

# ANÁLISE DE UM INVERSOR TRIFÁSICO A QUATRO CHAVES

Cursino B. Jacobina, Edison R. C. da Silva, Antonio M. N. Lima e Ricardo L. A. Ribeiro

Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas

Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraíba

58109-970 Campina Grande, PB - Brasil - Caixa Postal 10.105

Fone: 083.3101138, Fax: 083.3101418, E-mail: {jacobina,edison,marcus}@dee.ufpb.br

**Resumo** - Neste trabalho é estudado o inversor trifásico a quatro chaves (FSTPI) com ênfase na modulação por largura de pulsos (PWM) com implementação digital. Técnicas de modulação PWM com abordagens vetorial e escalar são aplicadas à estrutura e estabelecida a relação entre elas. A abordagem vetorial facilita o entendimento do inversor FSTPI, bem como, a escolha da seqüência de chaveamento. Todavia, a abordagem escalar é mais simples de ser implementada. A análise harmônica das tensões PWM geradas pelo FSTPI é apresentada. A influência do padrão e da seqüência de chaveamento nas formas de onda das tensões e das correntes e na freqüência de chaveamento são analisadas. Estudos por simulação digital e experimentais do inversor PWM alimentando uma carga RL e uma máquina assíncrona são apresentados.

**Abstract** - This paper investigates the four switch three phase inverter (FSTPI) with PWM operation in the case of digital implementation. Strategies PWM with vector and scalar approaches are presented and a relationship is established between them. The vector approach makes ease the understanding and analysis of the FSTPI, as well as the choice of a PWM pattern. However, similar results may be obtained with the scalar approach, which is of simpler implementation. The influence of switching patterns and sequence on the output voltage and current waveforms as well as on the switching frequency are examined. Simulation and experimental results of use of the FSTPI and digital PWM to control an RL load and an induction machine are presented.

## I. INTRODUÇÃO

A estrutura convencional de um inversor trifásico é composta por três braços e seis chaves (SSTPI), um par de chaves complementares para cada fase. O inversor trifásico a quatro chaves (FSTPI) emprega apenas dois braços, num total de quatro chaves, como mostrado na figura 1. Van Der Broeck e Van Wik [1] e McMurray [2] demonstraram que é possível implementar um sistema de acionamento para máquinas trifásicas CA, utilizando a estrutura FSTPI. A utilização do inversor FSTPI reduz o número de chaves semicondutoras de potência e, conseqüentemente, as perdas de comutação. Outras

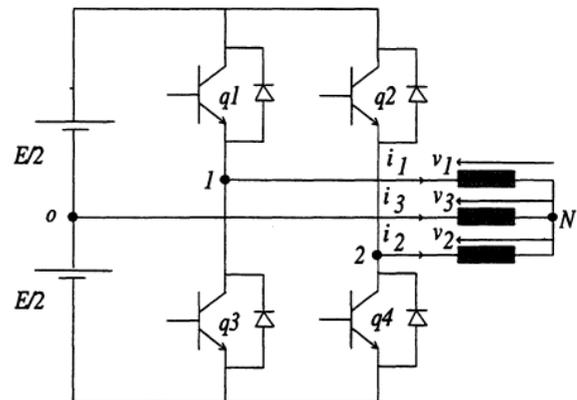


Figura 1 Inversor de tensão a quatro chaves.

aplicações com FSTPI podem ser encontradas em [3] e [4].

Existem várias técnicas de modulação por largura de pulso (PWM) que podem ser empregadas na geração dos sinais de comando do inversor SSTPI. O PWM com abordagem vetorial é bastante adequado em aplicações como acionamento de máquinas [5]. O uso desta estratégia reduz o número de comutações por período de chaveamento, frente às técnicas convencionais, e também se adapta melhor às implementações digitais.

Neste trabalho é estudada a utilização do inversor FSTPI com ênfase na definição de técnicas PWM adequadas para esta estrutura. Estratégias PWM vetorial e escalar são apresentadas e analisadas. A relação matemática entre estas técnicas é estabelecida. Uma detalhada análise harmônica para as tensões PWM é desenvolvida. São apresentados resultados de simulação digital e experimentais do uso do inversor FSTPI num sistema de acionamento com máquina assíncrona.

## II. ESTRATÉGIA PWM VETORIAL

No circuito da figura 1 pode-se assumir, para efeito de simplificação, que os estados de condução das chaves semicondutoras  $q_1$  a  $q_4$  são associados aos valores binários '1' e '0'. O valor binário '1' corresponde ao estado de condução e '0' ao de bloqueio. Os pares de chaves  $q_1$ - $q_3$  e  $q_2$ - $q_4$  são complementares e, conseqüentemente, pode-se dizer que  $q_3 = 1 - q_1$  e  $q_4 = 1 - q_2$ .

As tensões trifásicas  $v_1, v_2$  e  $v_3$ , nos terminais da carga, dependem dos estados das chaves e podem ser expressas em termos das variáveis binárias  $q_1$  e  $q_2$ , definidas pre-

viamente, na seguinte forma:

$$v_1 = v_{1N} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} + v_{oN} = (2q_1 - 1) \frac{E}{2} + v_{oN} \quad (1)$$

$$v_2 = v_{2N} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} + v_{oN} = (2q_2 - 1) \frac{E}{2} + v_{oN} \quad (2)$$

$$v_3 = v_{3N} = v_{oN} \quad (3)$$

onde  $v_{oN}$  corresponde a diferença de potencial entre o ponto  $N$  e o ponto intermediário  $o$  do banco de capacitores, como apresentado na figura 1.

Para simplificar a análise e o entendimento do inversor, as quantidades trifásicas são representadas no referencial estacionário  $\alpha\beta$ . Esta representação é obtida utilizando-se a transformação

$$v_{\alpha\beta 0} = Av_{123}$$

com

$$v_{123} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad v_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix}$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Assume-se que a carga alimentada pelo inversor é simétrica com conexão em estrela e neutro isolado. Desta forma, a componente homopolar ( $v_0$ ) é nula. Utilizando-se as equações (1)-(3) e a matriz de transformação  $A$  obtém-se as seguintes expressões para  $v_\alpha$  e  $v_\beta$  com o FSTPI:

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( q_1 E - q_2 \frac{E}{2} - \frac{E}{4} \right) \quad (5)$$

$$v_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( q_2 \frac{\sqrt{3}}{2} E - \frac{\sqrt{3}}{4} E \right) \quad (6)$$

As combinações decorrentes dos estados das chaves geram quatro vetores diferentes que são apresentados na tabela 1. Associando o eixo  $\beta$  ao eixo complexo, estes vetores no plano  $\alpha\beta$  são definidos, genericamente, como  $v^+ = v_\alpha + jv_\beta$ .

Tabela 1 Vetores disponíveis no plano  $\alpha\beta$

$q_1$	$q_2$	$v^+ = v_\alpha + jv_\beta$
0	0	$v_1^+ = (E/\sqrt{6})e^{-j2\pi/3}$
1	0	$v_2^+ = (E/\sqrt{2})e^{-j\pi/6}$
1	1	$v_3^+ = (E/\sqrt{6})e^{j\pi/3}$
0	1	$v_4^+ = (E/\sqrt{2})e^{j5\pi/6}$

Estes vetores são defasados entre si por um ângulo de  $\pi/2$ . A partir da definição dos vetores pode-se dividir o plano  $\alpha\beta$  em quatro setores, denominados setores I, II, III e IV, conforme apresentado na figura 2.

Os vetores  $v_2^+$  e  $v_4^+$  têm sentidos opostos ( $v_2^+ = -v_4^+$ ) e amplitudes  $\sqrt{3}$  vezes maiores que as amplitudes dos vetores  $v_1^+$  e  $v_3^+$ . Da mesma forma, os vetores  $v_1^+$  e  $v_3^+$  têm sentidos opostos ( $v_1^+ = -v_3^+$ ). A componente  $v_\beta$  tem o

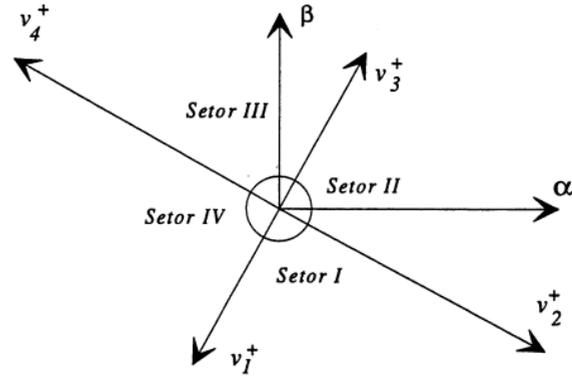


Figura 2 Vetores e setores no plano  $\alpha\beta$ .

mesmo valor absoluto para todos os vetores. Também, as amplitudes dos vetores menores é  $E/\sqrt{6}$ , enquanto no caso de um inversor SSTPI todos os vetores têm amplitude  $\sqrt{2/3}E$ . Desta forma, para se representar um sinal, com o mesmo índice de modulação, a tensão sobre o banco de capacitores do FSTPI deve ter um valor duas vezes maior que a do SSTPI. Ou seja, a máxima tensão suportada pelas chaves do FSTPI é duas vezes maior que a do caso do SSTPI. Pode-se ainda mostrar que os bancos de capacitores no FSTPI conduzem uma corrente alternada de  $i_3/2$ .

Definindo-se  $v^{+*} = v_\alpha^* + jv_\beta^*$  como o vetor tensão de referência a ser sintetizado pelo inversor FSTPI no período de chaveamento  $T$ , obtém-se, da igualdade das tensões médias, a expressão

$$v^{+*}T = v_1^+t_1 + v_2^+t_2 + v_3^+t_3 + v_4^+t_4 \quad (7)$$

onde os intervalos de tempos  $t_1, t_2, t_3$  e  $t_4$ , de aplicação de cada vetor, atendem à condição

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad (8)$$

Evidentemente, não é possível determinar os intervalos de tempos  $t_1, t_2, t_3$  e  $t_4$  a partir dos valores de  $v^{+*}$  e  $T$  utilizando apenas as equações (7) e (8). Este problema é solucionado a seguir.

Definindo-se os vetores  $v_o^+ = v_1^+ = -v_3^+ = v_{o\alpha} + jv_{o\beta}$  e  $v_e^+ = v_2^+ = -v_4^+ = v_{e\alpha} + jv_{e\beta}$  e substituindo-os na equação (7), obtém-se:

$$v^{+*}T = v_o^+t_{13} + v_e^+t_{24} \quad (9)$$

onde  $t_{13} = t_1 - t_3$  e  $t_{24} = t_2 - t_4$ .

Escrevendo a equação (9) em termos das componentes  $\alpha\beta$  tem-se que:

$$v_\alpha^*T = v_{o\alpha}t_{13} + v_{e\alpha}t_{24} \quad (10)$$

$$v_\beta^*T = v_{o\beta}t_{13} + v_{e\beta}t_{24} \quad (11)$$

Dados  $v_{o\alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{6}}E$ ,  $v_{o\beta} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}E$ ,  $v_{e\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}E$  e  $v_{e\beta} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}E$ , determina-se as expressões dos intervalos de tempo  $t_{13}$  e  $t_{24}$

$$t_{13} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} (v_\alpha^* + \sqrt{3}v_\beta^*) \quad (12)$$

$$t_{24} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} (v_{\alpha}^* - \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\beta}^*) \quad (13)$$

Para se reduzir a frequência de operação deve-se utilizar apenas três dos quatro vetores no período  $T$ . Neste caso, um dos intervalos de tempo deve ser nulo e as três relações (8), (12) e (13) determinam os três demais tempos. Esta escolha não só resolve a indeterminação do problema, como também reduz a frequência de chaveamento do inversor FSTPI.

Para cada um dos setores da figura 2, existem dois grupos de três vetores ( $A, B$ ) que podem ser aplicados numa seqüência pré-definida para sintetizar a tensão de referência, como mostra a tabela 2. Os testes empregados para determinar os setores da figura 2 podem ser agrupados em pares gerando dois novos setores duplos. As tabelas 3 e 4 mostram os setores duplos, bem como, os vetores correspondentes.

Tabela 2 Setores individuais

Setor	Grupo A	Grupo B	Teste
I	$v_4^+ v_1^+ v_2^+$	$v_1^+ v_2^+ v_3^+$	$t_{13} > 0$ $t_{24} > 0$
II	$v_2^+ v_3^+ v_4^+$	$v_1^+ v_2^+ v_3^+$	$t_{13} < 0$ $t_{24} > 0$
III	$v_2^+ v_3^+ v_4^+$	$v_1^+ v_4^+ v_3^+$	$t_{13} < 0$ $t_{24} < 0$
IV	$v_4^+ v_1^+ v_2^+$	$v_1^+ v_4^+ v_3^+$	$t_{13} > 0$ $t_{24} < 0$

Tabela 3 Setores definidos a partir do teste de  $t_{13}$

Setores	Vetores	Teste
I,IV	$v_4^+ v_1^+ v_2^+$	$t_{13} > 0$
II,III	$v_2^+ v_3^+ v_4^+$	$t_{13} < 0$

Tabela 4 Setores definidos a partir do teste de  $t_{24}$

Setores	Vetores	Teste
I,II	$v_1^+ v_2^+ v_3^+$	$t_{24} > 0$
III,IV	$v_1^+ v_4^+ v_3^+$	$t_{24} < 0$

As últimas colunas das tabelas 2, 3 e 4 apresentam os testes empregados para identificação dos setores. Os intervalos de tempo empregados nos testes são também utilizados para o cálculo dos tempos de aplicação dos vetores tensão. Por exemplo, admitindo-se o uso da tabela 3, o seguinte algoritmo para determinação dos tempos de operação das chaves se aplica:

- i) calcula-se  $t_{13}$  e  $t_{24}$  utilizando-se (12) e (13)
- ii) testa-se o sinal de  $t_{13}$
- iii) se for positivo utiliza-se a seqüência de vetores  $[v_4^+(t_4), v_1^+(t_1), v_2^+(t_2)]$ , fazendo-se  $t_3 = 0$  e  $t_1 = t_{13}$
- iv) se for negativo utiliza-se a seqüência de vetores  $[v_2^+(t_2), v_3^+(t_3), v_4^+(t_4)]$ , fazendo-se  $t_1 = 0$  e  $t_3 = -t_{13}$
- v) calcula-se  $t_2$  e  $t_4$  utilizando-se (8) e (13).

De forma a melhorar a simetria das formas de onda sintetizadas e reduzir a frequência de chaveamento do inversor é recomendado usar um esquema de reversão da seqüência de aplicação dos vetores. Assuma-se, por exemplo, que a frequência de chaveamento do inversor é  $f = 1/(2T)$  e que os conjuntos de vetores  $v_4^+(t_4), v_1^+(t_1), v_2^+(t_2)$  e  $v_4^+(t'_4), v_1^+(t'_1), v_2^+(t'_2)$  devem ser empregados sequencialmente em dois intervalos de tempo  $T$ . Assim, no esquema normal, sem reversão, tem-se a seqüência de vetores

$$[v_4^+(t_4), v_1^+(t_1), v_2^+(t_2)]_T - [v_4^+(t'_4), v_1^+(t'_1), v_2^+(t'_2)]_T$$

Já no esquema com reversão, é aplicada a seqüência

$$[v_4^+(t_4), v_1^+(t_1), v_2^+(t_2)]_T - [v_2^+(t'_2), v_1^+(t'_1), v_4^+(t'_4)]_T$$

onde o subscrito  $T$  indica o intervalo de tempo em que a seqüência é aplicada.

### III. ESTRATÉGIA PWM ESCALAR

É possível definir uma estratégia PWM com abordagem escalar para controlar o inversor FSTPI. Em princípio, é possível empregar a mesma técnica utilizada no controle do inversor SSTPI. A modificação básica aplicada a estratégia PWM refere-se a geração da forma de onda de referência. No caso do inversor FSTPI as referências de tensão devem ter defasagens que garantam a simetria trifásica. Para tanto, considera-se que as tensões de referência trifásica são definidas como

$$v_1^* = V_m' \cos(\omega t) + v_{\Delta} \quad (14)$$

$$v_2^* = V_m' \cos(\omega t - 2\pi/3) + v_{\Delta} \quad (15)$$

$$v_3^* = V_m' \cos(\omega t + 2\pi/3) + v_{\Delta} \quad (16)$$

onde  $v_{\Delta}$  é um termo de tensão comum às três fases, tipo homopolar, que não contribui para a tensão resultante no plano  $\alpha\beta$ .

As tensões de referência para o FSTPI devem ser obtidas a partir de (1)-(3). Comparando-se (1)-(3) com (14)-(16) pode-se observar que, a menos do termo  $v_{oN}$ ,  $v_{\Delta} = -V_m' \cos(\omega t + 2\pi/3)$ . Então, subtraindo-se  $v_3^*$  de (14), (15) e (16), obtêm-se as seguintes expressões:

$$v_1^{\dot{*}} = v_1^* - v_3^* = V_m \cos(\omega t - \pi/6) \quad (17)$$

$$v_2^{\dot{*}} = v_2^* - v_3^* = V_m \cos(\omega t - \pi/2) \quad (18)$$

$$v_3^{\dot{*}} = v_3^* - v_3^* = 0 \quad (19)$$

onde  $V_m = \sqrt{3}V_m'$ .

Observa-se que as tensões de referência dadas por (17) e (18) têm forma de onda senoidal de mesma amplitude, porém são defasadas de  $\pi/3$ . A tensão de referência dada por (19) é, por definição, nula. Desta forma, dados  $V_m$  e  $\omega$  pode-se utilizar (17) e (18) para o cálculo das tensões de referência.

Em sistemas de acionamento modernos os controladores definem as tensões de referência instantâneas  $v_{\alpha}^*$  e  $v_{\beta}^*$

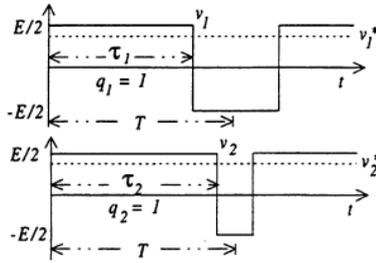


Figura 3 Período de chaveamento típico do inversor FSTPI.

antes que a amplitude  $V_m$  e a frequência angular  $\omega$ . Assim, utilizando-se as relações  $v_1^* = v_1^{*'} - v_3^{*'}$  e  $v_2^* = v_2^{*'} - v_3^{*'}$  e as expressões de  $v_1^{*'}$ ,  $v_2^{*'}$  e  $v_3^{*'}$  como função de  $v_\alpha^*$  e  $v_\beta^*$  ( $v_{123}^{*'} = A^{-1}v_{\alpha\beta 0}^*$ ), obtém-se para as tensões  $v_1^*$  e  $v_2^*$  as seguintes expressões:

$$v_1^* = \sqrt{\frac{3}{2}}v_\alpha^* + \sqrt{\frac{1}{2}}v_\beta^* \quad (20)$$

$$v_2^* = \sqrt{2}v_\beta^* \quad (21)$$

Os intervalos de tempo  $\tau_1$  e  $\tau_2$  durante os quais as chaves  $q_1$  e  $q_2$  devem conduzir, de forma a se obter a tensão de referência (em termos médios) na saída do inversor FSTPI, são determinados por [6]

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E}v_1^* \quad (22)$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E}v_2^* \quad (23)$$

Substituindo-se (20) e (21) em (22) e (23) tem-se que

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E}\left(\sqrt{\frac{3}{2}}v_\alpha^* + \sqrt{\frac{1}{2}}v_\beta^*\right) \quad (24)$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \sqrt{2}\frac{T}{E}v_\beta^* \quad (25)$$

A figura 3 mostra formas de onda típicas observadas na saída do FSTPI. Calculando-se  $\tau_1$  e  $\tau_2$  a partir de (24) e (25), a tensão média obtida durante o intervalo  $T$  é igual a tensão de referência desejada. Dependendo da seqüência em que as chaves  $q_1$  e  $q_2$  são mantidas fechadas durante os intervalos  $\tau_1$  e  $\tau_2$  pode-se obter a mesma seqüência vetorial discutida na seção anterior. Se  $q_1$  e  $q_2$  iniciarem o período ligadas durante os tempos  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , respectivamente, isto equivale ao uso da seqüência vetorial  $v_3^+ v_4^+ v_1^+$  quando  $\tau_1 < \tau_2$  e  $v_3^+ v_2^+ v_1^+$  quando  $\tau_1 > \tau_2$ , (figura 3). Esta condição corresponde à tabela 4. De outra forma, se  $q_1$  iniciar o período conduzindo pelo tempo  $\tau_1$  e  $q_2$  bloqueada pelo tempo  $T - \tau_2$ , isto equivale ao uso de  $v_2^+ v_3^+ v_4^+$  quando  $\tau_1 > T - \tau_2$  e  $v_2^+ v_1^+ v_4^+$  quando  $\tau_1 < T - \tau_2$ , o que corresponde à tabela 3.

Em ambos os casos, observa-se que  $\tau_1 = t_2 + t_3$  e  $\tau_2 = t_3 + t_4$ . Com base nestas relações e nas definições (8), (12)

e (13), obtém-se as relações entre os tempos calculados com a abordagem vetorial e escalar:

$$\tau_1 = (T - t_{13} + t_{24})/2 \quad (26)$$

$$\tau_2 = (T - t_{13} - t_{24})/2 \quad (27)$$

Inversamente, as expressões (24) e (25) podem também ser obtidas substituindo-se (12) e (13) em (26) e (27). Desta forma, os mesmos resultado são obtidos para as técnicas PWM com abordagens vetorial e escalar.

O esquema de reversão proposto no caso do PWM vetorial pode também ser empregado na abordagem escalar. Isto é realizado alternando o par de chaves  $q_1$  e  $q_3$  e o par de chaves  $q_2$  e  $q_4$  no início do período de chaveamento. Assim, sem reversão tem-se a seqüência

$$\text{fase 1: } [q_1(\tau_1), q_3(T - \tau_1)]_T - [q_1(\tau_1'), q_3(T - \tau_1')]_T$$

$$\text{fase 2: } [q_2(\tau_2), q_4(T - \tau_2)]_T - [q_2(\tau_2'), q_4(T - \tau_2')]_T$$

Enquanto, no esquema com reversão, a seqüência utilizada é

$$\text{fase 1: } [q_1(\tau_1), q_3(T - \tau_1)]_T - [q_3(T - \tau_1'), q_1(\tau_1')]_T$$

$$\text{fase 2: } [q_2(\tau_2), q_4(T - \tau_2)]_T - [q_4(T - \tau_2'), q_2(\tau_2')]_T$$

Observa-se que na figura 3 é utilizado o esquema com reversão.

#### IV. ANÁLISE HARMÔNICA

A análise da forma de onda produzida por uma modulação PWM na saída do inversor é melhor entendida utilizando-se o conceito de função de chaveamento, proposto por Wood [7]. Considere a seguinte função de chaveamento:

$$S(t) = \frac{\tau_{p0}}{T_p} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi\tau_{p0}}{T_p}\right) \cos(n\omega_p t) \quad (28)$$

onde  $\tau_{p0}$  é a largura de pulso inicial,  $T_p$  é o intervalo de amostragem e  $\omega_p$  a frequência da portadora.

A função de chaveamento dada por (28) é modulada em largura de pulso se  $\tau_{p0}$  não é constante e varia linearmente segundo um sinal de baixa frequência. Assim, uma modulação por largura de pulso (PWM) pode ser expressa, em função do sinal modulante, como

$$\tau_{p0}(t) = \tau_p [1 + m \cos(\omega_m t)] \quad (29)$$

onde  $m$  é o índice de modulação e  $\omega_m$  é a frequência da modulante.

Substituindo-se (29) em (28) e definindo  $\tau_p = T_p/2$  pode-se obter a seguinte expressão para função de chaveamento PWM:

$$S(t) = 1/2 + (m/2) \cos(\omega_m t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin\left[\frac{n\pi}{2} + \frac{mn\pi}{2} \cos(\omega_m t)\right] \cos(n\omega_p t) \quad (30)$$

O primeiro termo de (30) corresponde ao valor médio da função de chaveamento. O segundo é o sinal da modulante. Os termos do tipo  $\sin(x + y \cos \theta)$  podem ser resolvidos através aproximações por funções de Bessel. Após

manipulações matemáticas, a função de chaveamento resultante obtida é dada por

$$S(t) = \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos \omega_m t - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(m_o)}{2n-1} \cos(n\pi) \cos(m_o) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2k}(\omega_{po})}{2n-1} \cos[(n+k)\pi] \times \{ \cos[(\omega_{po} - \omega_{mp})t] + \cos[(\omega_{po} + \omega_{mp})t] \} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2k-1}(m_p)}{2n} \cos[(n+k)\pi] \times \{ \cos[(\omega_{pp} - \omega_{mo})t] + \cos[(\omega_{pp} + \omega_{mo})t] \} \quad (31)$$

onde  $\omega_{po} = (2n-1)\omega_p$ ,  $\omega_{pp} = 2n\omega_p$ ,  $\omega_{mo} = (2k-1)\omega_m$ ,  $\omega_{mp} = 2k\omega_m$ ,  $m_o = (2n-1)m\frac{\pi}{2}$  e  $m_p = mn\pi$ .

Utilizando-se (31) para o caso particular em que  $m = 1$  e  $\omega_p = 6\omega_m$  deriva-se uma expressão que representa as tensões trifásicas de saída do inversor SSTPI, que pode ser escrita como

$$v_i(t) = V_m \left\{ \frac{1}{2} \cos(\theta_1^i) + \frac{2J_4(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_2^i) - \frac{J_6(\pi)}{\pi} \cos(\theta_3^i) - \frac{2J_2(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_4^i) + \frac{2J_7(\pi)}{\pi} \cos(\theta_5^i) + \frac{2J_0(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_6^i) - \frac{J_5(\pi)}{\pi} \cos(\theta_7^i) + \dots \right\} \quad (32)$$

onde  $\theta_k^i = k\omega_m t - i\frac{2\pi}{3}$  e  $i = 0$ , indica a primeira fase,  $i = 1$ , a segunda e assim por diante.  $V_m$  é a amplitude da tensão e  $J_k(\cdot)$  é a função de Bessel de primeiro tipo.

Para o inversor alimentando uma carga trifásica simétrica com conexão em estrela, as tensões de fase podem ser obtidas substituindo-se (32) em (1)-(3) e utilizando-se a transformação  $\alpha\beta$ . Desta forma, as tensões  $v_\alpha$  e  $v_\beta$  podem ser escritas como

$$V_i(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} V_m \left\{ \frac{1}{2} \cos(\theta_1^i) + \frac{2J_4(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_2^i) - \frac{2J_2(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_4^i) + \frac{2J_7(\pi)}{\pi} \cos(\theta_5^i) + \frac{2J_0(\frac{\pi}{2})}{\pi} \cos(\theta_6^i) - \frac{J_5(\pi)}{\pi} \cos(\theta_7^i) + \dots \right\} \quad (33)$$

onde  $\theta_k^i = k\omega_m t - i\frac{\pi}{2}$  e  $i = 0$  indica  $v_\alpha$  e  $i = 1$  indica  $v_\beta$ .

A partir das tensões  $\alpha\beta$  e utilizando  $v^+ = v_\alpha + jv_\beta$ , pode-se obter a tensão do inversor SSTPI como dado abaixo

$$v_{SSTPI}^+(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \exp(j\theta_1) + \frac{2J_4(\pi/2)}{\pi} \exp(-j\theta_2) + \frac{2J_2(\pi/2)}{\pi} \exp(j\theta_4) + \frac{2J_7(\pi)}{\pi} \exp(-j\theta_5) + \frac{J_5(\pi)}{\pi} \exp(j\theta_7) + \dots \quad (34)$$

Para o caso do FSTPI, o procedimento anterior resulta em

$$v_{FSTPI}^+(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \exp(j\theta_1) + \frac{4J_4(\pi/2)}{\pi\sqrt{3}} \exp(-j\theta_2) + \frac{2J_4(\pi/2)}{\pi\sqrt{3}} \exp(j\theta_2) + \sqrt{\frac{14}{27}} \frac{J_9(\pi)}{\pi} \exp(j\theta_3) + \sqrt{\frac{14}{27}} \frac{J_9(\pi)}{\pi} \exp(-j\theta_3) + \frac{4J_2(\pi/2)}{\pi\sqrt{3}} \exp(j\theta_4) + \frac{2J_2(\pi/2)}{\pi\sqrt{3}} \exp(-j\theta_4) + \frac{2J_7(\pi)}{\pi} \exp(-j\theta_5) + \frac{2\sqrt{7}J_0(\pi/2)}{4\pi} \exp(-j\theta_6) + \frac{2\sqrt{7}J_0(\pi/2)}{4\pi} \exp(j\theta_6) + \frac{J_5(\pi)}{\pi} \exp(j\theta_7) + \dots \quad (35)$$

onde  $\theta_k = k\omega_m t$ .

As expressões (34) e (35) mostram que, ao contrário do SSTPI, as formas de onda geradas pelo FSTPI apresentam o terceiro harmônico. Além do mais, com o FSTPI tem-se as seqüências negativa e positiva do segundo e quarto harmônico, enquanto que o SSTPI apresenta só a negativa do segundo e a positiva do quarto.

Tabela 5 Valores das funções de Bessel

$\omega_p/\omega_m$	$J_{2k}(\pi/2)$
6	$1.4 \times 10^{-2}$
10	$3.3 \times 10^{-6}$
16	$1.1 \times 10^{-10}$
20	$1.9 \times 10^{-18}$

As amplitudes das componentes harmônicas de (34) e (35) diminuem com o aumento de  $\omega_p$ . Este efeito pode ser observado calculando-se  $J_{2k}(\pi/2)$ , do segundo harmônico, para  $m = 1$  com  $\omega_p = 6\omega_m, 10\omega_m, 16\omega_m$  e  $20\omega_m$ . Os valores calculados são apresentados na tabela 5.

## V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL

A avaliação preliminar do desempenho do sistema proposto foi realizada por meio de um programa de simulação digital. Este programa simula o inversor FSTPI alimentando uma carga RL trifásica simétrica ou uma máquina assíncrona. Os parâmetros empregados no programa de simulação são dados na tabela 6. Todas as constantes apresentadas nesta tabela são expressas no sistema internacional de unidades MKS.

Tabela 6 Parâmetros de simulação

Carga RL	$R = 1.0$	$L = 0.01$
Máquina Assincrona		
$R_s = 0.39$	$R_r = 1.41$	$p = 4$
$L_s = 0.094$	$L_r = 0.094$	$M_{sr} = 0.091$
$J_m = 0.04$	$F_m = 0.01$	$h = 0.1\mu$

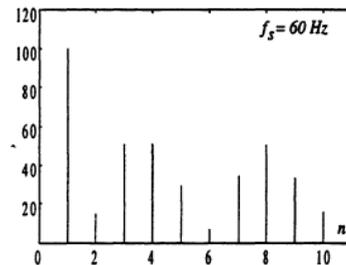


Figura 4 Espectro de tensão de eixo  $\alpha$  usando a tabela 3.

Nas figuras 4 a 6 são apresentados os espectro das tensões  $\alpha\beta$  obtidos com a estratégia PWM vetorial utilizando as tabelas 3 e 4. Estes espectros foram gerados com a frequência do sinal de referência  $f_s = 60\text{ Hz}$ , a frequência de chaveamento do inversor sendo  $f_c = 2.5\text{ kHz}$  e o índice de modulação  $m = 0.1$ . A análise espectral é realizada até a décima componente harmônica da

tensão de saída, onde a maior parte da energia encontra-se concentrada. A frequência fundamental refere-se ao primeiro componente e sua amplitude é normalizada em 100%.

As figuras 4 e 5 apresentam os espectros de frequências das tensões  $\alpha$  e  $\beta$ , obtidos com a estratégia PWM vetorial utilizando a tabela 3.

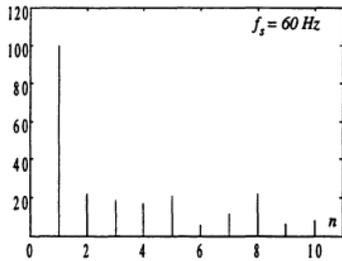


Figura 5 Espectro de tensão de eixo  $\beta$  usando a tabela 3 (ou 4).

A figura 6 mostra o espectro de frequências da tensão  $\alpha$  obtido com o PWM com a tabela 4. O conteúdo harmônico da fase  $\beta$  não muda quando as tabelas 3 e 4 são empregadas. Isto se deve ao fato, já mencionado, que as componentes  $\beta$  de todos os vetores apresentam o mesmo valor absoluto. Outra observação importante é que a utilização da tabela 4 minimiza o conteúdo harmônico da tensão da fase  $\alpha$ . Isto pode ser visualizado comparando-se as figuras 4 e 6. Também, conforme já visto na análise harmônica, observa-se a existência do terceiro e do sexto harmônicos nas tensões de saída do FSTPI.

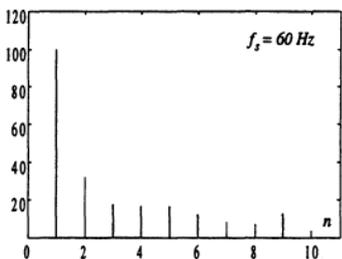


Figura 6 Espectro de tensão de eixo  $\alpha$  usando a tabela 4.

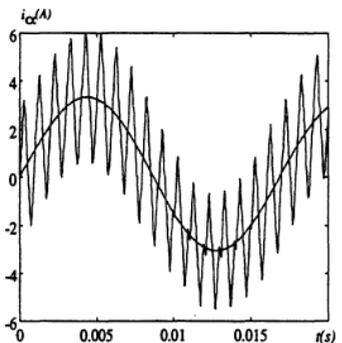


Figura 7 Corrente de eixo  $\alpha$  (carga RL) usando a tabela 3.

As figuras 7 e 8 apresentam as correntes nas fases  $\alpha$  e  $\beta$  obtidas utilizando-se a modulação PWM com a tabela 3. A figura 9 mostra a corrente na fase  $\alpha$  com o PWM com a tabela 4. Como esperado, a corrente na fase  $\beta$  é a mesma para as tabelas 3 e 4. Também, o uso da tabela 4 produz um menor "ripple" de corrente na fase  $\alpha$  (veja as figuras 7 e 9). Destes resultados, pode-se concluir que o uso dos vetores de menor amplitude produzem resultados melhores que os de maior amplitude.

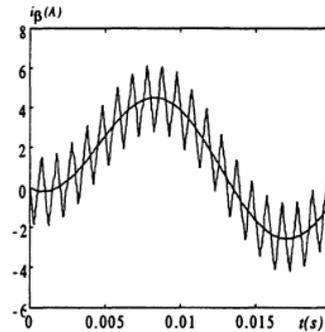


Figura 8 Corrente de eixo  $\beta$  (carga RL) usando a tabela 3 (ou 4).

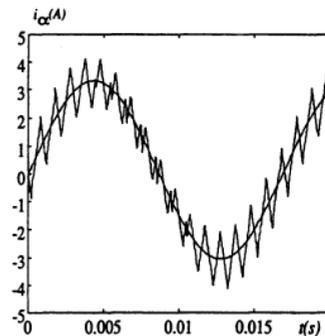


Figura 9 Corrente de eixo  $\alpha$  (carga RL) usando a tabela 4.

A figura 10 apresenta a corrente na fase  $\beta$  com o PWM vetorial, sem reversão na seqüência de aplicação dos vetores tensão. Comparando a figura 8 com a figura 10 pode-se concluir que o uso da reversão da seqüência de aplicação produz melhores resultados para o erro médio de corrente. Observa-se que a frequência de chaveamento do conversor na operação sem reversão de seqüência é duas vezes maior que a frequência quando se utiliza a reversão.

A figura 11 apresenta a taxa de distorção harmônica ( $THD$ ) para as estruturas SSTPI e FSTPI em função do índice de modulação ( $m$ ). A  $THD$  apresentada na figura 11 foi calculada utilizando a seguinte expressão:

$$THD(p) = 100 \left[ \sum_{i=2}^p \left( \frac{a_i}{a_1} \right)^2 \right] / a_1$$

onde  $a_1$  é a amplitude da fundamental,  $a_i$  é a amplitude do  $i^{th}$  harmônico e  $p$  é o número de harmônicos levados em consideração.

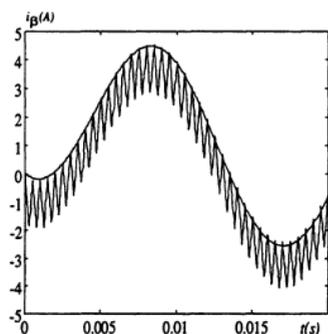


Figura 10 Corrente de eixo  $\beta$  (carga  $RL$ ) obtida com a tabela 4 (ou 3) sem o esquema de reversão.

A  $THD$  do inversor FSTPI aproxima-se bastante da obtida para o inversor SSTPI exceto quando o índice de modulação  $m$  é pequeno ( $m \leq 0.3$ ).

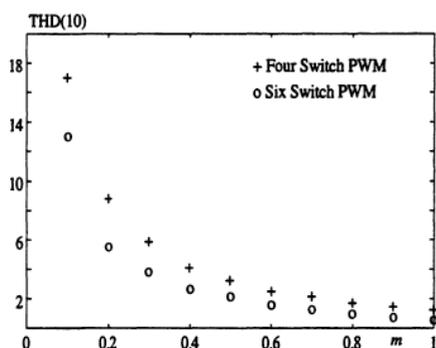


Figura 11 Distorção harmônica total do FSTPI e do SSTPI.

Os resultados anteriores foram obtidos utilizando-se uma carga trifásica  $RL$  simétrica. A figura 12 mostra o conjugado eletromagnético de uma máquina assíncrona alimentada por um inversor FSTPI. Neste teste foi utilizada a tabela 4 com reversão na seqüência de aplicação. Na curva superior da figura 12 a frequência de chaveamento empregada foi  $f_c = 1.25 kHz$  e na curva inferior  $f_c = 2.5 kHz$ . Pode-se observar nestas curvas que a oscilação do conjugado diminui com aumento da frequência de chaveamento.

## VI. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Um sistema de acionamento para máquinas assíncronas [6] foi utilizado para determinar o desempenho dos inversores FSTPI e SSTPI. Nas figuras 13, 14 e 15 as curvas superiores correspondem as formas de onda obtidas com o FSTPI utilizando a tabela 4. As curvas de baixo foram obtidas com o inversor SSTPI. Nestes testes a carga é uma máquina assíncrona de rotor bobinado de  $1,5 kW$ . As figuras 13 e 14 mostram as formas de onda da corrente de saída para duas diferentes frequências de chaveamento. Destes resultados pode-se concluir que, para frequências de chaveamento menores, com a estrutura SSTPI a corrente apresenta menor distorção harmônica. Todavia,

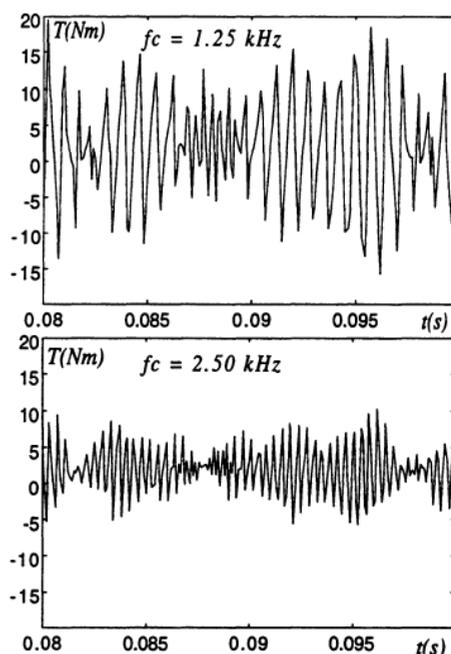


Figura 12 Conjugado eletromagnético da máquina assíncrona alimentada com um FSTPI.

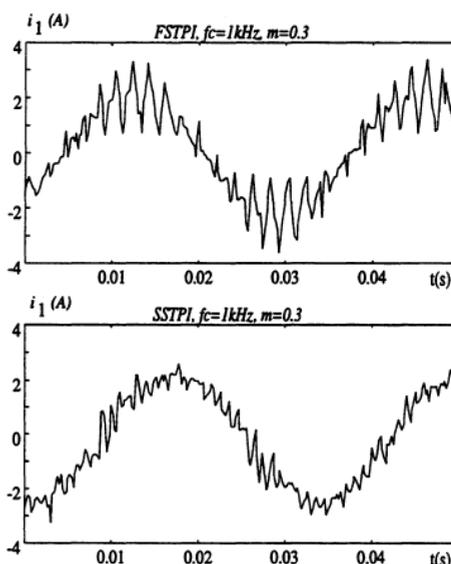


Figura 13 Correntes experimentais para o FSTPI e o SSTPI a  $1 kHz$ .

observa-se que com o aumento da frequência de chaveamento os harmônicos de corrente introduzidos por ambas estruturas se aproximam.

A figura 15 mostra a forma de onda da tensão de saída obtida com as estruturas FSTPI e SSTPI operando a uma mesma frequência de chaveamento. Destes resultados, pode-se observar que no caso do FSTPI os espaçamentos horizontais são maiores do que o do SSTPI. Isto decorre do número reduzido de vetores ativos produzidos pela estrutura FSTPI.

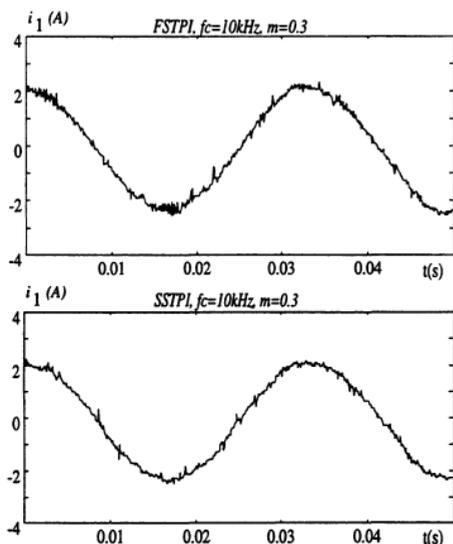


Figura 14 Correntes experimentais para o FSTPI e o SSTPI a  $10\text{kHz}$ .

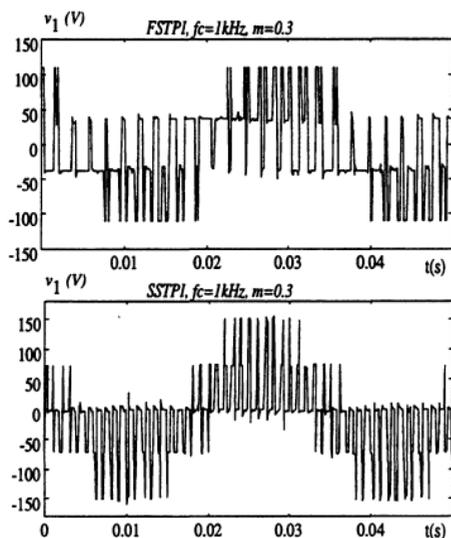


Figura 15 Tensões experimentais para o FSTPI e o SSTPI a  $1\text{kHz}$ .

## VII. CONCLUSÕES

Este trabalho estudou a operação do inversor FSTPI comandado por estratégia PWM com as abordagens vetorial e escalar e a relação entre elas. O uso dos vetores de menor amplitude produz melhores resultados que o uso dos de maior amplitude. A aplicação da reversão na seqüência de chaveamento melhora a simetria do erro de corrente e permite reduzir a freqüência de chaveamento do conversor. A modulação PWM com abordagem vetorial simplifica o entendimento e a análise da estrutura FSTPI, bem como, a escolha do padrão de chaveamento. A modulação PWM escalar permite a obtenção da modulação vetorial com uma implementação simples. A taxa de distorção harmônica obtida para o FSTPI é maior que

a do SSTPI, especialmente para pequenos índices de modulação. As tensões de saída do inversor FSTPI apresentam o segundo e o quarto harmônico, nas seqüências positiva e negativa, bem como o terceiro harmônico. Apesar do FSTPI apresentar algumas características inferiores ao SSTPI, o uso do inversor FSTPI constitui uma alternativa bastante interessante quando se requer estruturas econômicas com número reduzido de componentes semicondutores.

## AGRADECIMENTOS

Os autores desejam expressar seus agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] H. W. V. der Broeck, J. D. V. Wik, "A Comparative Investigation of Three-Phase Induction Machine Drive with a Component Minimized Voltage-Fed Inverter under Different Control Options", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 20, no. 1, pp. 309-320, March/April 1984.
- [2] W. McMurray, "Modulation of the chopping frequency in dc choppers and pwm inverters having current-hysteresis controllers", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 20, no. 4, pp. 763-768, July/Aug. 1984.
- [3] P. Enjeti, A. Rahman, "A new single phase to three phase converter with active input current shaping for low cost ac motor drives", *Conf. Rec. IAS*, pp. 935-939, 1990.
- [4] P. Enjeti, A. Rahman, R. Jakkli, "Economic single phase to three phase converter topologies for fixed frequency output", *Conf. Rec. APEC*, pp. 88-94, 1991.
- [5] H. W. V. der Broeck, H. C. Skudelny, G. V. Stanke, "Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors", *IEEE Transactions Industry Applications*, vol. 24, no. 1, pp. 142-150, Jan./Feb. 1988.
- [6] E. B. de Souza Fl., A. M. N. Lima, C. B. Jacobina, E. R. C. da Silva, "Sistema de acionamento digital com máquina assíncrona em orientação pelo campo", *Controle e Automação*, vol. 7, no. 1, pp. 7-14, Janeiro/Abril 1996.
- [7] P. Wood, *Switching Power Converters*, Van Nostrand, New York 1981.

## DADOS BIOGRÁFICOS

**Cursino Brandão Jacobina**, nasceu em Correntes - Pernambuco, em 17 de abril de 1955. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Campina Grande, PB, em 1978. Obteve o Diplôme d'Études Approfondies (DEA) pelo Institut National Polytechnique de Toulouse (INPT), França em 1980 e o título de Docteur Ingénieur pelo mesmo instituto em 1983. Atualmente é Professor Titular do Departamento de En-

genharia Elétrica da UFPB. Seu principal interesse de pesquisa é na área de sistemas de acionamento com máquinas elétricas. É Membro da SOBRAEP, da SBA e do IEEE.

**Edison Roberto Cabral da Silva**, nasceu em Pelotas - Rio Grande do Sul, em 02 de dezembro de 1942. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Escola Politécnica de Pernambuco, Recife, PE, em 1965. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela COOPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ e o título de Docteur Ingénieur pela Université Paul Sabatier de Toulouse, França, em 1972. Atualmente é Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFPB. Seus principais interesses de pesquisa são estruturas de conversores e sistemas de acionamento com máquinas elétricas. É Membro da SOBRAEP, da SBA e do IEEE.

**Antonio Marcus Nogueira Lima**, nasceu em Recife - Pernambuco, em 15 de março de 1958. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Campina Grande, PB, em 1982 e obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela mesma instituição em 1985. Obteve o grau de doutor pelo Institut National Polytechnique de Toulouse (INPT), França, em 1989. Atualmente é Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFPB. Seus principais interesses de pesquisa são sistemas de acionamento com máquinas elétricas, instrumentação eletrônica e sistemas de controle. É Membro da SBA e do IEEE.

**Ricardo Lúcio de Araujo Ribeiro**, nasceu em Campina Grande - Paraíba, em 25 de novembro de 1961. Formou-se em Engenharia Elétrica em 1990 e obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica em 1992 pela Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, PB, onde atualmente cursa o Doutorado. Desde junho de 1996 ele é Professor do Centro Federal de Educação Tecnológica do Maranhão. Seu principal interesse de pesquisa é na área de sistemas de acionamento de máquinas elétricas. É Membro da SOBRAEP e da SBA.