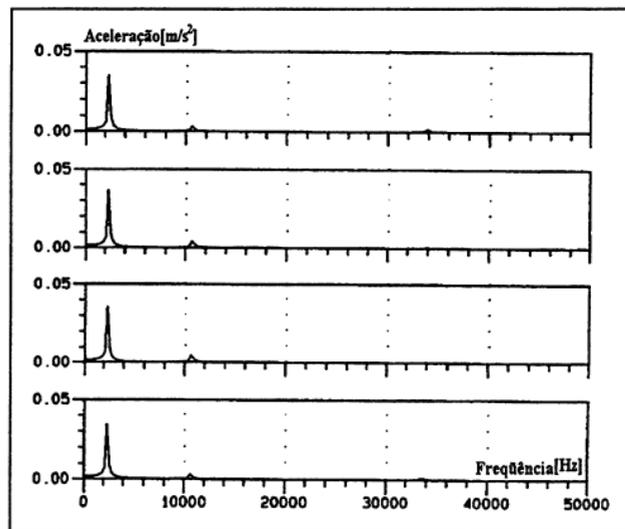


Fig. 11: Resposta em frequência da estrutura mecânica excitada por harmônicas de ordem $3k \pm 1$.

A Fig. 11 mostra que as harmônicas de força de ordem $3k \pm 1$ excitam o segundo modo natural de vibração cuja frequência natural é de 2340 Hz. A Fig. 12 mostra que as harmônicas de força de ordem $3k$ excitam dois modos naturais de vibração, o modo 2 e o modo 6. O modo 6 que possui frequências naturais duplas 17 KHz e 18 KHz. As duas harmônicas excitam ligeiramente o modo 4 de frequência natural 10,6 KHz.

IV. CONCLUSÃO

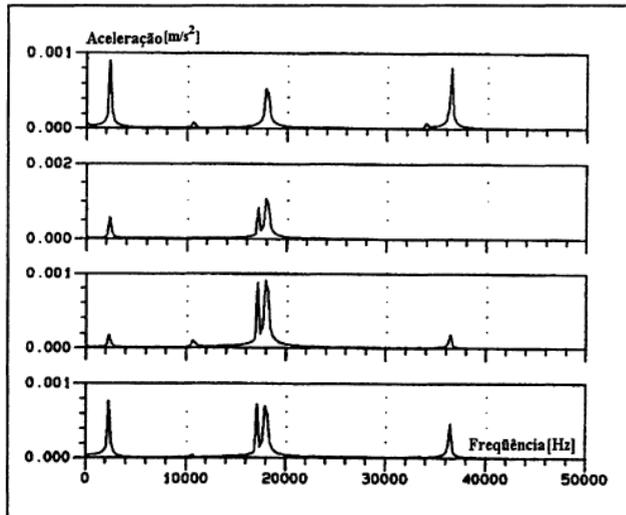


Fig. 12: Resposta em frequência da estrutura mecânica excitada por harmônicas de ordem 3k.

As Fig(s). 13 e 14 mostram as deformações do estator submetidas as forças magnéticas de ordem 3k quando a frequência de excitação é respectivamente igual a 2340 Hz, 10.6 KHz e 17 KHz e 18 KHz. As formas das deformações do estator são muito semelhantes à aquelas dos modos naturais de vibração correspondentes.

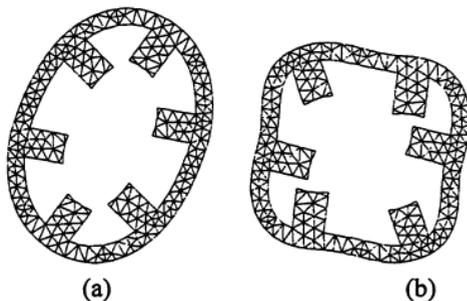


Fig. 13. Deformação do estator aumentada 10^{10} vezes. (a) Frequência de excitação igual a 2340 Hz (frequência de natural do modo 2). (b) Frequência de excitação igual a 10.6 KHz (frequência de natural do modo 4).

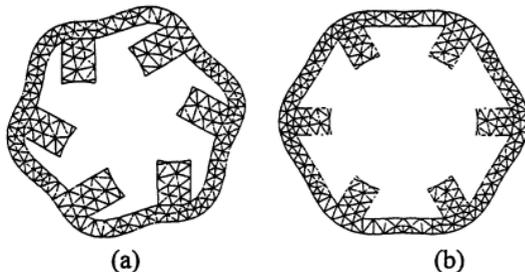


Fig. 14. Deformação do estator aumentada 10^{10} vezes. (a) Frequência de excitação igual a 17 KHz (primeira frequência de natural do modo 6). (b) Frequência de excitação igual a 18 KHz (segunda frequência de natural do modo 6).

As técnicas de modelagem apresentadas neste artigo permitem a modelagem do motor de relutância chaveado tanto do ponto de vista eletromagnético como do ponto de vista mecânico. A técnica de acoplamento forte permite o estudo do acoplamento entre máquina e conversor tanto em regime permanente como em regime transitório. São calculadas as forças locais, responsáveis pela excitação das vibrações de origem magnética, bem como a resposta mecânica do motor a estas excitações em termos de deformações e acelerações em diferentes pontos do estator. O módulo das forças radiais aplicadas nos dentes são consideravelmente maiores que as forças tangenciais. Para este motor mostrou-se que há somente dois tipos de distribuição de harmônicas das forças magnéticas ao longo do estator, uma de ordem $3k \pm 1$ e outra de ordem $3k$. As harmônicas de força de ordem $3k \pm 1$ excitam o segundo modo natural de vibração e as harmônicas de ordem $3k$ excitam os modos 2 e 6. Ambas as harmônicas excitam ligeiramente o quarto modo. Foram calculadas as deformações sofridas pela estrutura quando submetidas as harmônicas de ordem $3k$ para diferentes frequências de excitação, observando-se que o estator quando deformado assume a forma correspondente ao modo natural de vibração excitado, ou seja, quando a frequência das forças que excitam o estator é igual a frequência natural de vibração de um determinado modo o estator se deforma de acordo com este modo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] C.G.C Neves, N. Sadowski, R. Carlson, "Simulação e análise do acionamento com motor de relutância chaveado por dois métodos baseados em elementos finitos", 10º Congresso Brasileiro de Automática, pp. 1052-1057, Setembro 1994.
- [2] C.G.C Neves, R. Carlson, N. Sadowski, "Modelagem do motor de relutância chaveado por elementos finitos", Cbmag'95, pp. 348-350, Maio 1995.
- [3] C. Y. Wu, C. Pollock, "Analysis and reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive", Proceedings of the 1993 IEEE-IAS Meeting, Toronto, pp. 106-113, October 1993.
- [4] N. Sadowski, B. Carly, Y. Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc, S. Astier, "Finite element simulation of electrical motors fed by current inverters", IEEE Trans. on Mag., Vol. 29, N.2, pp 1683-1688, March 1993.
- [5] N. Sadowski, Y. Lefèvre, C.G.C Neves, R. Carlson, "Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of the switched reluctance drives: attention to mechanical behavior", Compumag 95, pp 656-657, Julho 1995.
- [6] J.M. Stephenson, S.R. MacMinn, J.R Hendershot Jr, "Switched Reluctance Drives", Tutorial Course, October 1990
- [7] N. Sadowski, Y. Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc, J. Cros, "Finite element torque calculation in electrical machines"

while considering the movement”, IEEE Trans. on Magn., Vol. 28, N.2, pp. 1410-1413, March 1992.

[8] D. E. Cameron, J. H. Lang, S. D. Umans, “The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors”, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 28, N.6, pp. 1250-1255, November/December 1992,.

[9] Y. Lefèvre, B. Davat, M. Lajoie-Mazenc., “Determination of synchronous motor vibration due to electromagnetic force harmonics”, IEEE Trans. on Magn., Vol. 25, N.4, July 1989.

[10] H. Javadi, Y. Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc., “Electromagneto-mechanical characterization of the vibration of magnetic origin of electrical machines”, IEEE Trans. on Magn., Vol. 31, N.3, July 1993.

[11] W. R. Finley, “Noise in Induction Motors-Causes and Treatments”, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 27, N. 6, November/December 1991.

[12] S. P. Verma, A. Balan, “Determination of Radial-Forces in Relation to Noise and Vibration Problems of Squirrel-Cage Induction Motors”, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 9, N. 2, June 1994.

Renato Carlson, nasceu em Porto Alegre, estado do Rio Grande do Sul, em 31 de Julho de 1943. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) em 1969. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) em 1973. Obteve o título de Doutor pelo Institut National Polytechnique de Toulouse, França em 1977. Habilitação a Dirigente de Pesquisas pelo Institut National Polytechnique de Toulouse em 1990. Atualmente é Professor Titular do Curso de Engenharia Elétrica da UFSC. Sua área de interesse compreende a modelagem eletromagnética e mecânica de máquinas elétricas especiais.

DADOS BIOGRÁFICOS

Carlos G. C. Neves, nasceu em Pelotas, estado do Rio Grande do Sul, em 04 de Novembro de 1965. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Católica de Pelotas em 1990. Atuou como Engenheiro do Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos (GRUCAD) entre 1991 e 1993. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) em 1995. Atualmente é aluno de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC. Sua área de interesse compreende a modelagem eletromagnética e mecânica de máquinas elétricas especiais. É membro da SBmag.

Nelson Sadowski, nasceu em São Bento do Sul, estado de Santa Catarina, em 27 de Março de 1959. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina em 1982. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) em 1985. Obteve o título de Doutor pelo Institut National Polytechnique de Toulouse, França em 1993. Atualmente é Professor Titular do Curso de Engenharia Elétrica da UFSC. Sua área de interesse é a modelagem de máquinas elétricas e sua alimentação por métodos numéricos.

Yvan Lefèvre, nasceu em Madagascar em 1959, Diplomado em Engenharia Elétrica pela ENSEEIHT de Toulouse em 1983, França. Doutor pelo Institut National Polytechnique de Toulouse em 1988. É pesquisador junto ao CNRS da França. Áreas de interesse: estudo do comportamento vibratório de máquinas elétricas.