# CONTROLE DE VELOCIDADE DE BAIXO CUSTO PARA MOTORES DE INDUÇÃO SEM SENSORES MECÂNICOS

Helder Tavares Câmara, Rafael Cardoso<sup>†</sup>, Rodrigo Zelir Azzolin e Hilton Abílio Gründling

UFSM - Universidade Federal de Santa Maria, GEPOC – Grupo de Eletrônica de Potência e Controle, Av. Roraima, S/N, Camobi, 97105-900, Santa Maria – RS, Brasil.

e-mails: htcamara@hotmail.com, rodrigoazzolin@gmail.com e ghilton@ctlab.ufsm.br

<sup>†</sup>UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Pato Branco, GPAI – Grupo de Pesquisa em Automação

Industrial, Via do Conhecimento Km 1, 85503-390, Pato Branco – PR, Brasil.

cardoso@ieee.org

Resumo - Este artigo propõe um controle direto orientado pelo campo para um servo de velocidade sensorless usando motor de inducão trifásico. A principal motivação deste artigo é a substituição dos elementos de medida mais onerosos, encoder e sensores de efeito Hall, por sistemas de baixo custo. Isto é possível utilizando-se um algoritmo sensorless, sensores shunt de baixo custo e filtro de Kalman. O filtro de Kalman fornece estimativas de corrente que são utilizadas em um algoritmo do tipo mínimos quadrados recursivo (RLS-Recursive Least-Square) para estimar a velocidade do rotor. Conforme descrito neste artigo, é possível trabalhar com ambas as técnicas e obter uma boa estimação de velocidade com baixo nível de ruído e pequeno esforço computacional. Resultados experimentais são apresentados para validar o trabalho proposto.

*Palavras-Chave* – Motor de Indução, servo de velocidade, *sensorless*, filtro de Kalman, sensores de baixo custo.

# LOW-COST SENSORLESS INDUCTION MOTOR SPEED CONTROL

Abstract – This paper presents a direct field oriented control sensorless speed servo for three-phase induction motors. The main contribution is to replace the expensive transducters, encoder and Hall effect sensors, by a low cost system. It is achieved by using a sensorless algorithm, shunt type current sensors and Kalman filter. The Kalman filter provides current estimates that are used in a recursive least-square speed estimator. As presented, good speed estimation can be achieved even with the use of noisy low-cost current sensors. Experimental results are presented to validate this proposal.

*Keywords* – Induction Motor, speed servo, sensorless, Kalman filter, low-cost sensors.

# NOMENCLATURA:

 $I_{ds}, I_{qs}, I_{dr}, I_{qr}$ : correntes do estator e do rotor nos eixos direto e quadratura, respectivamente;

 $I_{\alpha s}, I_{\beta s}, I_{\alpha r}, I_{\beta r}$ : correntes do estator e do rotor nos eixos alfa e beta, respectivamente;

 $V_{ds}$ ,  $V_{qs}$ : tensões do estator nos eixos direto e quadratura, respectivamente;

 $V_{\alpha s}, V_{\beta s}$ : tensões do estator nos eixos alfa e beta, respectivamente;

 $R_{S} e R_{R}$ : resistência do estator e rotor respectivamente;

 $L_M$ : indutância mútua entre rotor e estator;

 $L_{\rm s}$ : indutância do estator;

 $L_R$ : indutância do rotor;

 $\omega_R$ : velocidade do rotor;

 $\lambda$  : número de pares de pólos do motor;

 $\omega$ : velocidade síncrona;

 $T_E$ : torque elétrico;

 $T_L$ : distúrbio de torque;

J : momento de inércia;

 $B_n$ : coeficiente de atrito;

 $x_{k+1}, x_k$ : vetor de estados nos instantes k+1 e k;

 $\Phi_k e B$ : matrizes discretas obtidas do modelo (1);

 $u_k$ : vetor de entrada da equação de controle;

 $\Gamma$ : matriz associada ao ruído de estados;

 $\gamma_k$  e  $\varsigma_k$ : seqüências não correlacionadas do ruído branco;

 $y_k$ : vetor de saída da equação de controle;

H : matriz de saída;

 $E\{.\}$ : operador matemático esperança;

*Q e R* : matrizes de covariância do ruído no processo e medida, respectivamente;

 $\hat{x}_{k+lk}$ : estimativa predita do vetor de estados;

 $\hat{x}_{k|k}$ : estimativa atualizada do vetor de estados;

 $P_{k+lk}$ : covariância dos erros de estimação de  $\hat{x}_{k+lk}$ ;

 $P_{k|k}$ : covariância dos erros de estimação de  $\hat{x}_{k|k}$ ;

 $v_k$ : seqüência das inovações;

 $K_k$ : ganho do filtro de Kalman no instante de tempo k;

 $K_0$ : ganho do filtro de Kalman em regime permanente;

M: matriz de covariância do erro em regime permanente;  $M_0$ : solução em regime permanente das equações de covariância de Kalman;

 $C_i$ : correlações da inovação;

N : número de observações;

 $\omega_{c}$ : freqüência de corte do filtro de variáveis de estado;

 $\omega_{RM}$ : saída do modelo de referência;

 $\sigma_R$ : função sigma;

 $\sigma_{R0}$ : valor máximo da função sigma;

Artigo submetido em 21/6/2006. Revisões em 7/12/2006 e 1/3/2005. Aceito por recomendação do Editor Richard M. Stephan.

 $M_{R0}$ : parâmetro da função sigma;

 $\hat{\omega}_{Rf}$ : estimativa de velocidade oriunda da função sigma;

 $\hat{\omega}_R$ : velocidade do rotor estimada;

Y : vetor predição;

 $C^{T}$ : matriz regressão linear;

 $K_{f}(k)$ : ganho do identificador RLS;

e(k): erro de predição;

 $P_R(k)$ : matriz de covariância;

 $\sigma = l - L_M^2 / (L_S L_R)$ 

# I. INTRODUÇÃO

Em 1971 F. Blaschke apresentou o princípio do controle orientado pelo campo. Graças a este trabalho e estudos posteriores, os motores de indução com controle de velocidade ou posição são uma realidade industrial e estão disponíveis no mercado para diversas aplicações e com diferentes desempenhos. A maioria dessas aplicações está baseada em dispositivos sensores de posição ou de velocidade os quais são considerados de elevado custo para motores de baixa potência (<5kW). Nesta faixa de potência o custo do sensor de posição ou de velocidade é quase o mesmo do motor de indução. Esse fato contribuiu para que nos últimos anos fossem desenvolvidas as técnicas de controle sem sensores mecânicos [1].

Na literatura, diferentes técnicas de controle *sensorless* tais como, algoritmos utilizando filtro de Kalman [2]-[3], sistemas adaptativos por modelo de referência (MRAS-*Model Reference Adaptive System*)[4]-[5], controle direto de torque e fluxo [6]-[7], e modelos lineares [8]-[9], foram propostas. Entretanto, todas essas técnicas estão baseadas em medições de tensão induzidas e, portanto, apresentam baixo desempenho em velocidades reduzidas e nulas, já que as tensões induzidas são de valores pequenos e difíceis de serem medidas corretamente. Além disso, nenhuma tensão é induzida nos enrolamentos sob freqüência nula.

Em [10] é apresentado um algoritmo do tipo mínimos quadrados recursivo modificado (MRLS-Modified Recursive Least Squares), o qual está associado a uma lei de controle por modelo de referência (MRC-Model Reference Controller) para um servo de velocidade sem sensores mecânicos. O controlador resultante é capaz de garantir bom desempenho para uma ampla faixa de velocidade, incluindo condições de velocidades baixas e nula. Para a sintonia do controlador MRC é utilizado um controlador adaptativo robusto por modelo de referência (RMRAC-Robust Model Reference Adaptive Controller). O procedimento utilizado reduz o tempo necessário para o projeto do controlador e é capaz de suportar incertezas paramétricas. Para o servo de velocidade sensorless, as correntes do estator podem ser obtidas através de sensores de efeito Hall. Esse tipo de sensor de corrente é normalmente utilizado na maioria dos servos de velocidade sensorless encontrados na literatura. No entanto, do ponto de vista industrial, sensores de efeito Hall podem chegar a custar 50 por cento do valor do motor de indução. Assim, em alguns casos esses dispositivos são muito onerosos e o uso de sensores de baixo custo é bem vindo.

Quando a qualidade do sensor é reduzida, pode-se ter um aumento do nível de ruído nas medidas, resultando em problemas para a lei de controle. Ainda que a lei de controle se comporte satisfatoriamente sob medidas ruidosas, as correntes do motor de indução podem afetar sua integridade mecânica acarretando em sua deterioração ao longo do tempo. Filtros analógicos e digitais são uma possível solução, porém introduzem erros de fase e, além disso, os analógicos necessitam de dispositivos eletrônicos adicionais. Outra possibilidade é a apresentada em [11], onde um filtro de Kalman estendido é utilizado para estimar o fluxo e velocidade do rotor a partir das tensões e correntes do estator do motor de indução. Entretanto, este filtro é baseado no modelo não linear do motor de indução, e o desempenho ótimo para este caso não é comprovado [12].

Para superar esses inconvenientes o uso de um filtro de Kalman é proposto neste trabalho para estimar as correntes do estator a partir de medidas provenientes de sensores de baixo custo, as quais podem ser ruidosas. As correntes estimadas são utilizadas no algoritmo MRLS, responsável pela estimação da velocidade do rotor. Conforme descrito nesse trabalho, com as duas técnicas juntas é possível se obter boa estimação de velocidade com baixos níveis de ruído e pequeno esforço computacional, mesmo que utilizando transdutores de corrente de baixo custo.

Por sua vez, o filtro de Kalman [13] é um algoritmo capaz de fornecer estimativas ótimas das variáveis de interesse, se adequadamente sintonizado. Para a correta sintonia do filtro de Kalman as matrizes de covariância Q do ruído no processo e R do ruído de medida devem ser conhecidas. Em muitas situações práticas, Q e R são desconhecidas ou aproximadamente conhecidas, fornecendo assim um filtro sub-ótimo. Muitos autores apresentaram métodos para identificação das covariâncias desconhecidas ou dos ganhos de regime permanente do filtro sub-ótimo. Entre eles, podese citar [14], [15], [16], e [17]. Infelizmente estes trabalhos apresentam somente exemplos numéricos. O procedimento de identificação dos ganhos de regime permanente do filtro de Kalman ótimo apresentado em [14] foi primeiramente aplicado experimentalmente em [18]. Apesar dos bons resultados obtidos com este procedimento, o mesmo é válido apenas para sistemas dinâmicos invariantes no tempo. Dessa forma, sendo o modelo elétrico do motor de indução variante no tempo, a cada intervalo de amostragem, novos ganhos de Kalman devem ser calculados. Dessa forma, deve-se conhecer as matrizes de covariância Q e R que, neste trabalho, são identificadas com base no algoritmo proposto por [16]. Cabe se ressaltar que em [16] são apresentados apenas exemplos numéricos de simulação.

Assim, neste trabalho propõe-se o uso de um filtro de Kalman linear para estimar as correntes do estator a partir de medidas provenientes de sensores *shunt* de baixo custo, as quais podem ser ruidosas. É apresentado um procedimento de sintonia do filtro com base em dados experimentais e as correntes estimadas via filtro de Kalman são utilizadas no algoritmo MRLS, responsável pela estimação da velocidade

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ I_{ds} \\ \cdot \\ I_{qs} \\ \cdot \\ I_{dr} \\ \cdot \\ I_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{\sigma L_S} & \omega + \frac{\lambda \omega_R L_M^2}{\sigma L_S L_R} & \frac{R_R \cdot L_M}{\sigma L_S L_R} \\ -\omega - \frac{\lambda \omega_R L_M^2}{\sigma L_S L_R} & -\frac{R_S}{\sigma L_S} & -\frac{\lambda \omega_R L_M}{\sigma L_S} \\ \frac{R_S \cdot L_M}{\sigma L_S L_R} & -\frac{\lambda \omega_R L_M}{\sigma L_R} & -\frac{R_R}{\sigma L_R} \\ \frac{\lambda \omega_R L_M}{\sigma L_R} & \frac{R_S L_M}{\sigma L_S L_R} & -\omega + \frac{\lambda \omega_R}{\sigma} \end{bmatrix}$$

do rotor. Conforme descrito nesse trabalho, com as duas técnicas trabalhando conjuntamente, é possível se obter boa estimação de velocidade com baixos níveis de ruído, mesmo que utilizando transdutores de corrente de baixo custo. O esforço computacional envolvido no algoritmo proposto neste trabalho é compatível com microcontroladores-DSPs de baixo custo existentes no mercado e já utilizados pela indústria.

Este trabalho está organizado como segue: na seção II é apresentado o modelo matemático do motor de indução. A seção III descreve a técnica de filtragem junto com a técnica de identificação das matrizes  $Q \in R$ . Na seção IV a estrutura do controlador de velocidade *sensorless* é apresentada. Resultados de simulação são apresentados na seção V enquanto resultados experimentais são mostrados na seção VI.

#### II. MODELO ELÉTRICO DO MOTOR DE INDUÇÃO

O modelo dq do motor de indução trifásico, com as variáveis elétricas referenciadas a um eixo girante arbitrário dq, é mostrado em (1). Já o modelo mecânico é dado por

$$T_E = \lambda L_M \left( I_{dr} I_{qs} - I_{ds} I_{qr} \right) \tag{2}$$

$$J\frac{d}{dt}\omega_R + B_n\,\omega_R = T_E - T_L \tag{3}$$

Na equação (1) o motor é considerado perfeitamente balanceado e os fenômenos de saturação são desprezados. As equações (2) e (3) representam o acoplamento entre os modelos elétrico e mecânico. Considerando um controle vetorial, tal que o fluxo rotórico do eixo q é igual a zero e o eixo d constante, o modelo elétrico do motor de indução dado por (1) e (2) pode ser reduzido para

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ I_{ds} \\ \cdot \\ I_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} & \omega \\ -\omega & -\frac{R_s}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix}$$
(4)
$$T_E = \frac{\lambda L_M^2 I_{qs} I_{ds}}{L_R}$$
(5)

onde  $I_{ds}$  é assumida alinhado ao fluxo rotórico para assegurar o nível de magnetização da máquina. Para tal, um sistema de controle adequado é utilizado para manter essa corrente constante. Essa consideração é necessária para manter esse fluxo constante e assim obter a linearização em (5). Mais detalhes sobre o desacoplamento aplicado em (4) pode ser encontrado em [19]. A freqüência da tensão aplicada ao motor de indução é

$$\frac{\lambda \omega_{R} L_{M}}{\sigma L_{S}} = \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{S}} & 0 \\ \sigma \\ \frac{1}{\sigma L_{S}} & \frac{1}{\sigma L_{S}} \\ 0 & \sigma \\ \frac{1}{\sigma L_{S}} \\ \frac{1}{$$

$$\omega = \lambda \omega_R + \left(\frac{R_R I_{qs}}{L_R I_{ds}}\right) \tag{6}$$

e, pode-se notar da equação (4) um acoplamento entre as correntes  $I_{ds}$  e  $I_{as}$ , que também aparece nas equações (5) e (6).

Dois controladores proporcional-integral são utilizados para compensar esse acoplamento [19], como mostrado na Figura.1. Isto simplifica no controle das correntes do estator do motor. A velocidade do rotor é necessária para obter a velocidade síncrona (referencial síncrono) (6) e converter as medidas de tensões e correntes do estator para o referencial *dq* conforme mostra a Figura 1. Considerando que não é utilizado sensor de velocidade, faz-se necessário um algoritmo de estimação que será apresentado na seção IV.

### III. ESTIMAÇÃO DAS CORRENTES DO ESTATOR E SINTONIA DO FILTRO DE KALMAN

O uso de sensores elétricos de baixo custo introduz ruído nas correntes medidas que pode degradar o desempenho total do controlador. Para minimizar este impacto, propõe-se o uso do filtro de Kalman responsável por fornecer as estimativas de corrente. Essas estimativas substituirão as correntes medidas no estimador de velocidade. Entretanto, para que o filtro de Kalman forneça estimativas acuradas, este deve ser corretamente sintonizado. Sua sintonia é realizada através das matrizes de covariância dos ruídos de processo Q e de medida R, que serão definidas a seguir. Uma escolha errônea destas matrizes pode degradar o desempenho do filtro. Assim, nesta seção, apresenta-se as equações para implementação do filtro de Kalman, responsável por minimizar o impacto do ruído de medida, proveniente dos sensores de baixo custo, bem como um método para a sintonia do filtro de Kalman.

Para a utilização do filtro, o sistema elétrico do motor de indução (1) é modelado como um sistema linear, estocástico, estacionário e discreto, isto é,

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + B u_k + \Gamma \gamma_k \tag{7}$$

$$y_k = Hx_k + \varsigma_k \tag{8}$$

$$\dim x_k = \overline{n}, \ \dim y_k = \overline{r}, \ \dim \gamma_k = \overline{p} \tag{9}$$

As matrizes  $\Phi_k \in B$  são obtidas através da discretização do modelo matemático dado por (1). As matrizes  $\Gamma \in H$  são dadas, respectivamente, por



Fig. 1. Estrutura do Controlador.

ou seja, as variáveis medidas são  $y_k = \begin{bmatrix} I_{ds} & I_{qs} \end{bmatrix}^T$  enquanto as variáveis de atuação são  $u_k = \begin{bmatrix} V_{ds} & V_{qs} \end{bmatrix}^T$  conforme mostrado na Figura 1.

Os parâmetros  $\gamma_k$  e  $\varsigma_k$  são definidos como seqüências não correlacionadas de ruído branco com médias e covariâncias como seguem:

$$E\{\gamma_i\} = 0, \quad E\{\gamma_i\gamma_j^T\} = Q\delta_{ij} \tag{11}$$

$$E\{\varsigma_i\} = 0, \quad E\{\varsigma_i\varsigma_j^T\} = R\delta_{ij} \tag{12}$$

$$E\left\{\gamma_{i}\varsigma_{j}^{T}\right\} = 0, E\left\{\gamma_{i}x_{j}^{T}\right\} = 0, E\left\{\varsigma_{i}x_{j}^{T}\right\} = 0, \forall i, j$$
(13)

onde E{.} representa o operador matemático esperança e  $\delta_{ii}$ denota a função delta de Kronecker. Q e R são as matrizes de covariância definidas positivas e limitadas (Q>0 e R>0).

*Observação1:* a seqüência  $\gamma_k$  é interpretada como ruído no processo ou erro de modelagem da planta conforme descrito em [15]. Já a seqüência  $\zeta_k$  pode ser interpretada como erros das medidas ou erro devido a características intrínsecas do sensor.

Definindo-se  $\hat{x}_{k+llk}$  como a estimativa predita do vetor de estados  $x_{k+I} = \begin{bmatrix} I_{ds} & I_{qs} & I_{dr} & I_{qr} \end{bmatrix}_{k+I}^{T}$  obtida no instante de tempo k e  $\hat{x}_{k|k}$  como a estimativa atualizada do vetor de estados  $x_k = \begin{bmatrix} I_{ds} & I_{qs} & I_{dr} & I_{qr} \end{bmatrix}_k^T$  obtida no instante de tempo k, tem-se as equações de filtragem, isto é,

$$\hat{x}_{k+I|k} = \Phi_k \hat{x}_{k|k} + Bu_k \tag{14}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k \left( y_k - H \hat{x}_{k|k-1} \right)$$
(15)

$$K_{k} = P_{k|k-l} H^{T} \left( H P_{k|k-l} H^{T} - R \right)^{-l}$$
(16)

$$P_{k|k} = P_{k|k-l} - K_k H P_{k|k-l} \tag{17}$$

$$P_{k+\Pi k} = \Phi_k P_{k|k} \Phi_k^T + \Gamma Q \Gamma^T$$
(18)

sendo  $\hat{x}_{0|-1}$  e  $P_{0|-1}$  condições iniciais. Adicionalmente,

$$P_{k+Ilk} \triangleq E\left\{ \left( x_{k+I} - \hat{x}_{k+Ilk} \right) \left( x_{k+I} - \hat{x}_{k+Ilk} \right)^T \right\}$$
(19)

e

onde

$$P_{k|k} \triangleq E\left\{ \left( x_k - \hat{x}_{k|k} \right) \left( x_k - \hat{x}_{k|k} \right)^T \right\}$$
(20)

representam as covariâncias dos erros de estimação predito e atualizado, respectivamente.

O modelo matemático (1) envolve o conhecimento da velocidade do rotor  $\omega_R$ . Isto faz com que o modelo matemático seja variante no tempo. Para o correto funcionamento do filtro de Kalman, o valor de  $\omega_R$  deve ser atualizado em tempo real. Esta informação é obtida através da técnica de estimação de velocidade apresentada na seção IV.

Quando  $Q \in R$  são completamente conhecidas o filtro é ótimo e a seqüência das inovações

$$v_k \triangleq \left( y_k - H \hat{x}_{k|k-l} \right) \tag{21}$$

é uma seqüência estacionária de ruído branco, isto é,

$$E\{v_{k}v_{k-j}^{T}\} = 0, \ k \neq 0$$
(22)

Isto significa que a seqüência de inovações  $v_k$  apresenta apenas a autocorrelação diferente de zero.

Uma vez que se tem somente o conhecimento prévio de Qe R dado por  $Q_0 > 0$  e  $R_0 > 0$ , isto conduzirá a um filtro subótimo com seqüência de inovações que não é mais branca, ou seja, tem-se outras correlações que não a autocorrelação, diferentes de zero, isto é,

$$E\left\{v_{k}v_{k-j}^{T}\right\} \neq 0, \ k \neq 0$$
(23)

Veja [20] para detalhes.

Para a sintonia do filtro, as equações do filtro podem ser reescritas como

$$\hat{x}_{k+l|k} = \Phi \hat{x}_{k|k} \tag{24}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_0 \left( y_k - H \hat{x}_{k|k-1} \right)$$
(25)

onde

$$K_o = M_o H^T \left( H M_o H^T + R_o \right)^{-1}$$
<sup>(26)</sup>

$$M_{o} = \Phi \left[ M_{o} - M_{o} H^{T} \left( H M_{o} H^{T} + R_{o} \right)^{-T} H M_{o} \right] \Phi^{T} + \Gamma Q_{o} \Gamma^{T} (27)$$

onde  $K_0$  é o ganho do filtro de Kalman em regime permanente e  $M_0$  é a solução em regime permanente das equações de covariância de Kalman [13] utilizando a informação prévia de  $Q_0$  e  $R_0$ .

*Observação2:* quando  $Q_0 = Q$  e  $R_0 = R$  o filtro é ótimo e  $M_0$  é a covariância do erro de estimação. No caso sub-ótimo, covariância do erro (*M*) é dada por

$$M = \Phi[M - K_0 HM - MH^T K_0^T + K_0 HMH^T + R)K_0^T ]\Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T$$
(28)

seja K o ganho do filtro em regime permanente e M a matriz de covariância do erro em regime permanente. Então, podese definir as correlações da inovação, isto é,

$$C_{j} \equiv E\left\{v_{k}v_{k-j}^{T}\right\} \equiv \left\{\left(y_{k} - H\hat{x}_{k|k-l}\right)\left(y_{k-j} - H\hat{x}_{k-j|k-l-j}\right)^{T}\right\}$$
(29)

e, assim,

$$C_j = HMH^T + R, \quad j = 0 \tag{30}$$

$$C_{j} = H \left[ \Phi \left( I - KH \right) \right]^{-1} \Phi \left[ MH^{T} - KC_{0} \right], \quad j > 0$$
(31)

Note que quando o filtro é sub-ótimo, ou seja, as matrizes  $Q \in R$  não expressam os valores verdadeiros das covariâncias dos ruídos de estado e de medida, tem-se a autocorrelação  $C_0 \neq 0$  e as demais correlações  $C_i \neq 0$ ,  $j \neq 0$ .

Quando o filtro é ótimo, isto é,  $K = MH^T (HMH^T + R)^{-1}$ ,

 $C_j$  desaparece para todo  $j \neq 0$  como visto em [20]. Esta é uma importante propriedade conhecida como *'propriedade da inovação'*.

As funções de correlação (30) e (31) serão importantes no algoritmo de identificação de Q e R. Na prática é possível estimar  $C_j$  através de

$$\hat{C}_{j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-j} v_{i+j} v_{i}^{T}, \quad j = (0, 1, 2, ..., \overline{n})$$
(32)

onde N é o número de observações. As estimativas dadas por (32) são polarizadas para N finito, porém são assintoticamente consistentes e não polarizadas. A análise dos resultados provenientes de (32) permite verificar se o filtro de Kalman está corretamente sintonizado ou não. Caso, (32) revele que a inovação não é branca, pode-se utilizar o algoritmo de sintonia descrito abaixo. Neste algoritmo, proposto em [21], são identificadas as matrizes  $Q \in R$  associadas aos ruídos de estado e de medida. Este método usa as estimativas  $\hat{C}_j$  e está dividido em três etapas, como segue:

1) Obter a estimativa de  $MH^T$ :

$$\widehat{MH^{T}} = KC_{0} + A^{\dagger} \begin{bmatrix} \hat{C}_{1} \\ \vdots \\ \hat{C}_{n} \end{bmatrix}$$
(33)

$$A = \begin{bmatrix} H\Phi \\ H\Phi(I - KH)\Phi \\ \vdots \\ H[\Phi(I - KH)]^{n-1}\Phi \end{bmatrix}$$
(34)

 $e A^{\dagger} = \left(A^{T} A\right)^{-1} A^{T}.$ 

2) Obter a estimativa de R

$$\hat{R} = \hat{C}_0 - H\left(\widehat{MH^T}\right) \tag{35}$$

#### 3) Obter a estimativa de Q

*Observação3:* neste algoritmo somente  $\overline{n} \times \overline{r}$  relações lineares entre os elementos desconhecidos de Q estão possíveis. Portanto, deve-se restringir para o caso em que o número de elementos desconhecidos em Q seja menor ou igual a  $\overline{n} \times \overline{r}$ . Veja [21] para mais detalhes.

$$\sum_{i=0}^{j-1} H\Phi^{i} \Gamma \hat{Q} \Gamma^{T} \left( \Phi^{i-j} \right)^{T} H^{T} = \widehat{HM} \left( \Phi^{\cdot j} \right)^{T} H^{T} -$$

$$H\Phi^{j} \widehat{MH}^{T} - \sum_{i=0}^{j-1} H\Phi^{i} \hat{Q} \left( \Phi^{i-j} \right)^{T} H^{T}, \quad j = 1, ..., \overline{n}$$
(36)

onde

$$\hat{\Omega} = \Phi \left[ -K \widehat{HM} - \widehat{HM^T} K^T + K \hat{C}_0 K^T \right] \Phi^T$$
(37)

Baseado na equação (36) deve-se escolher um conjunto de equações linearmente independentes para resolver os elementos desconhecidos de Q.

Deve-se notar que o método de sintonia apresentado é válido para um sistema invariante no tempo. Como o modelo elétrico do motor de indução (1) é dependente da velocidade rotórica deve-se fixar esta velocidade de forma a tornar o sistema invariante no tempo e proceder a identificação das matrizes  $Q \in R$ .

### IV. CONTROLADOR DE VELOCIDADE PROPOSTO

#### A. Mínimos Quadrados Recursivo Modificado

Considerando o motor de indução trifásico definido em (1), (2) e (3) no referencial estatórico, as equações das tensões nos eixos  $\alpha\beta$  são

$$\begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{\beta s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s} + \rho L_{s} & 0 & p L_{M} & 0 \\ 0 & R_{s} + \rho L_{s} & 0 & p L_{M} \\ p L_{M} & \omega_{R} L_{M} & R_{R} + \rho L_{R} & \omega_{R} L_{M} \\ -\omega_{R} L_{M} & p L_{M} & -\omega_{R} L_{M} & R_{R} + \rho L_{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{\beta s} \\ I_{ar} \\ I_{\beta r} \end{bmatrix} (38)$$

onde  $\rho = \frac{d}{dt}$ . A partir da equação (38) é possível reformular o problema de estimação de velocidade como problema de estimação de parâmetros do modelo de regressão linear. Este modelo de regressão linear possui a seguinte estrutura

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C}^T \, \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\!R} \tag{39}$$

onde  $Y \in C$  são vetores dados pelas equações lineares obtidas de (38),

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \vec{I}_{as} + P_{I} \vec{I}_{as} + \frac{R_{S} R_{R}}{L_{S} L_{R} \sigma} I_{as} - \frac{1}{\sigma L_{S}} \vec{V}_{as} - \frac{R_{R}}{L_{S} L_{R} \sigma} V_{as} \\ \vec{I}_{\beta s} + P_{I} \vec{I}_{\beta s} + \frac{R_{S} R_{R}}{L_{S} L_{R} \sigma} I_{\beta s} - \frac{1}{\sigma L_{S}} \vec{V}_{\beta s} - \frac{R_{R}}{L_{S} L_{R} \sigma} V_{\beta s} \end{bmatrix}$$
(40)
$$\boldsymbol{C}^{T} = \begin{bmatrix} -\vec{I}_{\beta s} - \frac{R_{S}}{L_{S} \sigma} I_{\beta s} + \frac{1}{L_{S} \sigma} V_{\beta s} \\ \vec{I}_{as} + \frac{R_{S}}{L_{S} \sigma} I_{as} - \frac{1}{L_{S} \sigma} V_{as} \end{bmatrix}$$
(41)

O modelo de regressão apresentado, e outras variações, podem ser obtidos de (38) com as variáveis elétricas no referencial estatórico, como mostrado em [8]. Supõe-se que as derivadas apresentadas em (40) e (41) são valores possíveis de ser medidos. Na implementação esses valores são obtidos a partir de um Filtro de Variáveis de Estado (SVF-*State Variable Filters*) [22]. Quatro filtros são desenvolvidos pela discretização da função de transferência dada por

$$G_f(s) = \frac{\omega_C^{3}}{\left(s + \omega_C\right)^{3}} \tag{42}$$

onde  $\omega_c = 5\omega$ . Com essa banda passante, é possível obter as derivadas dos sinais elétricos sem implicar em atrasos na planta mecânica e, consequentemente, não interferindo na ação de controle. A entrada de cada filtro é  $V_{as}$ ,  $V_{\beta s}$ ,  $I_{as}$ , e  $I_{\beta s}$ . Para cada filtro é obtido um vetor  $I_a$ ,  $I_\beta$ ,  $V_\alpha \in V_\beta$ , onde

$$I_{\alpha} \triangleq \begin{bmatrix} \ddot{I}_{\alpha s} & \dot{I}_{\alpha s} \end{bmatrix}, \quad I_{\beta} \triangleq \begin{bmatrix} \ddot{I}_{\beta s} & \dot{I}_{\beta s} \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha} \triangleq \begin{bmatrix} \ddot{V}_{\alpha s} & \dot{V}_{\alpha s} \end{bmatrix}, \quad V_{\beta} \triangleq \begin{bmatrix} \ddot{V}_{\beta s} & \dot{V}_{\beta s} \end{bmatrix}$$
(43)

Para estimar  $\omega_R$  um algoritmo do tipo mínimos quadrados recursivo é utilizado [8]. Este estimador de velocidade encontra problemas quando em baixas velocidades. Para superar esta dificuldade, uma função sigma modificada foi adicionada ao algoritmo do estimador.

$$\widehat{\omega}_{Rf}(k) = \sigma_R \,\widehat{\omega}_R(k) + (1 - \sigma_R) \,\omega_{RM}(k) \tag{44}$$

$$\sigma_{R} = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\omega_{RM}\| < M_{R0} \\ \sigma_{R0} \left( \frac{\|\omega_{RM}\|}{M_{R0}} - 1 \right) & \text{if } M_{R0} \le \|\omega_{RM}\| < 2M_{R0} \\ \sigma_{R0} & \text{if } \|\omega_{RM}\| \ge 2M_{R0} \end{cases}$$
(45)

A função sigma modificada pode ser visualizada na Figura 2. Na implementação,  $M_{R0} = 2 rad/s$  e  $\sigma_{R0} = 1$ .



Abaixo seguem as equações do algoritmo recursivo

$$e(k) = Y(k) - C^{T}(k)\hat{\omega}_{Rf}(k-1)$$

$$P(k-1)C(k)$$
(46)

$$K_{f}(k) = \frac{P_{R}(k-1)C(k)}{1+C(k)P_{R}(k-1)C^{T}(k)}$$
(47)

$$\widehat{\omega}_{R}(k) = \widehat{\omega}_{Rf}(k-1) + K_{f}(k)e(k)$$
(48)

$$P_{R}(k) = 1 + K_{f}(k)C^{T}(k)P_{R}(k-1)$$
(49)

Com este algoritmo é possível obter a estimativa da velocidade para utilizar na lei de controle apresentada na próxima seção. Além disso, no alinhamento do campo, dado por (6), a informação da velocidade medida é substituída pela estimativa da velocidade  $\hat{\omega}_{Rf}(k)$ , tornando o algoritmo totalmente independente da velocidade medida.

#### B. Estrutura do controlador

A estrutura do controlador de velocidade sensorless proposto é mostrada na Figura 1. Devido ao uso de sensores de corrente de baixo custo, as correntes medidas podem ser corrompidas pelo ruído. Esses sinais ruidosos podem afetar o algoritmo de estimação de velocidade MRLS e a lei de controle utilizada, resultando em mau desempenho do controlador. Por esse motivo, utilizam-se correntes estimadas pelo filtro de Kalman. O controlador utilizado é um controlador com ganhos fixos do tipo MRC. Para sua sintonia, ou seja, obtenção dos ganhos do controlador, foi utilizada uma lei de controle RMRAC descrita em [10]. Assim, a lei RMRAC foi utilizada como ferramenta de sintonia do controlador MRC. Isto torna possível projetar um controle mecânico sem conhecer o modelo exato da planta (Motor de Indução/Sistema Inversor) reduzindo assim o tempo necessário para modelagem. O controlador resultante MRC é utilizado para obter a corrente de controle, calculada a partir da diferença entre a velocidade estimada e a saída do modelo de referência. O resultado é um controlador sensorless, tolerante a dinâmicas não modeladas com sensores de corrente de baixo custo. Deve-se ressaltar que a escolha do controlador MRC deve-se ao fato de sua robustez perante incertezas aditivas e multiplicativas. Nada impede o uso de controladores tradicionais tais como PI ou PID desde que corretamente projetados.

# V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção são apresentados resultados de simulação para mostrar algumas características do método utilizado para a sintonia do filtro Kalman. Estas características são importantes para simplificar a implementação prática do

onde

método de sintonia utilizado. Para simulação foi utilizado um motor de indução de dois pólos, 0.9 cv, 3400 rpm, 380V/2.7A conectado em Y. Os parâmetros do motor foram obtidos a partir dos ensaios a vazio, rotor bloqueado e ensaio CC. Detalhes complementares são vistos em [10].

O modelo de referência é

$$G_{M}(s) = \frac{2500}{s^{2} + 100s + 2500}$$
(50)

e o pré-compensador utilizado é

$$G_C(s) = \frac{l}{s+20} \tag{51}$$

Vide Figura 1 para a localização destes elementos na malha de controle. Detalhes adicionais da bancada experimental podem ser encontrados em [10]. O filtro de Kalman foi sintonizado com  $Q=10^{-8}I_{4X4}A^2$ ,  $R=10^{-3}I_{2X2}A^2$ ,  $Q_0=10^{-6}I_{4X4}A^2$ ,  $R_0=10^{-5}I_{2X2}A^2$ . Onde  $A^2$  é a unidade de covariância em questão, ou seja, Ampères<sup>2</sup>.

Para a análise de desempenho da identificação das matrizes Q e R do filtro de Kalman é utilizada a função verossimilhança definida em [23] como

$$L(Q,R) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^T (HMH^T + R)^{-1} v_i - ln |HMH^T + R|$$
(52)

e erro médio quadrático

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( x_i - \hat{x}_{i|i-1} \right)^T \left( x_i - \hat{x}_{i|i-1} \right)$$
(53)

Ambos indicadores refletem o desempenho do filtro de Kalman. Quando  $Q \in R$  são conhecidos com precisão, tem-se o valor indicado na Figura 3 como ótimo. Os valores indicados como identificado refletem o valor da função verossimilhança para cada iteração do algoritmo de identificação de  $Q \in R$ . Na definição da função de verossimilhança a dependência da matriz Q se dá dentro da matriz do erro de estimação M. Da mesma forma, o erro médio quadrático também é apresentado na Figura 3 onde tem-se o valor do erro para um filtro ótimo e para cada iteração do algoritmo de identificação do algoritmo de identificação.



Fig. 3. Função Verossimilhança e Erro Médio Quadrático.

A convergência das covariâncias identificadas é mostrada nas Figuras 4 e 5, onde  $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{33}$ , e  $Q_{44}$  são os valores dos elementos da diagonal principal das matrizes de correlação que descrevem as perturbações aplicadas na planta.



Fig. 4. Convergência da identificação dos elementos de  $\hat{R}$ .



Fig. 5. Convergência da identificação dos elementos de  $\hat{Q}$ .

Com base nos resultados de simulação, verifica-se que o algoritmo de identificação das matrizes  $Q \in R$ , praticamente extrai toda a informação possível em sua primeira iteração, como evidencia a função de verossimilhança. A identificação dos elementos da matriz R também converge, praticamente, na primeira iteração. Já a convergência dos valores identificados da matriz Q difere um pouco dos valores teóricos. Isto se deve aos próprios erros experimentais inseridos pela característica finita dos dados colhidos para o cálculo das correlações (32) e ao maior número de operações matemáticas oriundas das equações (36) e (37), envolvendo as correlações estimadas (32), que introduzem maiores erros propagados. Análises destes erros em algoritmos de sintonia podem se encontradas em [24] e [25]. Adicionalmente, muitas iterações não irão extrair informação adicional significativa para melhorar os resultados de identificação obtidos já na primeira iteração, conforme demonstra o gráfico da função de verossimilhança.

#### VI. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Esta seção apresenta alguns resultados experimentais obtidos com o motor cujo modelo foi utilizado em simulação.

A Figura 6 apresenta a velocidade estimada do rotor para um controlador utilizando correntes medidas com sensores de efeito *Hall*. Na Figura 7, a velocidade medida é apresentada.



Fig. 6. Velocidade estimada do rotor com correntes medidas por sensores de efeito Hall.



Fig. 7. Velocidade medida do rotor com correntes medidas por sensores de efeito Hall.

Já nas Figuras 8 e 9 os sensores de efeito *Hall* foram substituídos por sensores de baixo custo do tipo *shunt*, apresentando a velocidade estimada e medida, respectivamente. A Figura 10 mostra as correntes obtidas para ambos os casos.

Para se trabalhar com sensores *shunt*, os quais apresentam maior ruído de medida, utiliza-se um filtro de Kalman não sintonizado. As matrizes de covariância associadas a esse filtro são:  $Q_0=10^{-3}I_{4X4}$ , e  $R_0=10^{-12}I_{2X2}$ .

O resultado de velocidade estimada com filtro de Kalman sub-ótimo pode ser visto na Figura 11, e a Figura 12 apresenta a velocidade medida. As correntes estimadas são mostradas na Figura 13.



Fig. 8. Velocidade estimada do rotor com correntes medidas por sensores shunt.



Fig. 9. Velocidade medida do rotor com correntes medidas por sensores shunt.



Fig. 10. Correntes do estator para sensores Shunt e de efeito Hall.



Fig. 11 Velocidade estimada do rotor com correntes filtradas por filtro de Kalman sub-ótimo.



Fig. 12 Velocidade medida do rotor com correntes filtradas por filtro de Kalman sub-ótimo.



Fig. 13. Correntes do estator estimadas com Kalman sub-ótimo.

Baseado nas inovações do filtro de Kalman sub-ótimo as matrizes de covariância  $Q \in R$  foram identificadas. Os valores são:

$$Q = diag \begin{bmatrix} 0.0178 & 0.0168 & 0.0513 & 0.0666 \end{bmatrix}$$
  
$$R = diag \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.0054 \end{bmatrix}$$

Na Figura 14 são mostradas as correntes estimadas através do filtro de Kalman sintonizado. As velocidades estimada e medida são apresentadas pelas Figuras 15 e 16, respectivamente. Fica assim evidente o melhor desempenho do controlador proposto. A instrumentação utilizada composta por sensores de baixo custo é apresentada na Figura 17 e, a bancada de ensaios é mostrada na Figura 18.



Fig. 14. Correntes do estator medidas e estimadas com filtro de Kalman sintonizado.



Fig. 15. Velocidade estimada do rotor com correntes filtradas por filtro de Kalman sintonizado.

# VII. CONCLUSÕES

Este artigo descreve um servo de velocidade *sensorless* fundamentado em um algoritmo MRLS, com um Controlador MRC utilizando sensores de correntes *shunt* de baixo custo.

De forma a minimizar o impacto que os ruídos de medida podem acarretar no sistema de controle, devido ao uso de sensores *shunt*, as medidas são tratadas por um filtro de Kalman. Como este filtro é dependente do conhecimento das matrizes de covariância dos ruídos de estado e de medida, as quais podem ser desconhecidas, foi proposta a identificação destas matrizes. A identificação das matrizes de covariância  $Q \in R$  são realizadas com base nas inovações de um filtro sub-ótimo e o procedimento extrai praticamente toda a informação possível das inovações, já na primeira iteração. Com isso, não é necessário um grande número de iterações para a obtenção de  $Q \in R$ .

Mostrou-se que um filtro de Kalman não corretamente sintonizado pode fornecer as estimativas de estados que podem degradar o desempenho do controlador. Por outro lado, quando o filtro é sintonizado, de modo que as estimativas estejam o mais perto possível das ótimas, tem-se uma melhoria no desempenho global do controlador de velocidade. Os resultados obtidos pela técnica proposta se mostraram superiores aos obtidos pelos sensores de efeito *Hall*. As simulações apresentam a eficácia do esquema proposto e os resultados experimentais corroboram a teoria. O esforço computacional necessário para a execução do algoritmo proposto neste trabalho é suportável por microcontroladores-DSPs de 32 bits de baixo custo existentes no mercado.



Fig. 16. Velocidade medida do rotor com correntes filtradas por filtro de Kalman sintonizado.



Fig. 17. Instrumentação utilizada: sensores de baixo custo do tipo Shunt.



Fig. 18. Bancada de ensaios.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A. V. Leite, R. E. Araújo, and D. Freitas, "Full and reduced order extended Kalman filter for speed estimation in induction mo tor drives: A comparative study," in Proceedings, 32th Power Electronics Specialists Conference. Aachen: IEEE, 2004.
- [2] J. L. Mora, A. Torralda, and L. G. Franquelo, "An adaptive speed estimator for induction motors based on a Kalman filter with low sample time," in Proceedings, 32nd Power Electronics Specialists Conference-PESC'01. Vancouver: IEEE, 2001.
- [3] L.Salvatore, S. Stasi, and F. Cupetino, "Improved rotor speed estimation using two Kalman filter-based algorithms," in Proceedings, 32nd Annual Meeting of the IEEE Industry Applications Society-IAS'01. Chicago: IEEE, 2001.
- [4] C. Schauder, "Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 5, pp. 1054–1061, Sep. 1992.
- [5] L. Zhen and L. Xu, "Sensorless field orientation control of induction machines based on mutual mras scheme," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 45, no. 3, pp. 824–831, Oct.1998.
- [6] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg, "A modified direct torque control for induction motor sensorless drive," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 36, no. 3, pp. 122–130, Feb. 2000.
- [7] C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, and F. Salvatori, "Flux and torque control of an induction machine using linear discrete state space approach," in Proceedings, 23rd International Conference on Industrial Electronics, Control, And Instrumentation IECON'97. New Orleans: IEEE, 1997.
- [8] M. Vélez-Reyes, K. Minami, and G. G. Verguese, Recursive speed and parameter estimation for induction machines," in Conference Record, 1989 *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. San Diego: IEEE, 1989.

- [9] K. Minami, M. Vélez-Reyes, and G. G. Verguese, "Multi-stage speed and parameter estimation for induction machines," in Conference Record, 22nd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference-PESC'91. Cambridge: IEEE, 1991.
- [10] H. T. Câmara and H. A. Gründling, "A MRLS with MRC applied to sensorless speed control induction motor drive," in Conference Record, *VI Induscon*. Joinville-SC: IEEE, 2004.
- [11] K. L. Shi, T. F. Chan, Y. K. Wong, and S. L. Ho, "Speed estimation of an induction motor drive using an optimized extended Kalman filter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 49, no. 1, pp. 124–133, Feb. 2002.
- [12] M. Boutayeb, H. Rafaralahy, and M. Darouach, "Convergence analysis of the extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 4, pp. 581–586, Apr. 1997.
- [13] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering*, vol. Series 82D, pp. 35–45, Mar. 1960.
- [14] B. Carew and P. R. Bélanger, "Identification of optimum steady-state gain for systems with unknow noise covariances," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-18, no. 6, pp. 582–587, Dec. 1973.
- [15] A. H. Jazwinski, "Adaptive filtering," Automatica, vol. 5, pp. 475–485, Jul. 1969.
- [16] R. Mehra, "On the identification of variances and adaptive Kalman filtering," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-15, no. 2, pp. 175–184, Apr. 1970.

# DADOS BIOGRÁFICOS

Helder Tavares Câmara nasceu em Natal, RN, em 1977. Recebeu o título de Engenheiro Eletricista em 2000 e o título de Mestre em Engenharia Elétrica em 2002 pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria. Atualmente está cursando o doutorado na Universidade Federal de Santa Maria. Desde maio de 2006 é professor do Centro Universitário de Jaraguá do sul (UNERJ). Além disso, desde maio de 2006 trabalha no departamento de desenvolvimento de produtos da empresa WEG - Automação de Processos. Seus interesses incluem controle de máquinas, sistemas de geração eólica, controle discreto, adaptativo e suas aplicações.

**Rafael Cardoso** nasceu em Santa Maria, RS, em 1976. Recebeu o título de Engenheiro Eletricista pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, em 2001 e o título de Mestre em Ciência em Engenharia Eletrônica e Computação, Área de Sistemas e Controle, pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos SP, em 2003. Atualmente está cursando o doutorado na Universidade Federal de Santa Maria. Desde julho de 2006 é professor efetivo na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Seus interesses incluem identificação, filtragem, controle discreto, adaptativo e suas aplicações.

- [17] R. K. Mehra, "Approaches to adaptive filtering," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 17, no. 5, pp. 693–698, Oct. 1972.
- [18] R. Cardoso, E. M. Hemerly, H. T. Câmara, and H. A. Gründling, "Identification procedure for Kalman filter tuning," in Conference Record, VI Induscon. Joinville-SC: IEEE, 2004.
- [19] J. Jung and Kwanghee, "A dynamic decoupling control scheme for high-speed operation of induction motors," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 46, no. 1, pp. 100–110, Feb.1999.
- [20] T. Kailath, "An innovations approach to least-squares estimation, part i: Linear filtering in aditive white noise," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-13, no. 6, pp. 646–655, Dec. 1968.
- [21] R. Mehra, "On the identification of variances and adaptive Kalman filtering," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-15, no. 2, pp. 175–184, Apr. 1970.
- [22] Y.D. Landau, Adaptive Control: The Model Reference Approach. New York: Marcel Dekker Inc., 1979.
- [23] F. C. Schweppe, "Evaluation of likelihood functions for gaussian signals," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-11, pp. 61–70, Jan. 1965.
- [24] R. Cardoso, E. M. Hemerly, H. T. Câmara, and H. A. Gründling, "Impact of Correlation Errors on the Optimum Kalman Filter Gain Identification in a Single Sensor Environment," in Conference Record, 39<sup>th</sup> IAS Annual Meeting. Seattle: IEEE, 2004.
- [25] R. Cardoso, E. M. Hemerly, H. T. Câmara, and H. A. Gründling, "Impact of Correlation Errors on Optimum Kalman Filter Matrices Gains Identification in Multicoordinate Systems," in Conference Record, ACC 2005 - American Control Conference. Portland: IEEE, 2005.

**Rodrigo Zelir Azzolin** nasceu em São Luiz Gonzaga, RS, em 1981. Recebeu o título de Engenheiro Eletricista pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, em março de 2007. Desde então está matriculado no Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da Universidade Federal de Santa Maria. Seus interesses incluem controle de máquinas, sistemas de geração eólica, controle discreto, e suas aplicações.

Hilton Abílio Gründling possui graduação em Engenharia Eletrônica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (1977), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (1980) e doutorado em Engenharia Eletrônica e Computação pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (1995). Atualmente é professor titular da Universidade Federal de Santa Maria, Revisor de periódico da SBA (Sociedade Brasileira de Automática), Revisor de periódico da Eletrônica de Potência (Florianópolis) e Revisor de periódico da IEEE Transactions on Power Electronics. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Eletrônica Industrial, Sistemas e Controles Eletrônicos. Atuando principalmente nos seguintes temas: Controle Adaptativo, Robustez, Modelo de Referência.